Робота є третьою в циклі статей, присвячених проблемі оцінки складності логічних дерев класифікації. Досліджується питання стійкості максимального логічного дерева відносно перестановки ярусів

Ключові слова: логічні дерева, класифікація, оптимізація

Работа является третьей в цикле статей, посвященных проблеме оценки сложности логических деревьев классификации. Исследуется вопрос устойчивости максимального логического дерева относительно перестановки ярусов

Ключевые слова: логические дерева, классификация, оптимизация

Work is the third in a series of articles devoted to the problem of evaluation of complexity of the logical tree of classification. The question of the sustainability of the maximum of a logical tree on rearrangement of layers is investigated

Keywords: logical tree, classification, optimization

УДК 001.891:65.011.56

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ МАКСИМАЛЬНОГО ЛОГІЧНОГО ДЕРЕВА ВІДНОСНО ПЕРЕСТАНОВКИ ЯРУСІВ

Ф.Г. Ващук
Доктор технічних наук, професор*
E-mail: vashuk@zakdu.edu.ua

Ю.А. Василенко
Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри
Кафедра «Інформаційні управляючі системи та технології»**
Контактний тел.: (0312) 2-37-54
E-mail: vasilenko@zakdu.edu.ua

І.Ф. Повхан
Кандидат технічних наук, доцент, завідувач лабораторією
Лабораторія "Інформаційні системи та програмне забезпечення"*
*Кафедра «Програмне забезпечення автоматизованих систем**
Контактний тел.: 068-555-44-59
E-mail: comi@zakdu.edu.ua
**Закарпатський державний університет
вул. Заньковецької, 87 "Б", м. Ужгород, 88015

Вступ

Як вже було відзначено в [1,2], одна і та ж сама функція $F=f(x_1,x_2,...,x_n)$ може бути реалізована за допомогою $n!$ дерев, які характеризуються певною складністю:

$$F:D_1,D_2,..,D_{n!}.$$

Під складністю функції або функціональною складністю будемо розуміти складність мінімального дерева, тобто:

$$|F|=\min\{|D_1|,|D_2|,....,|D_{n!}|\},$$

де $|F|$ – складність функції, а $|D_i|$ – складність відповідних $(i=1,2,...,n!)$ дерев. Легко бачити, що $|D_{max}|\geq D,\forall D$ та $|F_{max}|\geq F,\forall F$, а так як $|F_{max}|=\min|D_{max}|$, то $|F_{max}|\leq|D_{max}|$.

Виникає питання, чи можливо, щоб функціональна складність була рівна складності дерева, тобто чи можлива наступна рівність.

$$|F_{max}|=|D_{max}|.$$

Іншими словами, чи існує найбільш складне дерево, яке не змінює своєї складності при перестановці ярусів.

Стійкість максимального дерева

Для розв'язку даної задачі необхідно з'ясувати стійкість максимального дерева по відношенню до перестановки будь-яких ярусів.

За максимальне виберемо дерево з класу найбільш складних дерев, в якому $N=2^m+m$. Його критичний ярус буде знаходитися в деякому i – ому ярусі, а так як для $[k]$ – критичного ярусу $2^K=2^{K^{N-K}}$, то $2^i=2^{2^{N-i}}$, тобто всі мітки $\gamma_i(i=1,2,...,k)$, які стоять на $i[k]$ ярусі, будуть різними (рис. 1).

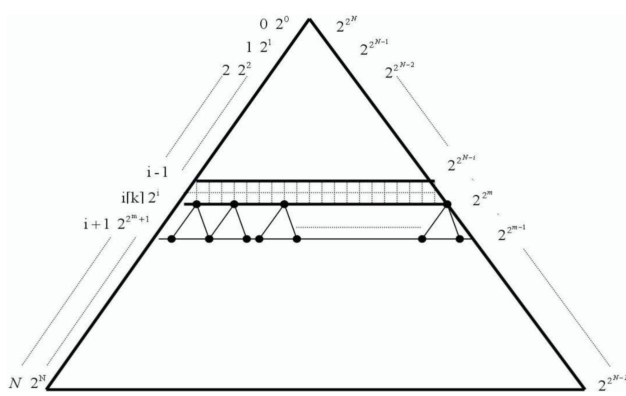


Рис. 1. Дерево з класу найбільш складних дерев, в якому $N=2^m+m$

Для того, щоб складність дерева не змінювалася, на його критичному ярусі не повинно з'являтися однакових міток при довільній перестановці змінних (ярусів).

Перестановка $0,1,\ldots,i-1-$ого ярусів нічого не змінить на $[k]$ критичному ярусі, оскільки при перестановці сусідніх ярусів буде змінюватися тільки порядок розташування міток, а так як всі γ_i на $0,1,\ldots,i-1$ ярусах різні, то на критичному ярусі всі мітки знову ж будуть різними [1].

Перестановка $i,i+1,\ldots,N$ ярусів також не приведе до появи однакових міток на критичному ярусі. Зважаючи на те, що кожна мітка $i+1,\ldots,N$ ярусів фактично є функцією, яка залежить від інших змінних, які розташовані знизу, то взявши дві функції (дві мітки) на $(i+1)-$ ому ярусі:

$$f_1(x_{i+2},\ldots,x_j,x_{j+1},\ldots,x_N) \text{ та } f_2(x_{i+2},\ldots,x_j,x_{j+1},\ldots,x_N),$$

і здійснивши перестановку довільних j та $j+1$ ярусів, отримуємо вже зовсім інші функції:

$$\varphi_1(x_{i+2},\ldots,x_{j+1},x_j,\ldots,x_N) \text{ та } \varphi_2(x_{i+2},\ldots,x_{j+1},x_j,\ldots,x_N),$$

інші мітки, але не зовсім нові, а з числа тих, що стоять на $i-$ому ярусі, так як всі мітки на $i+1,\ldots,N$ ярусах вичерпують мітки критичного ярусу (бо на $i+1,\ldots,N$ ярусах нових міток немає), а якщо $f_1 \neq f_2$, то $\varphi_1 \neq \varphi_2$, а отже, всі γ_i на $i[k]$ ярусі знову ж різні, хіба що записані в іншому порядку.

