к значению 800 К для варианта № 2. Данное обстоятельство показывает, что на частоту поперечных колебаний лопатки более значительное влияние оказывает более высокая температура внешних слоев, близких к поверхности лопатки.

4. Заключение

Представленные результаты численного моделирования упругих колебаний лопатки газовой турбины при различных распределениях температуры демонстрируют необходимость учета рассматриваемых факторов при анализе аэроупругих явлений в турбомашине. Учет изменения средней температуры приводит к изменению частот колебаний на 14—15 %, дополнительный учет распределения температуры приводит к последующему изменению частот еще на 6—9 %, причем для разных форм колебаний на различные величины. Таким образом, учет распределения температуры лопатки может существенно изменить границы устойчивости автоколебаний лопаток.

Литература

1. Воробьев Ю. С. Влияние температурной неоднородности на колебания охлаждаемых монокристаллических лопаток газовых турбин [Текст] / Ю. С. Воробьев, К. Ю. Дьяконенко, С. Б. Кулишов, А. Н. Скрицкий // Вестник двигателестроения. — № 3 — 2009. — С. 140—143.
2. Победря Б. Е. Численные методы в теории упругости и пластичности [Текст] / Б. Е. Победря. — М. : Изд-во МГУ, 1995. — 366 с.
3. Колтунов М. А. Прикладная механика деформируемого твердого тела [Текст] / М. А. Колтунов, А. С. Кравчук, В. П. Майборода. — М. : Высш. школа, 1983. — 349 с.
4. Bolcs A. Aeroelasticity in Turbomachines. Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results [Текст] / A. Bolcs, T. H. Fransson // Communication du Laboratorie de Thermique Appliquee et de Turbomachines, Lausanne, EPFL. — 1986. — № 13. — 230 p.
5. Быков Ю. А. Численное моделирование упругих колебаний лопаток турбомашин [Текст] / Ю. А. Быков, В. И. Гнесин // Вост.-Европ. журн. передовых технологий. — № 3/7. — 2011. — С. 62—65.
6. Бабаков И. М. Теория колебаний [Текст] / И. М. Бабаков. — М. : Наука. — 1968. — 560 с.

УДК 629.7.054

ДОСТИЖЕНИЕ ЧАСТИЧНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ ГИРОСКОПА НАПРАВЛЕНИЯ ПРИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ КАЧКЕ

В. В. Карачун
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*

В. Н. Мельник
Доктор технических наук, доцент, профессор*

*Кафедра биотехники и инженерии
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056
Контактный тел.: (044) 454-94-51
E-mail: karachun 1@gala.net

Здійснюється аналіз ефективності двоканальної схеми автокомпенсації впливу зовнішніх перешкод шляхом прямого використання принципу Петрова. Окреслені значення осереднених у часі відходів вільного гіроскопа під впливом трикомпонентної асинхронної та синхронної хитавиці основи.

Ключові слова: *асинхронна трикомпонентна хитавиця, тристепеневий гіроскоп.*

Проводится анализ эффективности двухканальной схемы автокомпенсации влияния внешних помех на основе прямого использования принципа Петрова. Определены значения осредненных во времени уходов свободного гироскопа при трехкомпонентной асинхронной и синхронной качке основания.

Ключевые слова: *асинхронная трехкомпонентная качка, трехстепенной гироскоп.*

The analysis of efficiency of two channel schemes autoindemnifications of influence of external hindrances on the basis of direct use of a principle of Petrov is carried out. Definition of value defined in time the setting of free gyroscope at three-componental asynchronous and synchronous rolling of the basis.

Keywords: *asynchronous three-componental rolling, three-sedate a gyroscope.*

1. Введение

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены аналитическому обоснованию исходных предпосылок о возможности создания частично инвариантного в условиях качающегося основания построителя ориентирного направления. В качестве такового используется инерциальный прибор на основе трехстепенного астатического гироскопа. В качестве средства достижения поставленной цели используется один из методов автокомпенсации влияния внешних помех, а именно, метод двухканальности [1, 2].

Достижение полной инвариантности, как известно, возможно использованием метода многоканальности В. С. Кульбакина [3]. Не менее эффективен метод двухканальности, со своими достоинствами и недостатками [4].

2. Анализ состояния проблемы и постановка задачи исследований

Существующие методы автокомпенсации позволяют достаточно эффективно бороться с негативным влиянием внутренних помех гироскопических приборов. Это метод реверсирования кинетического момента [5], метод принудительного вращения подвеса гироскопа вокруг оси, параллельной вектору кинетического момента [6]. Свою роль сыграли и подшипники, с промежуточными кольцами и заданной кинематикой движения.

Однако, двухканальный метод, простотой своей технической реализации, возможностью использования жесткой и гибкой отрицательной обратной связи и, наконец, эффективно подавляющий влияние мгновенных значений стохастических возмущений, позволил занять ему достойное место среди лидеров [7].

Целью проводимых исследований является построение аналитического аппарата, поясняющего суть двухканального метода подавления влияния углового движения основания на дрейф оси фигуры.

3. Трехкомпонентная асинхронная качка основания

Углы качки θ, ψ, φ подвижного объекта зададим в виде:

$$\theta=\rho_\theta\sin(\omega_1 t+\varepsilon_1);\quad \psi=\rho_\psi\sin(\omega_2 t+\varepsilon_2);$$
$$\varphi=\rho_\varphi\sin(\omega_3 t+\varepsilon_3).$$