Залишилося розглянути перестановку $(i-1)-$го з $i-$м ярусом, так як тільки перестановка на цих двох ярусах може дати одну або декілька однакових міток на критичному ярусі, яка (за теоремою 1 з [1]) може пройти наступним чином:

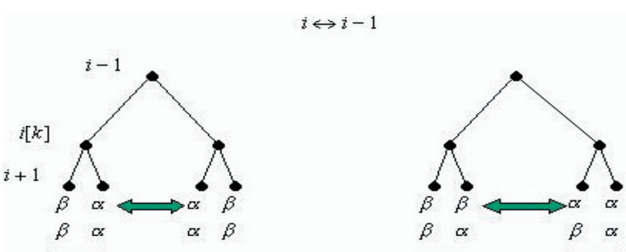


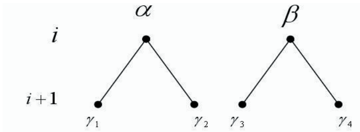
Рис. 2. Схема перестановки $(i-1)-$го з $i-$м ярусом

Можна бачити, що поява однакових міток на $i[k]$ ярусі буде залежати від розташування міток на $(i+1)-$ому ярусі. А так як нам відомо, що на $(k+1)-$ому ярусі кількість вершин (2^{2^m+1}) перебільшує кількість міток $(2^{2^{m-1}})$, які можна розташувати в цих вершинах, то задача фактично зводиться до пошуку такої розстановки міток на $(i+1)-$ому ярусі, при якій довільні вершини (мітки) критичного ярусу будуть різними. Для цього необхідне виконання двох умов:

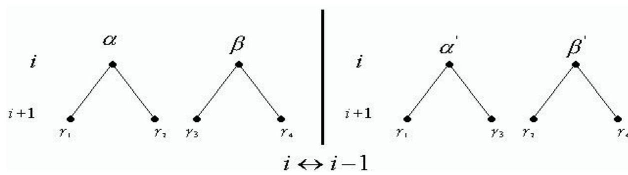
Умова 1 (умова різних міток)

$$\alpha \neq \beta \Leftrightarrow (\gamma_1\gamma_2) \neq (\gamma_3\gamma_4) \tag{1}$$

$$(\alpha \neq \beta \Leftrightarrow (\gamma_1 \neq \gamma_3) \vee (\gamma_2 \neq \gamma_4)) \tag{2}$$



Умова 2 (умова не порушення умови 1 при перестановці $(i-1)-$ого з $i-$м ярусом



$$\alpha' \neq \beta' \Leftrightarrow (\gamma_1\gamma_3) \neq (\gamma_2\gamma_4) \tag{3}$$

$$(\alpha' \neq \beta' \Leftrightarrow (\gamma_1 \neq \gamma_2) \vee (\gamma_3 \neq \gamma_4)) \tag{4}$$

Таким чином, щоб знайти розстановку, яка буде задовольняти ці дві умови, необхідно дослідити стійкість дерева відносно перестановки $i-$ого та $(i-1)-$ого ярусів.

Зауваження 1

Для зручності викладу перепозначимо $i-1,i,i+1$ яруси відповідно на $m-1,m,m+1$.

Введемо основні поняття. Під розташуванням будемо розуміти довільну послідовність пар міток на $(m+1)-$ому ярусі, причому пари можуть бути однаковими. Під розстановкою, будемо розуміти розташування, в якому немає однакових пар. Тоді розстановку назвемо m стійкою, якщо при перестановці m з $m-1$ ярусом, вона знову ж переходить в розстановку

$$L \xrightarrow{m\leftrightarrow m-1} L_m \tag{5}$$

Нехай $L-$довільна розстановка. Необхідно дослідити, як L перетворюється на L_m, тобто умову (5), і по якій причині L_m вже не є розстановкою, тобто що порушує стійкість розстановки L. Якщо $L-$деяка розстановка на $(m+1)-$ому ярусі, то після $m \leftrightarrow m-1$ ярусів у неї будуть мінятися мітки, які стоять на других та третіх місцях в кожній четвірці (теорема 1 з [1]), які складаються з двох пар міток, тобто $\gamma_{i+1,4k+2} \underset{\leftarrow}{\overset{\rightarrow}{}} \gamma_{i+1,4k+3} (2 \leq i \leq N, 0 \leq k \leq 2^{i-1}-1)$.

При цьому отримуємо розстановку, яка відрізняється від початкової порядком розташування пар міток. Очевидно, що одержана розстановка буде m стійкою, якщо в початковій L не було жодної четвірки, яка б містила пари, побудовані з однакових елементів $\gamma_i\hat{\ }\gamma_i\ \ \gamma_j\hat{\ }\gamma_j$ $(i \neq j; i,j=1,2,\ldots,k)$, тому що вони дають отримання однакових міток на $m[k]$ критичному ярусі при перестановці m та $(m-1)-$ого ярусів:

$$\begin{array}{c} \gamma_i\hat{\ }\gamma_i \;\underset{m\leftrightarrow m-1}{\leftrightarrow}\; \gamma_j\hat{\ }\gamma_j \\ \gamma_i\hat{\ }\gamma_j \quad\quad \gamma_i\hat{\ }\gamma_j \end{array}.$$

Нехай, наприклад, в розстановці L знаходиться четвірка вигляду $L: \alpha\hat{\ }\alpha\ \ \beta\hat{\ }\beta$, позначимо її мітки через $\gamma_1\hat{\ }\gamma_2\ \ \gamma_3\hat{\ }\gamma_4$, тоді після перестановки $m \leftrightarrow m-1$ ярусів отримуємо $\gamma_1\hat{\ }\gamma_3\ \ \gamma_2\hat{\ }\gamma_4$ або $\alpha\hat{\ }\beta\ \ \alpha\hat{\ }\beta$.

Зрозуміло, що для стійкості розстановки, для жодної з її четвірок не повинна виконуватися умова $(\gamma_1\gamma_3) = (\gamma_2\gamma_4)$ або $(\gamma_1 = \gamma_2 \& \gamma_3 = \gamma_4)$. Але цього недостатньо, тому-що в будь-яких двох четвірках $(\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4)$ та $(\delta_1\delta_2\delta_3\delta_4)$ розстановки L пари міток також повинні відрізнятися одна від одної, - в протилежному випадку не всі мітки критичного ярусу будуть різними.

Отже з вищесказаного випливає достатня та необхідна умова стійкості розстановки. Для того, щоб довільна розстановка L була m стійкою $L \xrightarrow{m\leftrightarrow m-1} L_m$, необхідно і достатньо, щоб дві її четвірки на $(m+1)-$ ярусі $\begin{array}{c}(\gamma_1\gamma_2 \leftrightarrow \gamma_3\gamma_4)\&(\delta_1\delta_2 \leftrightarrow \delta_3\delta_4) \\ {\scriptstyle m\leftrightarrow m-1} \\ (\gamma_1\gamma_3 \quad \gamma_2\gamma_4)\&(\delta_1\delta_3 \quad \delta_2\delta_4)\end{array}$ не задовольняє жодного з співвідношень $(1-6)$:

1) $\gamma_1\gamma_3 = \gamma_2\gamma_4 \qquad (\gamma_1 = \gamma_2 \& \gamma_3 = \gamma_4);$

2) $\delta_1\delta_3 = \delta_2\delta_4 \qquad (\delta_1 = \delta_2 \& \delta_3 = \delta_4);$

3) $\gamma_1\gamma_3 = \delta_1\delta_3 \qquad (\gamma_1 = \delta_1 \& \gamma_3 = \delta_3);$

4) $\gamma_1\gamma_3 = \delta_2\delta_4 \qquad (\gamma_1 = \delta_2 \& \gamma_3 = \delta_4);$

5) $\gamma_2\gamma_4 = \delta_1\delta_3 \qquad (\gamma_2 = \delta_1 \& \gamma_4 = \delta_3);$

6) $\gamma_2\gamma_4 = \delta_2\delta_4 \qquad (\gamma_2 = \delta_2 \& \gamma_4 = \delta_4);$

Іншими словами, якщо необхідну та достатню умову m стійкості позначити через B, $B: L \xrightarrow{m\leftrightarrow m-1} L_m$, а співвідношення 1–6 відповідно через $A_1, A_2, \ldots, A_6$, крім того, $A_i = (a_1^{(i)} \& a_2^{(i)}), (i = 1 \div 6)$, то $B \Leftrightarrow \overline{A_1} \& \overline{A_2} \& \overline{A_3} \& \overline{A_4} \& \overline{A_5} \& \overline{A_6}$. Підставляючи значення $A_i (i = 1 \div 6)$ і враховуючи формули де Моргана, остаточно отримуємо:

$$B \Leftrightarrow \overline{(a_1^{(1)} \& a_2^{(1)})} \& \overline{(a_1^{(2)} \& a_2^{(2)})} \& \ldots \& \overline{(a_1^{(6)} \& a_2^{(6)})} =$$

$$= (\overline{a_1^{(1)}} \vee \overline{a_2^{(1)}}) \& (\overline{a_1^{(2)}} \vee \overline{a_2^{(2)}}) \& \ldots \& (\overline{a_1^{(6)}} \vee \overline{a_2^{(6)}})$$

Але зразу ж знайти всі стійкі розстановки, спираючись на достатню та необхідну умову, не так-то просто. З попередніх робіт відомо, що на $(m+1)-$ ому ярусі знаходяться $2^{2^{m-1}}$ міток та 2^{2^m+1} вершин, причому $2^{2^m+1} > 2^{2^{m-1}}$. Тобто одна і та ж сама мітка може знаходитися в декількох вершинах. Якщо з цих міток скласти пари (їх буде n^2)

$$2^{2^{m-1}} \cdot 2^{2^{m-1}} = 2^{2 \cdot 2^{m-1}} = 2^{2^m} \qquad (6)$$

то серед них будуть пари двох типів: $(\gamma_i\gamma_i)$ та $(\gamma_i\gamma_j)$ $(i, j = 1, 2, \ldots, k)-$ пари, які складаються з однакових елементів (міток) і різних (в подальшому, просто однакові та різні пари). Підрахуємо їх кількість. Зрозуміло, що кількість однакових пар рівна кількості всіх міток $\gamma_1\gamma_2 \ldots \gamma_{k-1}\gamma_k$:

$$k : (\gamma_i\gamma_i) = 2^{2^{m-1}} \qquad (7)$$

а різних – кількості розміщень з даних міток по два:

$\overline{k} : (\gamma_i\gamma_j) = A_k^2$, $(A_k^n = \dfrac{k!}{(k-n)!})$.

$$A_k^2 = A_{2^{2^{m-1}}}^2 = \frac{2^{2^{m-1}}!}{(2^{2^{m-1}}-2)!} = \frac{(2^{2^{m-1}}-2)! \cdot (2^{2^{m-1}}-1) \cdot 2^{2^{m-1}}}{(2^{2^{m-1}}-2)!} =$$

$$= 2^{2^{m-1}} \cdot (2^{2^{m-1}}-1) = 2^{2^m} - 2^{2^{m-1}} = 2^{2^{m-1}} \cdot (2^{2^{m-1}}-1)$$

тобто

$$\overline{k} : (\gamma_i\gamma_j) = A_k^2 = 2^{2^m} - 2^{2^{m-1}} = 2^{2^{m-1}} \cdot (2^{2^{m-1}}-1) \qquad (8)$$

Тоді кількість всіх пар, дійсно, дорівнює сумі однакових та різних пар, причому різних пар завжди більше.

$$2^{2^m} = k + \overline{k} = 2^{2^{m-1}} + (2^{2^m} - 2^{2^{m-1}}) \qquad (9)$$

Отже, всі пари на $(n+1)-$ ому ярусі різні. Послідовність цих пар створює перестановку. Всього буде $2^{2^m}!$ перестановок. Це означає, що для $(n+1)-$ ого ярусу можна побудувати $2^{2^m}!$ розстановок, які є перестановками даної. Перебирати їх всіх для з'ясування стійкості (вже при $m = 3$) досить складно, тому в подальшому займемось знаходженням класів стійких розстановок.

Під класом стійких розстановок будемо розуміти сукупність розстановок, для яких виконується умова (5). Якщо умова (5) не виконується – одержуємо клас нестійких розстановок.

Будемо вважати, що кожна розстановка $L^{(k)}$ довільного класу розстановок Q_k будується з четвірок, які або містять однакову пару $(\gamma_i\gamma_i)$, або ні. Тоді довільну розстановку будемо розглядати як розстановку, яка складається з двох частин:

$$L_{ij}^{(k)} = L_i^{(k)} \cup L_j^{(k)} \qquad (10)$$

де $L_i^{(k)}-$ частина розстановки, в якій четвірки містять однакову пару $(\gamma_i\gamma_i)$, а $L_j^{(k)}-$ частина розстановки, в якій четвірки не містять таких пар (обидві пари різні). На основі цього довільне розташування буде розстановкою, коли:

$$L_i^{(k)} \cap L_j^{(k)} = \varnothing \qquad (11)$$

Це означає відсутність однакових пар в розстановці. Тоді розстановка буде m стійкою, якщо частини, з яких вона складається, також стійкі. Будемо казати, що $L_i^{(k)}$ та $L_j^{(k)}$ - стійкі частини розстановки $L_{ij}^{(k)}$, якщо перестановка $m-$ го яруса з $(m-1)-$ м зберігає вигляд, відповідний цим частинам четвірок, можливо, лише змінюючи розташування в них пар.

$$L_i^{(k)} \xrightarrow{m\leftrightarrow m-1} (L_i^{(k)})_m \qquad (12)$$

$$L_j^{(k)} \xrightarrow{m\leftrightarrow m-1} (L_j^{(k)})_m \qquad (13)$$

Тоді умова (14) є необхідною та достатньою умовою m стійкості розстановки.

$$(L_i^{(k)})_m \cap (L_j^{(k)})_m = \varnothing \qquad (14)$$

Для того, щоб знайти всі такі розстановки, випишемо всі можливі види четвірок, які отримуються при перестановці пар та індексів, враховуючи, що максимально допустиме число однакових міток в четвірці дорівнює трьом (табл. 1 дивитися тільки четвірки).

Зауваження 2

Всі класи розстановок (стійких та нестійких) будуть знайдені, якщо (табл. 1) буде повністю вичерпана.