Таким образом, основание испытывает трехосную регулярную асинхронную качку. В этом случае можем воспользоваться принципом суперпозиции уходов от отдельных гармоник и использовать известные результаты авторов, положив для первой гармоники $\psi_0=\alpha_{oi}+\frac{\pi}{2}$, $\rho=\rho_\theta$, а для второй $\psi_0=\alpha_{oi}$, $\rho=-\rho_\psi$. Ограничимся рассмотрением первых двух гармоник. Тогда формулы уходов схемы автокомпенсации примут вид:

$$\begin{aligned}
&\left\langle\dot\beta_2\right\rangle=\frac{1}{2k_{01}k_{02}(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02})^2}\times\\
&\times\Big\{\Big\{\Big\{k_{01}k_{02}\big[A_1(\beta_{01})-A_2(\beta_{02})\big]\times\\
&\times\left\{\left\{\frac{H_1\sin\beta_{01}}{A_1(\beta_{01})}\left[1-\frac{2R_1\cos^2\beta_{01}}{A_1(\beta_{01})}\right]\right\{k_{01}\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{01}\times\right.\right.\\
&\times\big[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)+L_1(\omega_1)L_3(\omega_1)+L_2(\omega_1)L_4(\omega_1)\big]+\\
&+\big\{k_{01}\Phi^2(\omega_1)\sin^2\alpha_{01}\times\\
&\times\big[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)+L_1(\omega_2)L_3(\omega_2)+L_2(\omega_2)L_4(\omega_2)\big]-\\
&-C_1\mathrm{tg}\beta_{01}\big[\rho_\theta\omega_1^2L_2(\omega_1)\cos\alpha_{01}+\rho_\psi\omega_2^2L_2(\omega_2)\sin\alpha_{01}\big]\big\}+\\
&+\frac{H_2\sin\beta_{02}}{A_2(\beta_{02})}\left[1-\frac{2R_2\cos^2\beta_{02}}{A_2(\beta_{02})}\right]\big\{\ k_{01}\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{02}\times\\
&\times\big[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)+L_1(\omega_1)L_3(\omega_1)+L_2(\omega_1)L_4(\omega_1)\big]+\\
&+\big\{k_{01}\Phi^2(\omega_1)\sin^2\alpha_{02}\times\\
&\times\big[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)+L_1(\omega_2)L_3(\omega_2)+L_2(\omega_2)L_4(\omega_2)\big]-\\
&-C_2\mathrm{tg}\beta_{02}\big[\rho_\theta\omega_1^2L_4(\omega_1)\cos\alpha_{02}+\rho_\psi\omega_2^2L_4(\omega_2)\sin\alpha_{02}\big]\big\}-\\
&-\big\{\ \rho_\theta^2\omega_1^2\big[H_1L_1(\omega_1)\cos\alpha_{01}-H_2L_3(\omega_1)\cos\alpha_{02}\big]+\\
&+\rho_\psi^2\omega_2^2\big[H_1L_1(\omega_2)\sin\alpha_{01}-H_2L_3(\omega_2)\sin\alpha_{02}\big]+\\
&+k_{01}\rho_\theta\omega_1\big[L_1(\omega_1)+L_3(\omega_1)\big]\times\\
&\times\left[\frac{R_1\cos\alpha_{01}}{A_1(\beta_{01})}-\frac{R_2\cos\alpha_{02}}{A_2(\beta_{02})}\right]+k_{01}\rho_\psi\omega_2\big[L_1(\omega_2)+L_3(\omega_2)\big]\times\\
&\times\left.\left.\left.\left[\frac{R_1\sin\alpha_{01}}{A_1(\beta_{01})}-\frac{R_2\sin\alpha_{02}}{A_2(\beta_{02})}\right]\right\}\right\}\right\}-\frac{R_1\sin2\beta_{01}}{4A_1^2(\beta_{01})}\times\\
&\times\big[-k_{02}A_2(\beta_{02})H_1\cos\beta_{01}+\\
&+(2k_{01}+k_{02})A_1(\beta_{01})H_2\cos\beta_{02}\big]\big\{\ \big\{k_{01}^2\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{01}\times\\
&\times\big[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)+L_3^2(\omega_1)+L_4^2(\omega_1)+2L_1(\omega_1)L_3(\omega_1)+\\
&+2L_2(\omega_1)L_4(\omega_1)\big]+k_{01}^2\Phi^2(\omega_2)\sin^2\alpha_{01}\times\\
&\times\big[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)+L_3^2(\omega_2)+L_4^2(\omega_2)+\\