Таблиця 1

Види четвірок, які отримуються при перестановці пар та індексів

<table>
<tr><th>Кількість однакових міток</th><th>N п/ п</th><th colspan="2">Можливі четвірки на $(m+1)-$ому ярусі</th></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>1a</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_j}$
11 12
I Q_{1I}</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_j\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_i}$
21 11
II Q_{1II}</td></tr>
<tr><td>1в</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_i \leftrightarrow \gamma_j\hat{\gamma}_i}$ 11 12
I
$\gamma_i\hat{\gamma}_j\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_i$
Q_{2I}</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_j \leftrightarrow \gamma_i\hat{\gamma}_i}$ 12 11
II
$\gamma_i\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_j\hat{\gamma}_i$
Q_{2II}</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td>2a</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_i \leftrightarrow \gamma_j\hat{\gamma}_k}$ 11 34
I
$\gamma_i\hat{\gamma}_j\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_k$
Q_{5I}</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_j\hat{\gamma}_k \leftrightarrow \gamma_i\hat{\gamma}_i}$ 34 11
II
$\gamma_j\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_k\hat{\gamma}_i$
Q_{5II}</td></tr>
<tr><td>2в</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_j \leftrightarrow \gamma_i\hat{\gamma}_k}$ 13 14
$\gamma_i\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_j\hat{\gamma}_k$
$Q_{31'}$</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_k \leftrightarrow \gamma_i\hat{\gamma}_j}$ 14 13
II
$\gamma_i\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_k\hat{\gamma}_j$
$Q_{32'}$</td></tr>
<tr><td>2c</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_j\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_k}$
31 14
$Q_{11'}$</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_k \leftrightarrow \gamma_j\hat{\gamma}_i}$ 14 31
$\gamma_i\hat{\gamma}_j\ \ \gamma_k\hat{\gamma}_i$
$Q_{21'}$</td></tr>
<tr><td>2d</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_j \leftrightarrow \gamma_k\hat{\gamma}_i}$ 13 41
$\gamma_i\hat{\gamma}_k\ \ \gamma_j\hat{\gamma}_i$
$Q_{21'}$</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_k\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_j}$
41 13
$Q_{11'}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>2e</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_j\hat{\gamma}_i \leftrightarrow \gamma_k\hat{\gamma}_i}$ 31 41
$\gamma_j\hat{\gamma}_k\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_i$
$Q_{42'}$</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_k\hat{\gamma}_i \leftrightarrow \gamma_j\hat{\gamma}_i}$ 41 31
$\gamma_k\hat{\gamma}_j\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_i$
$Q_{41'}$</td></tr>
<tr><td>2f</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_j\ \ \gamma_j\hat{\gamma}_i}$
13 31
$Q_{22'}$</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_j\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_j}$
31 13
$Q_{12'}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>3a</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_j \leftrightarrow \gamma_k\hat{\gamma}_l}$ 13 24
$\gamma_i\hat{\gamma}_k\ \ \gamma_j\hat{\gamma}_l$
1</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_k\hat{\gamma}_l \leftrightarrow \gamma_i\hat{\gamma}_j}$ 24 13
$\gamma_k\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_l\hat{\gamma}_j$
2</td></tr>
<tr><td>3b</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_j\hat{\gamma}_i \leftrightarrow \gamma_k\hat{\gamma}_l}$ 31 24
$\gamma_j\hat{\gamma}_k\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_l$
1</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_k\hat{\gamma}_l \leftrightarrow \gamma_j\hat{\gamma}_i}$ 24 31
$\gamma_k\hat{\gamma}_j\ \ \gamma_l\hat{\gamma}_i$
2</td></tr>
<tr><td>3c</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_i\hat{\gamma}_j \leftrightarrow \gamma_l\hat{\gamma}_k}$ 13 42
$\gamma_i\hat{\gamma}_l\ \ \gamma_j\hat{\gamma}_k$
1</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_l\hat{\gamma}_k \leftrightarrow \gamma_i\hat{\gamma}_j}$ 42 13
$\gamma_l\hat{\gamma}_i\ \ \gamma_k\hat{\gamma}_j$
2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>3d</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_j\hat{\gamma}_i \leftrightarrow \gamma_l\hat{\gamma}_k}$ 31 42
$\gamma_j\hat{\gamma}_l\ \ \gamma_i\hat{\gamma}_k$
1</td><td>$\underset{m\leftrightarrow m-1}{\gamma_l\hat{\gamma}_k \leftrightarrow \gamma_j\hat{\gamma}_i}$ 42 31
$\gamma_l\hat{\gamma}_j\ \ \gamma_k\hat{\gamma}_i$
2</td></tr>
</table>

Класифікацію четвірок за частинами ($L_i^{(k)}$ та $L_j^{(k)}$) і за напрямками побудови будемо відмічати в табл. 1. Пояснимо сказане.

Розглянемо побудову частини (L_i^k). Через I та II позначимо четвірки $L_i^{(k)}$, в яких однакова пара $(\gamma_i\gamma_i)$ знаходиться відповідно на першому або другому місці.

$$\mathrm{I}:(\alpha\alpha\ \ \beta\delta)$$
$$\mathrm{II}:(\beta\delta\ \ \alpha\alpha)$$

Формування четвірок цієї частини розстановки будемо здійснювати наступним чином. Всього на $(m+1)-$ому ярусі $2^{2^{m-1}}$ міток $\gamma_1\gamma_2....\gamma_{k-1}\gamma_k$, які створюють 2^{2^m} пар, з яких $2^{2^{m-1}}$ однакових та $2^{2^m}-2^{2^{m-1}}$ різних (табл. 2).

Таблиця 2

Формування четвірок частини розстановки

$k:(\gamma_i\gamma_i)=2^{2^{m-1}}$	$\bar{k}:(\gamma_i\gamma_j)=2^{2^m}-2^{2^{m-1}}$
$\gamma_1\gamma_1$	$\gamma_1\gamma_2\quad\gamma_2\gamma_1$
$\gamma_2\gamma_2$	$\gamma_1\gamma_3\quad\gamma_3\gamma_1$
$\gamma_3\gamma_3$	$\gamma_1\gamma_4\quad\gamma_4\gamma_1$
$\gamma_4\gamma_4$	....
....	$\gamma_1\gamma_{k-1}\quad\gamma_{k-1}\gamma_1$
....	$\gamma_1\gamma_k\quad\gamma_k\gamma_1$
....	....
$\gamma_{k-2}\gamma_{k-2}$	....
$\gamma_{k-1}\gamma_{k-1}$	....
$\gamma_k\gamma_k$	$\gamma_{k-1}\gamma_k\quad\gamma_k\gamma_{k-1}$

Запишемо їх у вигляді матриці, яка має k строк та k стовпчиків.

$$\begin{array}{ccccccc}
\gamma_1\gamma_1 & \gamma_1\gamma_2 & \gamma_1\gamma_3 & \gamma_1\gamma_4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \gamma_1\gamma_{k-1} & \gamma_1\gamma_k \\
\gamma_2\gamma_1 & \gamma_2\gamma_2 & \gamma_2\gamma_3 & \gamma_2\gamma_4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \gamma_2\gamma_{k-1} & \gamma_2\gamma_k \\
\gamma_3\gamma_1 & \gamma_3\gamma_2 & \gamma_3\gamma_3 & \gamma_3\gamma_4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \gamma_3\gamma_{k-1} & \gamma_3\gamma_k \\
\gamma_4\gamma_1 & \gamma_4\gamma_2 & \gamma_4\gamma_3 & \gamma_4\gamma_4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \gamma_4\gamma_{k-1} & \gamma_4\gamma_k \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\gamma_{k-2}\gamma_1 & \gamma_{k-2}\gamma_2 & \gamma_{k-2}\gamma_3 & \gamma_{k-2}\gamma_4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \gamma_{k-2}\gamma_{k-1} & \gamma_{k-2}\gamma_k \\
\gamma_{k-1}\gamma_1 & \gamma_{k-1}\gamma_2 & \gamma_{k-1}\gamma_3 & \gamma_{k-2}\gamma_4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \gamma_{k-1}\gamma_{k-1} & \gamma_{k-1}\gamma_k \\
\gamma_k\gamma_1 & \gamma_k\gamma_2 & \gamma_k\gamma_3 & \gamma_k\gamma_4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \gamma_k\gamma_{k-1} & \gamma_k\gamma_k
\end{array}$$

Зауваження 3

В подальшому будемо працювати лише з індексами, тоді дана матриця прийме наступний вигляд.

$$\begin{array}{ccccccc}
1\ 1 & 1\ 2 & 1\ 3 & 1\ 4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & 1\ \ k\text{-}1 & 1\ \ k \\
2\ 1 & 2\ 2 & 2\ 3 & 2\ 4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & 2\ \ k\text{-}1 & 2\ \ k \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & \bullet & \bullet \\
k\text{-}1\ \ 1 & k-1\ \ 2 & k\text{-}1\ \ 3 & k\text{-}1\ \ 4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & k\text{-}1\ \ k\text{-}1 & k\text{-}1\ \ k \\
k\ \ 1 & k\ \ 2 & k\ \ 3 & k\ \ 4 & \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet & k\ \ k\text{-}1 & k\ \ k
\end{array}$$

Формування вигляду $\begin{array}{c}\mathrm{I}:(\alpha\alpha\ \ \beta\delta)\\ \mathrm{II}:(\beta\delta\ \ \alpha\alpha)\end{array}$ будемо для простоти здійснювати блоками розмірністю 2×2, які складаються з чотирьох пар:

$$\begin{array}{|cc|}\hline ii & ij\\ ji & jj\\\hline\end{array}\ \xrightarrow[(i<j)]{}\ \begin{array}{|cc|}\hline 11 & 12\\ 21 & 22\\\hline\end{array}$$

Тобто блок довільної розмірності $(n \times n)$ можна звести до послідовності розмірності (2×2) (табл. 4), тоді ясно, що формування четвірок в блоці (способом I або II) буде проходити або за стрілкою годинника або проти (табл. 3)

Таблиця 3

Способи формування четвірок в блоці

$I:(\alpha\alpha\ \ \beta\delta)$	$II:(\beta\delta\ \ \alpha\alpha)$
11 → 12 21 ← 22	11 ← 12 21 → 22
11 12 ↓ ↑ 21 22	11 12 ↑ ↓ 21 22

Розглядати будемо лише правильно побудовані четвірки.

Таблиця 4 (а,б)

Зведення блоків розмірності $(n \times n)$ до послідовності розмірності (2×2) (а)

а

Розмірність блоку	Вигляд блоку	Розмірність блоку	Вигляд блоку
2×2	11 12 21 22	3×3	$2(3 \times 3) = 3(2 \times 2)$ 11 12 21 22 33 34 43 44 55 56 65 66

б

Розмірність блоку	Вигляд блоку	Розмірність блоку	Вигляд блоку
4×4	11 12 13 14 21 22 23 24 31 32 33 34 41 42 43 44 $4 \times 4 = 2 \cdot (2 \times 2)$	5×5	11 12 21 22 $2(5 \times 5) = 5(2 \times 2)$ 33 34 43 44 55 56 65 66 77 78 87 88 99 9 10 10 9 10 10
	11 12 21 22 33 34 43 44 55 56 65 66 $6 \times 6 = 3(2 \times 2)$		
	2×2 $4 \times 4 = 2(2 \times 2)$ $6 \times 6 = 3(2 \times 2)$ …………………… $n \times n = \frac{n}{2}(2 \times 2)$ $(n = 2k)$		$2(3 \times 3) = 3(2 \times 2)$ $2(5 \times 5) = 5(2 \times 2)$ $2(7 \times 7) = 7(2 \times 2)$ …………………… $2(n \times n) = n(2 \times 2)$ $(n = 2k + 1)$

Під правильно побудованими четвірками будемо розуміти таку розстановку, в якій обидві частини $L_i^{(k)}$ та $L_j^{(k)}$ сформовані в одному напрямку (за або проти годинникової стрілки).

Тоді через $1'$ та $2'$ будемо позначати четвірки $L_j^{(k)}$ відповідно для I та II $L_i^{(k)}$. Тепер повернемося до (табл. 1) та продовжимо її заповнювати.

Надамо індексам i,j,k $(i<j<k)$ для четвірок з $1(a,b)$ та $2(a,b,c,d,e,f)$ відповідно значення $1,2(3)$, $3(4)$, потім відмітимо напрямок побудови та проставимо їх приналежність до $L_i^{(k)}(I,II)$.

Для четвірок $3(a,b,c,d)$ індексам $i,j,k,l (i<k<j<l)$ придамо значення $1,2,3,4$ в зв'язку з тим, що формування четвірок в розстановці може здійснюватися тільки вже з залишених після побудови блоків четвірок, - і також відмітимо їх напрямок.

Можна виділити чотири класи розстановок, які характеризуються своєю загальною ознакою

$$Q_1 : (\underset{1}{\beta}\underset{2}{\alpha} \leftrightarrow \underset{3}{\alpha}\underset{4}{\gamma}) \quad (\gamma_{i+1,4k+2} = \gamma_{i+1,4k+3});$$

$$Q_2 : (\underset{1}{\alpha}\underset{2}{\beta} \leftrightarrow \underset{3}{\gamma}\underset{4}{\alpha}) \quad (\gamma_{i+1,4k+1} = \gamma_{i+1,4k});$$

$$Q_3 : (\underset{1}{\alpha}\underset{2}{\beta} \leftrightarrow \underset{3}{\alpha}\underset{4}{\gamma}) \quad (\gamma_{i+1,4k+1} = \gamma_{i+1,4k+3});$$

$$Q_3 : (\underset{1}{\beta}\underset{2}{\alpha} \leftrightarrow \underset{3}{\gamma}\underset{4}{\alpha}) \quad (\gamma_{i+1,4k+2} = \gamma_{i+1,4k})$$

$$(2 \le i \le N; 0 \le k \le\le 2^{i-2} - 1).$$

За нею визначаємо (а потім відрізняємо) четвірки (в табл. 1), які необхідні для їх побудови (табл. 5).