&+2L_1(\omega_2)L_3(\omega_2)+2L_2(\omega_2)L_4(\omega_2)\big]+\\
&+C_1^2\mathrm{tg}^2\beta_{01}\big[\rho_\theta^2\omega_1^2\cos^2\alpha_{01}+\rho_\psi^2\omega_2^2\sin^2\alpha_{01}\big]-\\
&-2k_{01}C_1\mathrm{tg}\beta_{01}\times\\
&\times\big\{\ \Phi(\omega_1)\rho_\theta\omega_1^2\cos^2\alpha_{01}\big[L_2(\omega_1)+L_4(\omega_1)\big]+\\
&+\Phi(\omega_2)\rho_\psi\omega_2^2\sin^2\alpha_{01}\times\\
&\times\big[L_2(\omega_2)+L_4(\omega_2)\big]\ \big\}\big\}\big\}-\frac{R_2\sin2\beta_{02}}{4A_2^2(\beta_{02})}\times\\
&\times\big[(2k_{01}+k_{02})A_2(\beta_{02})H_1\cos\beta_{01}-\\
&-k_{02}A_1(\beta_{01})H_2\cos\beta_{02}\big]\big\{\ \big\{k_{01}^2\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{02}\times\\
&\times\big[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)+L_3^2(\omega_1)+L_4^2(\omega_1)+\\
&+2L_1(\omega_1)L_3(\omega_1)+2L_2(\omega_1)L_4(\omega_1)\big]+\\
&+k_{01}^2\Phi^2(\omega_2)\sin^2\alpha_{02}\times\\
&\times\big[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)+L_3^2(\omega_2)+L_4^2(\omega_2)+\\
&+2L_1(\omega_2)L_3(\omega_2)+2L_2(\omega_2)L_4(\omega_2)\big]+\\
&+C_2^2\mathrm{tg}^2\beta_{02}\big[\rho_\theta^2\omega_1^2\cos^2\alpha_{01}+\rho_\psi^2\omega_2^2\sin^2\alpha_{01}\big]-2k_{01}C_2\mathrm{tg}\beta_{02}\times\\
&\times\big\{\ \Phi(\omega_1)\rho_\theta\omega_1^2\cos^2\alpha_{02}\big[L_2(\omega_1)+L_4(\omega_1)\big]+\\
&+\Phi(\omega_2)\rho_\psi\omega_2^2\sin^2\alpha_{02}\times\\
&\times\big[L_2(\omega_2)+L_4(\omega_2)\big]\ \big\}\big\}\big\}+k_{01}k_{02}(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02})\times\\
&\times\Big\{\Big\{-\frac{1}{2}(D_1\sin2\alpha_{01}-D_2\sin2\alpha_{02})(\rho_\theta\omega_1+\rho_\psi\omega_2)-\\
&-\frac{1}{2}\big[\rho_\theta\omega_1\Phi(\omega_1)L_1(\omega_1)+\rho_\psi\omega_2\Phi(\omega_2)L_3(\omega_2)\big]\times\\
&\times(H_1\sin\beta_{01}\sin2\alpha_{01}+H_2\sin\beta_{02}\sin2\alpha_{02})-\\
&-\frac{R_1\sin2\beta_{01}}{4A_1(\beta_{01})}\{H_1\cos\beta_{01}\sin2\alpha_{01}\times
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\times\left[\Phi(\omega_1)L_1(\omega_1)+\Phi(\omega_2)L_1(\omega_2)\right]+\\
&+C_1\mathrm{tg}\beta_{01}\left(\rho_\theta\omega_1+\rho_\psi\omega_2\right)\sin 2\alpha_{01}\Big\}-\frac{R_2\sin 2\beta_{02}}{4A_2(\beta_{02})}\times\\
&\times\Big\{\ H_2\cos\beta_{02}\sin 2\alpha_{02}\left[\Phi(\omega_1)L_3(\omega_1)+\Phi(\omega_2)L_3(\omega_2)\right]+\\
&+C_2\mathrm{tg}\beta_{02}\left(\rho_\theta\omega_1+\rho_\psi\omega_2\right)\sin 2\alpha_{02}\Big\}\ \Big\}\Bigg\}-\\
&-\frac{1}{8}\Big\{\ \rho_\theta\omega_1\Phi(\omega_1)\left[L_1(\omega_1)+L_3(\omega_1)\right]+\\
&+\rho_\psi\omega_2\Phi(\omega_2)\left[L_1(\omega_2)+L_3(\omega_2)\right]\ \Big\}\times\\
&\times\frac{R_1\sin 2\beta_{01}\sin 2\alpha_{01}}{A_1(\beta_{01})}H_2\cos\beta_{02}\times\\
&\times\left[(k_{02}+2k_{01})H_1\cos\beta_{01}+k_{01}H_2\cos\beta_{02}\right]-\\
&-\frac{R_2\sin 2\beta_{02}\sin 2\alpha_{02}}{A_2(\beta_{02})}H_1\cos\beta_{01}\times\\
&\times\left[k_{01}H_1\cos\beta_{01}+(k_{02}+2k_{01})H_2\cos\beta_{02}\right]\ \Big\}\ \Big\}\Big\}\Bigg\};
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

$$
\begin{aligned}
&\langle\dot{\alpha}_2\rangle=\frac{1}{2k_{01}k_{02}\left(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02}\right)^2}\times\\
&\Big\{\Big\{\ \Big\{\ 2k_{01}k_{02}\left(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02}\right)\times\\
&\times\Bigg\{\Bigg\{\frac{H_1^2\sin 2\beta_{01}}{2A_1(\beta_{01})}\left[1-\frac{R_1^2\cos^2\beta_{01}}{2A_1(\beta_{01})}\right]\Big\{\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{01}\times\\
&\times\left[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)\right]+\Phi^2(\omega_2)\sin^2\alpha_{01}\left[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)\right]\ \Big\}-\\
&-\frac{H_2^2\sin 2\beta_{02}}{2A_2(\beta_{02})}\left[1-\frac{R_2^2\cos^2\beta_{02}}{2A_2(\beta_{02})}\right]\times\\
&\times\Big\{\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{02}\left[L_3^2(\omega_1)+L_4^2(\omega_1)\right]+\\
&+\Phi^2(\omega_2)\sin^2\alpha_{02}\left[L_3^2(\omega_2)+L_4^2(\omega_2)\right]\ \Big\}-\\
&-\frac{H_1}{2\cos\beta_{01}}\left[1-\frac{2R_1\cos^2\beta_{01}}{A_1(\beta_{01})}\right]\times\\
&\times\left[\Phi(\omega_1)\rho_\theta\omega_1L_1(\omega_1)\cos^2\alpha_{01}+\right.\\
&\left.+\Phi(\omega_2)\rho_\psi\omega_2L_1(\omega_2)\sin^2\alpha_{01}\right]-\frac{H_2}{2\cos\beta_{02}}\left[1-\frac{2R_2\cos^2\beta_{02}}{A_2(\beta_{02})}\right]\times\\
&\times\left[\Phi(\omega_1)\rho_\theta\omega_1L_3(\omega_1)\cos^2\alpha_{02}+\right.\\
&\left.+\Phi(\omega_2)\rho_\psi\omega_2L_3(\omega_2)\sin^2\alpha_{02}\right]\ \Big\}\Big\}-\\
&-\frac{H_1\cos\beta_{01}}{A_1(\beta_{01})}\left[k_{01}H_1\cos\beta_{01}+(k_{01}+2k_{02})H_2\cos\beta_{02}\right]\times\\
&\times\Bigg\{\Bigg\{\frac{-R_2\sin 2\beta_{02}}{2A_2(\beta_{02})}H_2\cos\beta_{02}\Big\{k_{01}\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{02}\times\\
&\times\left[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)+L_1(\omega_1)L_3(\omega_1)+L_2(\omega_1)L_4(\omega_1)\right]+\\
&+k_{01}\Phi^2(\omega_2)\sin^2\alpha_{02}\times\\
&\times\left[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)+L_1(\omega_2)L_3(\omega_2)+L_2(\omega_2)L_4(\omega_2)\right]-\\
&-C_2\mathrm{tg}\beta_{02}\left[\Phi(\omega_1)L_2(\omega_1)\rho_\theta\omega_1^2\cos^2\alpha_{02}+\right.\\
&\left.+\Phi(\omega_2)L_4(\omega_2)\rho_\psi\omega_2^2\sin^2\alpha_{02}\right]\ \Big\}+\\
&+k_{01}A_2(\beta_{02})\Big\{\Phi(\omega_1)\rho_\theta\omega_1\cos^2\alpha_{02}\times\\
&\times\left[L_1(\omega_1)+L_3(\omega_1)\right]+\\
&+\Phi(\omega_2)\rho_\psi\omega_2\sin^2\alpha_{02}\left[L_1(\omega_2)+L_3(\omega_2)\right]\ \Big\}\Big\}\Bigg\}-\\
&-\frac{H_2\cos\beta_{02}}{A_2(\beta_{02})}\left[(k_{01}+2k_{02})H_1\cos\beta_{01}+k_{01}H_2\cos\beta_{02}\right]\times\\
&\times\Bigg\{\Bigg\{\frac{R_1\sin 2\beta_{01}}{2A_1(\beta_{01})}H_1\cos\beta_{01}\Big\{k_{01}\Phi^2(\omega_1)\cos^2\alpha_{01}\times\\
&\times\left[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)+L_1(\omega_1)L_3(\omega_1)+L_2(\omega_1)L_4(\omega_1)\right]+\\
&+k_{01}\Phi^2(\omega_2)\sin^2\alpha_{01}\times\\
&\times\left[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)+L_1(\omega_2)L_3(\omega_2)+L_2(\omega_2)L_4(\omega_2)\right]-\\
&-C_1\mathrm{tg}\beta_{01}\left[\Phi(\omega_1)L_2(\omega_1)\rho_\theta\omega_1^2\cos^2\alpha_{01}+\right.\\
&\left.+\Phi(\omega_2)L_2(\omega_2)\rho_\psi\omega_2^2\sin^2\alpha_{01}\right]\Big\}+\\
&+k_{01}A_1(\beta_{01})\Big\{\Phi(\omega_1)\rho_\theta\omega_1\cos^2\alpha_{01}\left[L_1(\omega_1)+L_3(\omega_1)\right]+\\
&+\Phi(\omega_2)\rho_\psi\omega_2\sin^2\alpha_{01}\left[L_1(\omega_2)+L_3(\omega_2)\right]\ \Big\}\Big\}\Bigg\}-\\
&-\frac{1}{4}k_{01}^2k_{02}(B_1-B_2)\times\\
&\times\left[\frac{R_1\sin 2\beta_{01}}{A_1(\beta_{01})}\sin 2\alpha_{01}-\frac{R_2\sin 2\beta_{02}}{A_2(\beta_{02})}\sin 2\alpha_{02}\right]\times\\
&\times\Big\{\Phi(\omega_1)\left[L_1(\omega_1)+L_3(\omega_1)\right]\rho_\theta\omega_1+\\
&+\Phi(\omega_2)\left[L_1(\omega_2)+L_3(\omega_2)\right]\rho_\psi\omega_2\Big\}-\\
&-\frac{1}{4}H_1\cos\beta_{01}H_2\cos\beta_{02}\times\\
&\times\Bigg\{\Bigg\{k_{01}^2\left[\frac{R_1\sin 2\beta_{01}\cos^2\alpha_{01}}{A_1^2(\beta_{01})}H_2\cos\beta_{02}+\right.\\
&\left.+\frac{R_2\sin 2\beta_{02}\cos^2\alpha_{02}}{A_2^2(\beta_{02})}H_1\cos\beta_{01}\right]\Big\{\Phi^2(\omega_1)\times\\
&+\left[L_1^2(\omega_1)+L_2^2(\omega_1)+L_3^2(\omega_1)+L_4^2(\omega_1)+\right.\\
&\left.+2L_1(\omega_1)L_3(\omega_1)+2L_2(\omega_1)L_4(\omega_1)\right]+\\
&+\Phi^2(\omega_2)+\left[L_1^2(\omega_2)+L_2^2(\omega_2)+L_3^2(\omega_2)+\right.\\
&\left.+L_4^2(\omega_2)+2L_1(\omega_2)L_3(\omega_2)+2L_2(\omega_2)L_4(\omega_2)\right]\ \Big\}+\\
&+\frac{2R_1C_1\sin^2\beta_{01}}{A_1^2(\beta_{01})}H_2\cos\beta_{02}\Big\{C_1\mathrm{tg}\beta_{01}\times\\
&\times\left(\rho_\theta^2\omega_1^4\cos^2\alpha_{01}+\rho_\psi^2\omega_2^4\sin^2\alpha_{01}\right)-\\
&-2k_{01}\Phi(\omega_1)\rho_\theta\omega_1^2\cos^2\alpha_{01}\left[L_2(\omega_1)+L_4(\omega_1)\right]-\\
&-2k_{01}\Phi(\omega_2)\rho_\psi^2\omega_2^2\sin^2\alpha_{01}\left[L_2(\omega_2)+L_4(\omega_2)\right]\ \Big\}+\\
&+\frac{2R_2C_2\sin^2\beta_{02}}{A_2^2(\beta_{02})}H_1\cos\beta_{01}\times\\
&\times\Big\{C_2\mathrm{tg}\beta_{02}\left(\rho_\theta^2\omega_1^4\cos^2\alpha_{02}+\rho_\psi^2\omega_2^4\sin^2\alpha_{02}\right)-\\
&-2k_{01}\Phi(\omega_1)\omega_1^2\cos^2\alpha_{02}\times\\
&\times\left[L_2(\omega_1)+L_4(\omega_1)\right]-2k_{01}\Phi(\omega_2)\omega_2^2\sin^2\alpha_{02}\times\\
&\times\left[L_2(\omega_2)+L_4(\omega_2)\right]\ \Big\}\Big\}\Big\}\Big\}\Big\}\Big\};
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