Таблиця 5

Чотири основні класи четвірок, які характеризуються загальною ознакою

Q_1	$I: \gamma_l\gamma_i \leftrightarrow \gamma_l\gamma_j$ ↻ $1'$ $\gamma_j\gamma_i \leftrightarrow \gamma_l\gamma_k$, ↻ $\gamma_k\gamma_l \leftrightarrow \gamma_l\gamma_j$ ↻ $II: \gamma_j\gamma_i \leftrightarrow \gamma_l\gamma_i$ ↻ $2'$ $\gamma_j\gamma_i \leftrightarrow \gamma_l\gamma_j$ ↻
Q_2	$I: \gamma_l\gamma_i \leftrightarrow \gamma_j\gamma_i$ ↺ $1'$ $\gamma_l\gamma_j \leftrightarrow \gamma_k\gamma_l$, ↺ $\gamma_l\gamma_k \leftrightarrow \gamma_j\gamma_i$ ↺ $II: \gamma_l\gamma_j \leftrightarrow \gamma_l\gamma_i$ ↺ $2'$ $\gamma_l\gamma_j \leftrightarrow \gamma_j\gamma_l$ ↺
Q_3	$I^{(1)}: \gamma_l\gamma_i \leftrightarrow \gamma_l\gamma_j$ ↻ $1'$ $\gamma_l\gamma_j \leftrightarrow \gamma_l\gamma_k$ ↻ $II^{(2)}: \gamma_l\gamma_j \leftrightarrow \gamma_l\gamma_i$ ↺ $2'$ $\gamma_l\gamma_k \leftrightarrow \gamma_l\gamma_j$ ↺
Q_4	$I^{(1)}: \gamma_j\gamma_i \leftrightarrow \gamma_l\gamma_i$ ↻ $1'$ $\gamma_j\gamma_i \leftrightarrow \gamma_k\gamma_l$ ↻ $II^{(2)}: \gamma_l\gamma_i \leftrightarrow \gamma_j\gamma_i$ ↺ $2'$ $\gamma_k\gamma_i \leftrightarrow \gamma_j\gamma_l$ ↺

З даної таблиці можна побачити, що для класу Q_1 $I,II,1',2'$ будуються за годинниковою стрілкою, а для Q_2 - проти, крім того, I та II класів Q_3 і Q_4 співпадають з відповідними I та II класів Q_1 і Q_2.

$$Q_3: \quad I^{(3)} = I^{(1)}, \qquad II^{(3)} = II^{(2)};$$
$$Q_4: \quad I^{(4)} = I^{(1)}, \qquad II^{(4)} = II^{(2)};$$

Також $I^{(k)}, 1^{(k)}$ $(k = 3,4)$ розстановки будуються за стрілкою годинника, а $II^{(k)}, 2^{(k)}$ $(k = 3,4)$ - проти, при цьому розстановки весь час правильно побудовані.

Так як в класах Q_1 та Q_2 - $I,II,1,2$ одного напрямку, то можливі комбінації всередині кожного з класів (табл. 6 та табл. 7), причому $L_1^{(k)}, L_2^{(k)}, L_3^{(k)}, L_4^{(k)}$ - утворюючі розстановки кожного з класів Q_1, Q_2 $(k = 1,2)$.

Таблиця 6

Розстановки класу Q_1

Q_1	$1'$	$2'$	$1'+2'$ (3)
$I^{(1)}$	$^{*}L_1^{(1)}=L_{11}$	$^{*}L_2^{(1)}=L_{12}$	$^{*}L_7^{(1)}=L_{13}$
$II^{(1)}$	$^{*}L_3^{(1)}=L_{21}$	$^{*}L_4^{(1)}=L_{22}$	$^{*}L_8^{(1)}=L_{23}$
$I+II$ (III)	$^{+}L_5^{(1)}=L_{31}$	$^{+}L_6^{(1)}=L_{32}$	$^{+}L_9^{(1)}=L_{35}$

Таблиця 7

Розстановки класу Q_2

Q_2	$1'$	$2'$	$1'+2'$ (3)
$I^{(2)}$	$^{*}L_1^{(2)}=L_{11}$	$^{*}L_2^{(2)}=L_{12}$	$^{*}L_7^{(2)}=L_{13}$
$II^{(1)}$	$^{*}L_3^{(2)}=L_{21}$	$^{*}L_4^{(2)}=L_{22}$	$^{*}L_8^{(2)}=L_{23}$
$I+II$ (III)	$^{+}L_5^{(2)}=L_{31}$	$^{+}L_6^{(2)}=L_{32}$	$^{+}L_9^{(2)}=L_{35}$

Зауваження 4

$\oplus$ – означає, що розстановка, яка стоїть в комірці з такою відміткою, можлива, але формування її проходить з обмеженням. Так, формування $I+II$ (III) можливе лише блоками, тобто кожний блок формується до кінця одним способом (I або II) , в іншому випадку, одну і ту ж пару міток прийдеться використовувати двічі.

Отже, класи Q_1 та Q_2 містять по дев'ять розстановок, а Q_3 та Q_4 - по дві. З залишених невідмічених четвірок $1(a,b)$ та $2(a,b,c,d,e,f)$ можна виділити ще тільки один клас, в якого I та II будуть зовсім новими, а $1'$ та $2'$ - відповідними комбінаціями $1'$ та $2'$ класів Q_1 та Q_2 (11,12,21,22) (табл. 8).

Таблиця 8

Ще один клас розстановок Q_5

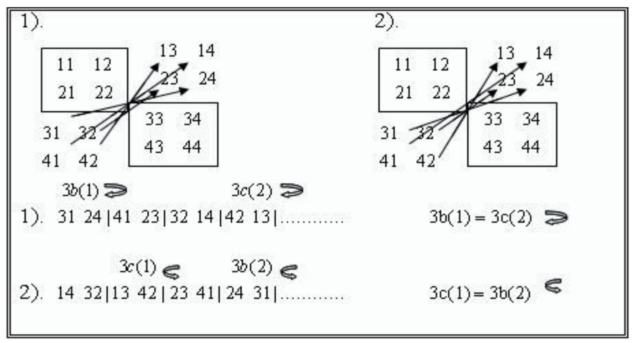
Q_5	Q_{5_1}	$I: \gamma_i\gamma_l \longleftrightarrow \gamma_j\gamma_k$	$1'_{(5_1)}=1'_{(1)}$
		$II: \gamma_j\gamma_k \longleftrightarrow \gamma_i\gamma_l$	$2'_{(5_1)}=1'_{(2)}$
	Q_{5_2}	--------//--------	$1'_{(5_2)}=1'_{(1)}$
		--------//--------	$2'_{(5_2)}=2'_{(2)}$
	Q_{5_3}	--------//--------	$1'_{(5_3)}=2'_{(1)}$
		--------//--------	$2'_{(5_3)}=1'_{(2)}$
	Q_{5_4}	--------//--------	$1'_{(5_4)}=2'_{(1)}$
		--------//--------	$2'_{(5_4)}=2'_{(2)}$

Клас Q_5 складається з восьми розстановок. З (табл. 8) можна побачити, що тільки розстановки класів Q_1 та Q_2 будуть стійкими, так як $1'$ та $2'$ класів Q_3, Q_4 та I,II класу Q_5 - є нестійким частинами (тобто частинами, які не зберігають вид четвірки), а, значить, умова (14) не виконується, тобто

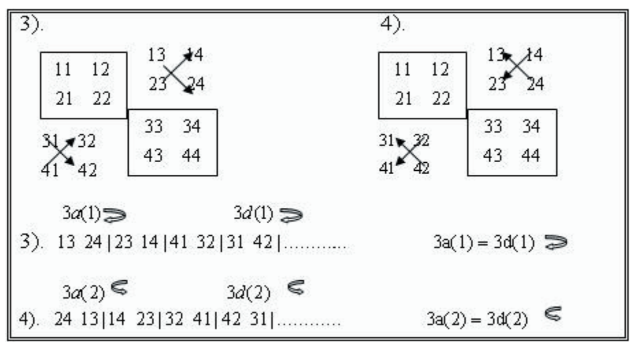
$$(L_i^{(k)})_m \cap (L_j^{(k)})_m \neq \varnothing \; (k=3,4,5) \qquad (15)$$

Необхідно відмітити, що клас Q_1 є простим класом стійких розстановок з точністю до розстановки міток на $(m+1)-$ому ярусі після перестановки $m \leftrightarrow m-1$ ярусів.

Залишилося знайти класи $3(a,b,c,d)$ з (табл. 1). Четвірки $3(a,b,c,d)$ складаються з різних пар, тоді зрозуміло, що вони будуть давати нам тільки $1'$ або $2'$. Щоб вияснити, чи будуть в $3(a,b,c,d)$ четвірки, які входять в одну і ту ж саму розстановку частини $L_j^{(k)}$, зробимо наступне: за схемами 1),2),3),4) випишемо перші четвірки розстановок (їх буде чотири) і відмітимо четвірки з $3(a,b,c,d)$ (рис. 3а, рис. 3б).



а)



б)

Рис. 3. (а,б). Чотири схеми отримання четвірок з $3(a,b,c,d)$

Зрозуміло, що з усіх четвірок $3(a,b,c,d)$ можна скласти ще тільки два класи:

$$\begin{array}{lll} Q_6: & 1'_{(6)} & (3b(1)=3c(2)) \\ & 2'_{(6)} & (3c(1)=3b(2)) \\ Q_7: & 1'_{(7)} & (3a(1)=3d(1)) \\ & 2'_{(7)} & (3a(2)=3d(2)) \end{array}$$

В них $I^{(k)}$ та $II^{(k)}$ $(k=6,7)$ рівні відповідним комбінаціям I та II класів Q_1 та Q_2:

$$I^{(K_1)} = I^{(1)} \Supset \qquad II^{(K_1)} = I^{(2)} \Subset$$
$$I^{(K_2)} = I^{(1)} \Supset \qquad II^{(K_2)} = II^{(2)} \Subset$$
$$I^{(K_3)} = II^{(1)} \Supset \qquad II^{(K_3)} = I^{(2)} \Subset$$
$$I^{(K_4)} = II^{(1)} \Supset \qquad II^{(K_4)} = II^{(2)} \Subset$$

З цих двох класів тільки $Q_{6_i}\,(i=1,2,3,4)$ буде класом стійких розстановок, так як, не дивлячись на те, що четвірки $L_j^{(7)}$ зберігають свій вигляд, перетин

$$(L_i^{(7)})_m \bigcap (L_j^{(7)})_m \neq \varnothing \qquad (16)$$

Таким чином, серед усіх знайдених класів Q_k $(k=1\div 7)$ тільки три будуть стійкими класами розстановок – це Q_1, Q_2, Q_6 (табл. 9 (а,б)).

Таблиця 9

Всі можливі класи розстановок

а)

Класи	Четвірки	Кількість розстановок	Спільна ознака	Стійкість
$I, II, 1', 2'$ $\Supset$ Q_1	I: [illegible] | $1'$: [illegible] II: [illegible] | $2'$: [illegible] $(i<j<k)$	9	[illegible]	+
$I, II, 1', 2'$ $\Subset$ Q_2	I: [illegible] | $1'$: [illegible] II: [illegible] | $2'$: [illegible] $(i<j<k)$	9	[illegible]	+
$I^{(3)} = I^{(1)}, 1'$ $\Supset$ $II^{(3)} = II^{(1)}, 2'$ $\Subset$ Q_3	$I^{(1)}$: [illegible] | $1'$: [illegible] $II^{(1)}$: [illegible] | $2'$: [illegible]	2	[illegible]	-
$I^{(4)} = II^{(1)}, 1'$ $\Supset$ $II^{(4)} = I^{(1)}, 2'$ $\Subset$ Q_4	$II^{(1)}$: [illegible] | $1'$: [illegible] $I^{(1)}$: [illegible] | $2'$: [illegible]	2	[illegible]	-
$I, 1'$ $\Supset$ $II, 2'$ $\Subset$ Q_{5_1} Q_{5_2} Q_5 Q_{5_3} Q_{5_4}	I: [illegible] | $1'_{(5_1)} = 1'_{(1)}$ $\Supset$ II: [illegible] | $2'_{(5_1)} = 1'_{(1)}$ $\Subset$ -------//------- | $1'_{(5_2)} = 1'_{(1)}$ $\Supset$ -------//------- | $2'_{(5_2)} = 2'_{(1)}$ $\Subset$ -------//------- | $1'_{(5_3)} = 2'_{(1)}$ $\Supset$ -------//------- | $2'_{(5_3)} = 1'_{(1)}$ $\Subset$ -------//------- | $1'_{(5_4)} = 2'_{(1)}$ $\Supset$ -------//------- | $2'_{(5_4)} = 2'_{(1)}$ $\Subset$	8	-	-
$I, 1'$ $\Supset$ $II, 2'$ $\Subset$ Q_{6_1} Q_{6_2} Q_6	$I^{(6_1)} = I^{(1)}$ $\Supset$ | $1'$: [illegible] $II^{(6_1)} = I^{(1)}$ $\Subset$ | $2'$: [illegible] $I^{(6_2)} = I^{(1)}$ $\Supset$ | ------//------ $II^{(6_2)} = II^{(1)}$ $\Subset$ | ------//------	8	-	+

б)

Класи	Четвірки	Кількість розстановок	Спільна ознака	Стійкість
Q_{6_3} Q_{6_4}	$I^{(6_3)} = II^{(1)}$ $\Supset$ | ------//------ $II^{(6_3)} = I^{(1)}$ $\Subset$ | ------//------ $II^{(6_4)} = II^{(1)}$ $\Supset$ | ------//------ $II^{(6_4)} = II^{(1)}$ $\Subset$ | ------//------	8	-	+
$I, 1'$ $\Supset$ $II, 2'$ $\Subset$ Q_{7_1} Q_{7_2} Q_7 Q_{7_3} Q_{7_4}	$I^{(7_1)} = I^{(1)}$ $\Supset$ | $1'$: [illegible] $II^{(7_1)} = I^{(1)}$ $\Subset$ | $2'$: [illegible] $I^{(7_2)} = I^{(1)}$ $\Supset$ | ------//------ $II^{(7_2)} = II^{(1)}$ $\Subset$ | ------//------ $I^{(7_3)} = II^{(1)}$ $\Supset$ | ------//------ $II^{(7_3)} = I^{(1)}$ $\Subset$ | ------//------ $II^{(7_4)} = II^{(1)}$ $\Supset$ | ------//------ $II^{(7_4)} = I^{(1)}$ $\Subset$ | ------//------	8	-	-

На цьому етапі розв'язання задачі не закінчується, так як ми знайшли розстановки (класів Q_1, Q_2, Q_6), які є стійкими відносно перестановки $m \leftrightarrow m-1$ ярусів, а нам необхідно з'ясувати стійкість розстановок (Q_1, Q_2, Q_6) відносно довільної перестановки сусідніх ярусів вище m – ого. Перевіримо стійкість для перестановки $m-1 \leftrightarrow m-2$ ярусів, тобто умову $(**)$.