здесь

$$\Phi(\omega_1)=\frac{\rho_\theta}{\omega_1^4\left(b-a\omega_1^2\right)+\left(f-d\omega_1^2\right)};$$

$$\Phi(\omega_2)=\frac{\rho_\psi}{\omega_2^4\left(b-a\omega_2^2\right)+\left(f-d\omega_2^2\right)}.$$

Для наглядности рассмотрим числовой пример. Пусть

$H_1 = 4\cdot 10^3$ Гсмс, $H_2 = 4{,}04\cdot 10^3$ Гсмс, $\rho_\psi = 0$,
$\rho_\theta = 0{,}08$ рад, $\omega = 0{,}8\,c^{-1}$, $\alpha_{01} = \alpha_{02} = 15°$,
$\beta_{01} = \beta_{02} = 30°$, $C_1 = 2{,}39$ Гсмс^2, $C_2 = 2{,}40$ Гсмс^2,
$D_1 = 1$ Гсмс^2, $D_2 = 1{,}01$ Гсмс^2, $B_1 = 1{,}01$ Гсмс^2,
$B_2 = 1$ Гсмс^2, $R_1 = 0{,}67$ Гсмс^2, $R_2 = 0{,}65$ Гсмс^2,
$A_1 = 2{,}86$ Гсмс^2, $A_2 = 2{,}88$ Гсмс^2, $k_{01} = 200$ Гсм,
$k_{02} = 205$ Гсм, $L_3 = -L_1 = 3{,}5\cdot 10^{10}$ (Гсм)^4 с^3,
$L_4 = -L_2 = 1{,}2\cdot 10^{10}$ (Гсм)^4 с^3, $\Phi = 4\cdot 10^{-14}$ Гсм^4 с^3.

Тогда

$\langle\dot\alpha_2\rangle \approx 0{,}3$ угл. мин/час;

$\langle\dot\beta_2\rangle \approx 0{,}07$ угл. мин/час.

Для сравнения напомним, что уходы трехстепенного гироскопа без автокомпенсации влияния внешних помех (для условий примера) составляют $\langle\dot\alpha_2\rangle \approx 37$ угл. мин/час и $\langle\dot\beta_2\rangle \approx 10$ угл. мин/час, т. е. на два порядка больше.

4. Синхронная качка

Определим уходы схемы автокомпенсации в случае синхронной качки вида:

$$\theta = \rho_\theta \sin(\omega t + \varepsilon_1), \quad \psi = \rho_\psi \sin(\omega t + \varepsilon_2).$$

Проекции угловых скоростей основания на оси, связанные с наружными рамками гироскопов, в этом случае будут определяться выражениями:

$$\omega_{2x}^{(1i)} = \omega\rho_\theta \cos\alpha_{0i}\cos(\omega t + \varepsilon_1) - \omega\rho_\psi \sin\alpha_{0i}\cos(\omega t+\varepsilon_2)$$
$$\omega_{2y}^{(1i)} = -\omega\rho_\theta \sin\alpha_{0i}\cos(\omega t + \varepsilon_1) - \omega\rho_\psi \cos\alpha_{0i}\cos(\omega t+\varepsilon_2); \quad (3)$$

(i=1, 2).

Решения уравнений первого приближения имеют вид:

$$\beta_{11} = \Phi_1\left\{\rho_\theta\cos\alpha_{01}\left[L_1\cos(\omega t+\varepsilon_1) + L_2\sin(\omega t+\varepsilon_1)\right] - \right.$$
$$\left. -\rho_\psi \sin\alpha_{01}\left[L_1\cos(\omega t+\varepsilon_2) + L_2\sin(\omega t+\varepsilon_2)\right]\right\};$$
$$\beta_{12} = \Phi_1\left\{\rho_\theta\cos\alpha_{02}\left[L_3\cos(\omega t+\varepsilon_1) + L_4\sin(\omega t+\varepsilon_1)\right] - \right.$$
$$\left. -\rho_\psi \sin\alpha_{02}\left[L_3\cos(\omega t+\varepsilon_2) + L_4\sin(\omega t+\varepsilon_2)\right]\right\}, \quad (4)$$

где

$$\Phi_1 = \frac{\omega}{\omega^4(b - a\omega^2) + (f - d\omega^2)}.$$

Подставляя значения (3) и (4) в формулы углов поворота и проводя операцию осреднения полученных выражений во времени, получим значения систематических составляющих ухода схемы автокомпенсации:

$$\langle\dot\alpha_2\rangle = \frac{1}{2k_{01}k_{02}(H_1\cos\beta_{01} + H_2\cos\beta_{02})^2}\times$$
$$\times\left\{\left\{\left\{\frac{H_1\Phi_1\sin\beta_{01}}{A_1(\beta_{01})}\left\{k_{01}k_{02}(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02})\times\right.\right.\right.\right.$$
$$\times\left[\Phi_1L_1H_1\cos\beta_{01} - 2A_1(\beta_{01})\omega L_1\rho_{01}\operatorname{cosec}2\beta_{01}\right] +$$
$$+\frac{1}{2}H_2\cos\beta_{02}\left[(k_{01}+2k_{02})H_1\cos\beta_{01} + k_{01}H_2\cos\beta_{02}\right]\times$$
$$\left.\times\left[k_{01}\Phi_1(L_0+L_{01}) - C_1 tg\beta_{01}\omega^2L_2\rho_{01}\right]\right\} + \frac{H_2\Phi_1\sin\beta_{02}}{A_2(\beta_{02})}\times$$
$$\times\left\{k_{01}k_{02}(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02})\times\right.$$
$$\times\left[-\Phi_1L_{02}H_2\cos\beta_{02} + 2A_2(\beta_{02})\omega\times\right.$$
$$\left.\times L_3\rho_{02}\operatorname{cosec}2\beta_{02}\right] + \frac{1}{2}H_1\cos\beta_{01}\times$$
$$\times\left[k_{01}H_1\cos\beta_{01} + (k_{01}+2k_{02})H_2\cos\beta_{02}\right]\times$$
$$\left.\left.\times\left[k_{01}\Phi_1(L_0+L_{01}) - C_2 tg\beta_{02}\omega^2L_4\rho_{02}\right]\right\}\right\} -$$
$$-\frac{R_1\sin2\beta_{01}}{2A_1^2(\beta_{01})}\times$$
$$\times\left\{\left\{\Phi_1H_2\cos\beta_{02}\left[(k_{01}+2k_{02})H_1\cos\beta_{01} + k_{01}H_2\cos\beta_{02}\right]\times\right.\right.$$
$$\times\left\{H_1\cos\beta_{01}\left[k_{01}\Phi_1(L_0+L_{01}) - C_1tg\beta_{01}\omega^2L_2\rho_{01}\right] - \right.$$
$$\left.-2A_1(\beta_{01})k_{01}\omega\left[L_1\rho_{01}+L_3\rho\right]\operatorname{cosec}2\beta_{01}\right\} +$$
$$+k_{01}k_{02}\Phi_1H_1\cos\beta_{01}(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02})\times$$
$$\times\left[\Phi_1L_{01}H_1\cos\beta_{01} - 2A_1(\beta_{01})\omega L_1\rho_{01}\operatorname{cosec}2\beta_{01}\right] +$$
$$+\frac{1}{2}H_1\cos\beta_{01}H_2^2\cos^2\beta_{02}\times$$
$$\times\left\{k_{01}^2\Phi_1^2(2L_0+L_{01}+L_{02}) + \right.$$
$$+C_1\omega^2tg\beta_{01}\left[C_1\omega^2tg\beta_{01}\rho_{01} + 2k_{01}\Phi_1\times\right.$$
$$\left.\left.\left.\times(L_2\rho_{01}-L_4\rho)\right]\right\}\right\} + \frac{R_2\sin2\beta_{02}}{2A_2^2(\beta_{02})}\times$$
$$\times\left\{\left\{\Phi_1H_1\cos\beta_{01}\left[k_{01}H_1\cos\beta_{01} + (k_{01}+2k_{02})\times\right.\right.\right.$$
$$\left.\times\left[H_2\cos\beta_{02}\right]\right\{-H_2\cos\beta_{02}\times$$
$$\times\left[k_{01}\Phi_1(L_0+L_{02}) - C_2tg\beta_{02}\omega^2L_4\rho_{02}\right] -$$
$$\left.-2A_2(\beta_{02})k_{01}\omega\left[L_3\rho_{02}+L_1\rho\right]\operatorname{cosec}2\beta_{02}\right\} +$$
$$+k_{01}k_{02}\Phi_1H_2\cos\beta_{02}(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02})\times$$
$$\times\left[\Phi_1L_{02}H_2\cos\beta_{02} + 2A_2(\beta_{02})\omega L_3\rho_{02}\operatorname{cosec}2\beta_{02}\right] -$$
$$-\frac{1}{2}H_1^2\cos^2\beta_{01}H_2\cos\beta_{02}\times$$
$$\times\left\{k_{01}^2\Phi_1^2(2L_0+L_{01}+L_{02}) + \right.$$
$$+C_2\omega^2tg\beta_{02}\left[C_2\omega^2tg\beta_{02}\rho_{02} + 2k_{01}\Phi_1\times\right.$$
$$\left.\left.\left.\times(L_4\rho_{02}-L_2\rho)\right]\right\}\right\} + \frac{R_1(B_1-B_2)\sin2\beta_{01}}{2A_1(\beta_{01})}\times$$
$$\times k_{01}k_{02}\left\{\ \left\{\ k_{01}\Phi_1\omega\left\{L_1\rho_{03} + L_3\rho_{05} - \right.\right.\right.$$
$$\left.-\rho_\theta\rho_\psi\sin(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\left[L_2\cos2\alpha_{01} + L_4\cos(\alpha_{01}+\alpha_{02})\right]\right\} +$$
$$\left.\left.+C_1\omega^3tg\beta_{01}\rho_\theta\rho_\psi\cos2\alpha_{01}\sin(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\ \right\}\ \right\} -$$
$$-\frac{R_2(B_1-B_2)\sin2\beta_{02}}{2A_2(\beta_{02})}k_{01}k_{02}\times$$
$$\times\left\{\left\{k_{01}\Phi_1\omega\left\{L_1\rho_{06} + L_3\rho_{04} - \rho_\theta\rho_\psi\sin(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\times\right.\right.\right.$$
$$\left.\times\left[L_2\cos(\alpha_{01}+\alpha_{02}) + L_4\cos2\alpha_{02}\right]\right\} +$$
$$\left.\left.\left.\left.\left.+C_2\omega^3tg\beta_{02}\rho_\theta\rho_\psi\cos2\alpha_{02}\sin(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\ \right\}\ \right\}\right\}\right\}\right\}; \quad (5)$$

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \dot\beta_2 \right\rangle = \frac{1}{2k_{01}k_{02}\left(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02}\right)^2}\Bigg\{\ \Big\{\ \Big\{\ H_1\Phi_1 k_{01}k_{02}\times\\
&\times\frac{A_1(\beta_{01})-A_2(\beta_{02})}{A_1(\beta_{01})}\Big\{k_{01}\Phi_1\left(L_0+L_{01}\right)-\omega^2\rho_{01}\times\\
&\times\left[C_1 tg\beta_{01}L_2+2A_1(\beta_{01})L_1 cosec2\beta_{01}\right]\ \Big\}+H_2\Phi_1 k_{01}k_{02}\times\\
&\times\frac{A_1(\beta_{01})-A_2(\beta_{02})}{A_2(\beta_{02})}\Big\{k_{01}\Phi_1\left(L_0+L_{02}\right)-\rho_{02}\omega^2\times\\
&\times\left[C_2 tg\beta_{02}L_4+2A_2(\beta_{02})L_3 cosec2\beta_{02}\right]\ \Big\}-\frac{R_1\sin 2\beta_{01}}{4A_1^2(\beta_{01})}\times\\
&\times\Big\{\ \left[-k_{02}A_2(\beta_{02})H_1\cos\beta_{01}+\left(k_{02}+2k_{01}\right)A_1(\beta_{01})H_2\cos\beta_{02}\right]\times\\
&\times\left[k_{01}^2\Phi_1^2\left(2L_0+L_{01}+L_{02}\right)-2k_{01}\Phi_1 C_1\omega^2 tg\beta_{01}\left(L_2\rho_{01}+L_4\rho\right)+\right.\\
&\left.+C_1^2\omega^4\rho_{01}tg^2\beta_{01}\right]+4k_{01}k_{02}\Phi_1 H_1\cos\beta_{01}\left[A_1(\beta_{01})-A_2(\beta_{02})\right]\times\\
&\times\left[k_{01}\Phi_1\left(L_0+L_{01}\right)-C_1\omega^2\rho_{01}L_2 tg\beta_{01}\right]\ \Big\}-\frac{R_2\sin 2\beta_{02}}{4A_2^2(\beta_{02})}\times\\
&\times\Big\{\ \left[\left(k_{02}+2k_{01}\right)A_2(\beta_{02})H_1\cos\beta_{01}-k_{02}A_1(\beta_{01})H_2\cos\beta_{02}\right]\times\\
&\times\left[k_{01}^2\Phi_1^2\left(2L_0+L_{01}+L_{02}\right)-2k_{01}\Phi_1 C_2\omega^2 tg\beta_{02}\left(L_2\rho_{02}+L_4\rho\right)+\right.\\
&\left.+C_2^2\omega^4\rho_{02}tg^2\beta_{02}\right]+4k_{01}k_{02}\Phi_1 H_2\cos\beta_{02}\left[A_1(\beta_{01})-A_2(\beta_{02})\right]\times\\
&\times\left[k_{01}\Phi_1\left(L_0+L_{01}\right)-C_2\omega^2\rho_{02}L_4 tg\beta_{02}\right]\ \Big\}-\\
&-2k_{01}^2k_{02}\Phi_1\omega\left(L_1\rho_{01}+L_3\rho\right)\times\\
&\times\left[A_1(\beta_{01})-A_2(\beta_{02})\right]\left[\frac{R_1}{A_1(\beta_{01})}-\frac{R_2}{A_2(\beta_{02})}\right]+\\
&+k_{01}k_{02}\omega\left(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02}\right)\times\\
&\times\Big\{\Phi_1 H_1\sin\beta_{01}\left[L_1\rho_{03}+L_2\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\right]+\Phi_1 H_2\sin\beta_{02}\times\\
&\times\left[L_3\rho_{04}+L_4\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\right]+\Phi_1\omega\left(B_1L_2\rho_{01}-B_2L_4\rho_{02}\right)-\\
&-\omega\left(D_1\rho_{03}-D_2\rho_{04}\right)\ \Big\}-\frac{R_1\sin 2\beta_{01}}{4A_1(\beta_{01})}\times\\
&\times\Big\{\Big\{2k_{01}k_{02}\Phi_1\omega H_1\cos\beta_{01}\times\\
&\times\left(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02}\right)\left[L_1\rho_{03}-L_2\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\right]+\\
&+k_{01}\Phi_1\omega H_2\cos\beta_{02}\times\\
&\times\left[\left(k_{02}+2k_{01}\right)H_1\cos\beta_{01}+k_{02}H_2\cos\beta_{02}\right]\times\\
&\times\Big\{L_1\rho_{03}+L_3\rho_{05}-\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\times\\
&\times\left[L_4\cos\left(\alpha_{01}+\alpha_{02}\right)-L_2\right]\ \Big\}-\\
&-C_1\omega^3 tg\beta_{01}\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)H_2\cos\beta_{02}\times\\
&\times\left[\left(k_{02}+2k_{01}\right)H_1\cos\beta_{01}+k_{02}H_2\cos\beta_{02}\right]\ \Big\}\ \Big\}+\\
&+\frac{R_2\sin 2\beta_{02}}{4A_2(\beta_{02})}\Big\{\ \Big\{-2k_{01}k_{02}\Phi_1\omega H_2\cos\beta_{02}\times\\
&\times\left(H_1\cos\beta_{01}+H_2\cos\beta_{02}\right)\times\\
&\times\left[L_3\rho_{04}-L_4\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\right]+k_{01}\Phi_1\omega H_1\cos\beta_{01}\times\\
&\times\left[k_{02}H_1\cos\beta_{01}+\left(k_{02}+2k_{01}\right)H_2\cos\beta_{02}\right]\times\\
&\times\Big\{L_1\rho_{06}+L_3\rho_{04}-\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\times\\
&\times\left[L_4\cos\left(\alpha_{01}+\alpha_{02}\right)-L_2\right]\ \Big\}+\\
&+C_1\omega^3 tg\beta_{02}\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)H_1\cos\beta_{01}\times\\
&\times\left[k_{02}H_1\cos\beta_{01}+\left(k_{02}+2k_{01}\right)H_2\cos\beta_{02}\right]\ \Big\}\Big\}\Big\}\Big\}\Bigg\},
\end{aligned}
\tag{6}
$$

где

$$
\begin{aligned}
&\rho=\rho_\theta^2\cos\alpha_{01}\cos\alpha_{02}+\rho_\psi^2\sin\alpha_{01}\sin\alpha_{02}-\\
&-2\rho_\theta\rho_\psi\cos\alpha_{01}\sin\alpha_{02}\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&\rho_{01}=\rho_\theta^2\cos^2\alpha_{01}+\rho_\psi^2\sin^2\alpha_{01}-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\sin 2\alpha_{01}\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&\rho_{02}=\rho_\theta^2\cos^2\alpha_{02}+\rho_\psi^2\sin^2\alpha_{02}-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\sin 2\alpha_{02}\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&\rho_{03}=-\frac{1}{2}\rho_\theta^2\sin 2\alpha_{01}+\frac{1}{2}\rho_\psi^2\sin 2\alpha_{01}-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\cos 2\alpha_{01}\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&\rho_{04}=-\frac{1}{2}\rho_\theta^2\sin 2\alpha_{02}+\frac{1}{2}\rho_\psi^2\sin 2\alpha_{02}-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\cos 2\alpha_{02}\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&\rho_{05}=-\rho_\theta^2\sin\alpha_{01}\cos\alpha_{02}+\rho_\psi^2\cos\alpha_{01}\sin\alpha_{02}-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\cos\left(\alpha_{01}+\alpha_{02}\right)\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&\rho_{06}=-\rho_\theta^2\cos\alpha_{01}\sin\alpha_{02}+\rho_\psi^2\sin\alpha_{01}\cos\alpha_{02}-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\cos\left(\alpha_{01}+\alpha_{02}\right)\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&L_0=\left(L_1L_4+L_2L_3\right)\left[\rho_\theta^2\cos\alpha_{01}\cos\alpha_{02}+\right.\\
&\left.+\rho_\psi^2\sin\alpha_{01}\sin\alpha_{02}-\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\alpha_{01}+\alpha_{02}\right)\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\right]-\\
&-\left(L_1L_4+L_2L_3\right)\rho_\theta\rho_\psi\sin\left(\alpha_{01}-\alpha_{02}\right)\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right);\\
&L_{01}=\left(L_1^2+L_2^2\right)\left(\rho_\theta^2\cos^2\alpha_{01}+\rho_\psi^2\sin^2\alpha_{01}\right)-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\sin 2\alpha_{01}\times\left[L_1^2\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)+L_2^2\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\right];\\
&L_{02}=\left(L_3^2+L_4^2\right)\left(\rho_\theta^2\cos^2\alpha_{02}+\rho_\psi^2\sin^2\alpha_{02}\right)-\\
&-\rho_\theta\rho_\psi\sin 2\alpha_{02}\times\left[L_3^2\cos\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)+L_4^2\sin\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\right].
\end{aligned}
$$