$$L \xrightarrow{m \leftrightarrow m-1} L_m \xrightarrow{m-1 \leftrightarrow m-2} L_{m\ m\text{-}1} \xrightarrow{m \leftrightarrow m-1} L_{m\ m\text{-}1\ m} \quad (**)$$

Безпосередня перевірка показує, що для жодної з розстановок Q_1, Q_2, Q_6 в тому порядку, в якому записані їх четвірки ($L_i^{(k)}$, потім $L_j^{(k)}$), умова $(**)$ не виконується, але кожна з розстановок допускає $n!$ перестановок, серед яких знайдуться, можливо, і ті, що для яких умова $(**)$ виконується. Такими розстановками будуть:

$$L_1 : L_1^{(6_1)} = L_1^{(6_2)} \Supset \qquad L_2 : L_1^{(6_3)} = L_1^{(6_4)} \Supset,$$

в яких четвірки обох частин ($L_i^{(k)}$ та $L_j^{(k)}$), чергуються:

L_1: 11 12|31 24|22 21|32 14|33 34|41 23|44 43|42 13|...

L_2: 21 11|31 24|12 22|32 14|43 33|41 23|34 44|42 13|...

Покажемо, наприклад, виконання $(**)$ для L_1:

11 12|31 24|22 21|32 14|33 34|41 23|44 43|42 13|... $\quad m \leftrightarrow m-1$

11 12|32 14|22 21|31 24|33 34|42 13|44 43|41 23|... $\quad m-1 \leftrightarrow m-2$

11 32|12 14|22 31|21 24|33 42|34 13|44 41|43 23|... $\quad m \leftrightarrow m-1$

L_1^*: 13 12|11 24|23 21|22 14|34 32|31 43|44 41|42 33|...

Виконання $(**)$ випливає з того, що після виконання всіх перестановок ми не отримуємо однакових (одних і тих же) пар.

Крім того, для L_1^* виконується:

13 12|11 24|23 21|22 14|34 32|31 43|44 41|42 33|... $\quad m-2 \leftrightarrow m-3$

13 12|23 21|11 24|22 14|34 32|44 41|31 43|42 33|... $\quad m \leftrightarrow m-1$

11 32|22 31|12 14|21 24|33 42|44 41|34 13|43 23|... $\quad m-3 \leftrightarrow m-4$

11 32|22 31|33 42|44 41|12 14|21 24|34 13|43 23|... $\quad m \leftrightarrow m-1$

13 12|23 21|34 32|44 41|11 24|22 14|31 43|42 33|...

....

Тоді очевидно, що для розстановки L_1 виконується умова $(***)$:

$$L \xrightarrow{m} L_m \xrightarrow{m-1} L_{m\ m\text{-}1} \xrightarrow{m} L_{m\ m\text{-}1\ m} \xrightarrow{m-2}$$

$$\xrightarrow{m-2} L_{m\ m\text{-}1\ m\ m\text{-}2} \xrightarrow{m} L_{m\ m\text{-}1\ m\text{-}2\ m} \to \ldots$$

$$\ldots \to L_{m\ m\text{-}1\ m\ m\text{-}2\ m \ldots m\text{-}m} \xrightarrow{m}$$

$$\xrightarrow{m} L_{m\ m\text{-}1\ m\ m\text{-}2\ m \ldots m\ m\text{-}m\ m} \quad (***)$$

Висновки

Для остаточного розв'язання задачі (про існування найбільш складного дерева, складність якого не змінюється при довільній перестановці ярусів) необхідно ще з'ясувати виконання умови (***) для будь-якої з n! розстановок розстановки L_1 та провести дослідження стійкості відносно перестановки несусідніх ярусів, яке буде проведене в наступній роботі.

Література

1. Василенко, Ю.А. Проблема оцінки складності логічних дерев розпізнавання та загальний метод їх оптимізації / Ф.Г. Ващук, Ю.А. Василенко, І.Ф. Повхан // Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2011. – 6/4(54). – С. 24-28.
2. Василенко, Ю.А. Загальна оцінка мінімізації деревоподібних логічних структур/ Ф.Г. Ващук, Ю.А. Василенко, І.Ф. Повхан // Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2012. – 1/4(55). – С. 29-33.
3. Повхан, І.Ф. Мінімізація логічних деревоподібних структур в задачах розпізнавання образів / І.Ф. Повхан, Ю.А. Василенко, Е.Ю Василенко, М.Й. Ковач, О.Д. Нікарович // Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2004. – 3[9]. – С. 12-16.
4. Повхан, І.Ф. Концептуальна основа систем розпізнавання образів на основі метода розгалуженого вибору ознак / І.Ф. Повхан, Ю.А. Василенко, Е.Ю. Василенко // Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2004. – 7[1]. – С. 13-15.
5. Василенко, Ю.А. Метод розгалуженого вибору ознак в математичному конструюванні багаторівневих систем розпізнавання образів / Ю.А. Василенко, І.Ф. Повхан, Е.Ю. Василенко // Науково технічний журнал "Штучний Інтелект". – 2003. – №7. – С. 246-249.
6. Витенько, И.В. Схемы, алгоритмы и многообразия. / И.В. Витенько – Ужгород: Уж. ун-т, 1970. – 97 с.
7. Вітенько, І.В. Математична логіка. / І.В. Вітенько – Ужгород: Уж. ун-т, 1971. – 210 с.

Пропонується метод призначення персоналу на роботи нового IT-проекта, який враховує досвід участі співробітника у виконаних раніше IT-проектах підприємства

Ключові слова: проект, персонал, призначення на роботу, опис досвіду, вимоги

Предлагается метод назначения персонала на работы нового IT-проекта, который учитывает опыт участия сотрудника в выполненных ранее IT-проектах предприятия

Ключевые слова: проект, персонал, назначение на работу, описание опыта, требования

A method is proposed appointment of staff on works new IT-project, which takes into account the experience of the employee in the previously completed IT-projects of the enterprise

Keywords: project, staff, appointment to the work, description of the experience, requirements

УДК 005.95/.96

ПЛАНИРОВАНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПЕРСОНАЛА В РАБОТАХ IT-ПРОЕКТА

М.В. Евланов
Кандидат технических наук, доцент*

Н.И. Погорелая*
*Кафедра информационных управляющих систем
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166
Контактный тел.: (057) 702-14-51
E-mail: iyc@kture.kharkov.ua

1. Введение

Исследования, которым посвящена данная статья, относятся к смежным областям знаний. Одной из этих областей является наука об управлении проектами как совокупностью взаимосвязанных мероприятий по реализации системы взаимосвязанных целей в заданный срок при заранее ограниченных ресурсах. Другой из этих областей являются компьютерные науки, определяющие основные принципы, модели и методы построения и управления эксплуатацией информационных систем (ИС) и информационных технологий (ИТ) управления различными объектами и процессами. Данные области знаний постоянно являются предметом исследований многих украинских и зарубежных ученых, поскольку новые открытия и разработки в одной из этих областей тут же становятся исходными данными для проведения