5. Выводы

Таким образом, практически полная инвариантность по отношению к угловому движению основания достигается при одинаковости значений параметров гироскопа-измерителя и гироскопа-физической модели. Но, так как подбор приборов с идентичным значениями характеристик и сложен, и неоправданно длителен, целесообразно к этому пункту создания схемы автокомпенсации относиться условно и решать поставленную задачу с помощью обратных связей, которые сделают это автоматически путем сравнивания углов поворота относительно кожуха и т. п. процедур.

Очевидно, что при взаимной перпендикулярности рамок гироскопов уход схемы автокомпенсации по параметру α (во втором приближении) отсутствует.

Литература

1. Одинцов А. А. Об уменьшении погрешностей гиростабилизаторов от перекрестных связей [Текст] / А. А. Одинцов, В. В. Карачун // Прикл. механика. — 1973. — IX, № 10. — С. 111–118.

2. Автокомпенсация инструментальных погрешностей гиросистем [Текст] : моногр. / М. И. Малтинский, И. М. Окон, С. М. Зельдович, Я. Г. Остромухов. — Л. : Судостроение, 1976. — 255 с.
3. Теория инвариантности автоматически регулируемых и управляемых систем [Текст] / В. С. Кульбакин. — М. : Изд-во АН СССР, 1961. — Т. 1. — 459 с.
4. Одинцов А. А. Метод автокомпенсации влияния внешних помех, действующих на гироскопы и маятниковые акселерометры [Текст] / А. А. Одинцов // Автоматика и приборостроение — К. : Техніка, 1973. — С. 87—94.
5. Каргу Л. И. Гироскопическая система с реверсируемым кинетическим моментом [Текст] / Л. И. Каргу // Изв. Высших уч. зав. СССР. Приборостроение. — 1964. — Т. 7. — № 6. — С. 65—70.
6. Ильчанинов В. П. Влияние принудительного вращения карданова подвеса на движение астатического гироскопа [Текст] / В. П. Ильчанинов // Изв. Высших уч. зав. СССР. Приборостроение. — 1970. — Т. 13. — № 12. — С. 66—70.
7. Карачун В. В. Гироскоп направления с двух канальной схемой автокомпенсации влияния помех при нерегулярной качке основания [Текст] / В. В. Карачун // Влияние вибрации, линейных ускорений и вращений основания на поведение гироскопических устройств. — Томск : Изд-во ТПИ им. С. М. Кирова. — 1981. — С. 13—17.

УДК 531.384

НАНОМЕХАНИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ КАНТИЛЕВЕРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ АТОМНО-СИЛОВОГО МИКРОСКОПА

Н. Ю. Гетманенко
Аспирант
Кафедра биомедицинской электроники
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина 61000
Контактный тел.: 050-845-45-33
E-mail: getmanenko@gala.net

У даній роботі розглянуті процеси деформації, що виникають в кантилевері атомно-силового мікроскопа. Отримано математичні моделі, що описують деформації кантилевера в просторі залежно від величини і напрямку зовнішніх сил.

Ключові слова: *атомно-силовий мікроскоп, кантилевер, біосенсор, деформація.*

В данной работе рассмотрены процессы деформации, возникающие в кантилеверах атомно-силового микроскопа. Получены математические модели, описывающие деформации кантилевера в пространстве в зависимости от величины и направления внешних сил.

Ключевые слова: *атомно-силовой микроскоп, кантилевер, биосенсор, деформация.*

This study focuses on the processes of deformation, resulting in the cantilever of an atomic force microscope. The mathematical models describing the deformation of the cantilever in space depending on the magnitude and direction of external forces are developed.

Keywords: *atomic force microscope, cantilever, biosensor, deformation.*

1. Введение

Начало 21 века ознаменовалось бурным развитием новой междисциплинарной области фундаментальной и прикладной науки и техники — нанотехнологии. Резкий скачок в этой области стал возможен благодаря появлению новых классов устройств, позволяющих манипулировать с объектами на наноуровне, таких как сканирующие зондовые микроскопы. Характерным представителем сканирующих зондовых микроскопов является атомно-силовой микроскоп (АСМ). Изобретенный в 1986 г. Гердом Биннигом и Кристофом Гербером [1], он получил широчайшее применение в различных областях науки как высокочувствительный профилеметр поверхности. Но уже в скором времени исследователям стало понятно, что область применения АСМ не ограничивается только измерением морфологии поверхности объекта [2]. Одной из перспективных альтернативных областей применения АСМ, является построение на базе кантилеверных элементов АСМ высокочувствительных селективных биосенсоров, позволяющих не только детектировать биообъекты, но и измерять, возникающие между ними силовые взаимодействия [3].

Разработка биосенсоров на базе АСМ требует не только усовершенствования аппаратной части АСМ, но и разработки математических моделей с учетом специфики работы биосенсоров. Разработка математической модели, описывающей деформации кантилевера, являющегося первичным датчиком биосенсора, позволит с высокой достоверностью интерпретировать сигнал отклика сенсора на внешние воздействия на наноуровне. В связи с этим в данной работе рассматривается математическая модель, описывающая зависимость деформации кантилевера в пространстве от действия внешних сил и приведено соответствующее решение.

Кантилевер представляет собой твердотельную консоль, на свободном конце которой располагается игольчатый зонд (рис. 1). В процессе сканирования на кантилевер