

Для обчислення рівномірного підйому рівня ґрунтових вод по всій території м. Харкова, була розроблена математична модель, яка враховує додаткову інфільтрацію в ґрунтові води, кількість опадів, що інфільтруються в ґрунтові води, транспірацію, випаровування та водо-відбір з підземних вод. Розроблений підхід дозволяє застосувати чисельні методи оцінки для прогнозування процесу зміни рівня ґрунтових вод на забудованих територіях з урахуванням різних природних та техногенних факторів

Ключові слова: додаткова інфільтрація, підтоплення міських територій, математична модель

Для вычисления равномерного подъема уровня грунтовых вод по всей территории г. Харькова, была разработана математическая модель, которая учитывает дополнительную инфильтрацию в грунтовые воды, количество осадков, инфильтрующихся в грунтовые воды, транспирацию, испарение и водоотбор из подземных вод. Разработанный подход позволяет применить численные методы оценки для прогнозирования процесса изменения уровня грунтовых вод на застроенных территориях с учетом различных природных и техногенных факторов

Ключевые слова: дополнительная инфильтрация, подтопление городских территорий, математическая модель

ИЗУЧЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Е. А. Стрельникова

Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник*

E-mail: elena15@gmx.com

Е. Н. Серикова

Инженер I категории по охране окружающей среды*

E-mail: elena.kharkov@mail.ru

*Институт проблем машиностроения им. А.Н.

Подгорного НАН Украины

ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина,

61046

1. Введение

Инженерно-строительная деятельность человека и другие техногенные причины изменяют естественные режимообразующие факторы и способствуют формированию искусственного или нарушенного режима подземных вод. Для крупных городов Украины характерно повышение уровня грунтовых вод и прогрессирующее развитие процесса подтопления. Харьковская область — одна из самых урбанизированных на Украине, где процесс подтопления имеет довольно широкое распространение. Подтопление распространено в 39 городах и поселках городского типа и 205 сельских населенных пунктах. Общая площадь подтопленных земель составляет 13,12 тыс. га [1].

Наиболее эффективным путем борьбы с подтоплением является предотвращение его появления за счет реализации на начальных этапах строительства соответствующих мероприятий и средств инженерной защиты, гидрогеологическое обоснование которых основывается на достоверном прогнозе развития процессов подтопления [2]. Методы и методики прогноза подтопления городских территорий требуют разработки моделей с учетом техногенных факторов: искусственных покрытий, уменьшающих транспирацию и испарение, изменение водного баланса подземных вод

под воздействием дополнительной инфильтрации и водоотбора из грунтовых вод.

Целью выполненных исследований является применение численных методов прогнозов подтопления, реализация которых обеспечивает повышение качества прогнозов за счет учета техногенных факторов подтопления городской территории и применения в расчетах программных пакетов, снижение затрат времени и ресурсов, возможность широкого внедрения в практику инженерных изысканий и проектирования.

2. Анализ исследований и публикаций

Фильтрация воды в грунтах всегда нестационарная, трехмерная, а скелет грунта имеет склонность к деформации и анизотропии. Кроме того, в воде присутствует воздух, что увеличивает ее сжимаемость [3] и уменьшает проницаемость пористой среды [4, 5]. Однако на практике дифференциальные уравнения фильтрации стремятся по возможности упростить для того, чтобы получить несложные аналитические решения в виде формул. При этом опускают из рассмотрения не очень существенные особенности процесса фильтрации.

Дифференциальными уравнениями фильтрации занимались Павловский Н.Н., Полубаринова-Кочина

П.Я., Веригин Н.Н., Муфтахов А.Ж., Аверьянов С.Ф. и другие [6].

3. Граничные условия модели

Рассматривается случай плоской фильтрации.

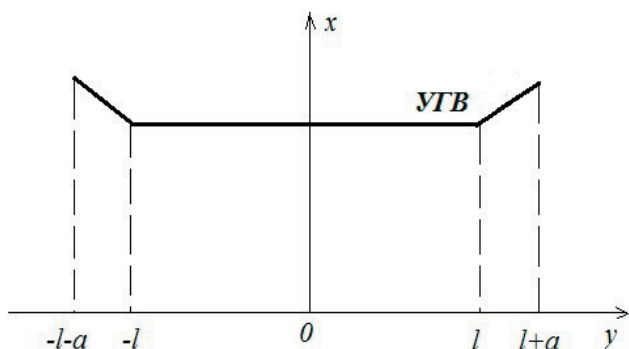


Рис. 1. Схема изменя уровня грунтовых вод

Уравнение фильтрационного напора имеет вид:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0, \tag{1}$$

Поскольку моделирование производится для небольших участков городской территории (промышленных объектов, зданий и т.д.), то принимаем, что боковой приток и отток равны между собой:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{l+a, -l-a} = 0, \quad \left. \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{y=l+a} = 0, \quad \left. \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{y=-l-a} = 0$$

Первоначальный уровень принимается за точку отсчета, $h=0$:

$$h \Big|_{x=0} = 0,$$

На расстоянии $-l \neq 0$ и $0 \neq l$ не происходит инфильтрации, водоотбора, транспирации и испарения из-за искусственных покрытий на этом участке территории:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{-l \leq x \leq l} = 0.$$

На расстоянии a происходит инфильтрация, водоотбор, транспирация и испарение:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial n} \right|_{l \leq y \leq l+a} = f_1 + s_1 - g_1 - d_1 - k_1, \text{ где } f_1 - \text{дополнительная инфильтрация в грунтовые воды (приходная}$$

часть баланса грунтовых вод); s_1 – количество осадков, которое инфильтруется в грунтовые воды (приходная часть баланса грунтовых вод); g_1 – интенсивность транспирации (расходная часть баланса грунтовых вод); d_1 – интенсивность испарения (расходная часть баланса грунтовых вод); k_1 – водоотбор из грунтовых вод (расходная часть баланса грунтовых вод).

Задаем симметричную модель, поэтому $f_1 = f_2$; $s_1 = s_2$; $g_1 = g_2$; $d_1 = d_2$; $k_1 = k_2$.

Получим:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial n} \right|_{l \leq y \leq -l-a} = f_2 + s_2 - g_2 - d_2 - k_2,$$

Решаем уравнение (1) методом разделения переменных.

$$h(xy) = X(x)Y(y),$$

$$X''(x)Y(y) + \gamma^2 X(x)Y''(y) = 0, \tag{2}$$

Делим уравнение (2) на $h(x,y)$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \gamma^2 \frac{Y''(y)}{Y(y)} = 0,$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\gamma^2 \frac{Y''(y)}{Y(y)}, \tag{3}$$

В уравнении (3) левая часть зависит только от x , а правая только от y , поэтому обе части равны константе λ

$$-\gamma^2 \frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda,$$

$$\frac{Y''(y)}{Y(y)} = -\frac{\lambda}{\gamma^2},$$

Отдельно рассмотрим случай, когда константа разделения равна 0.

а) $\lambda = 0,$

$$Y''(y) = 0,$$

$$Y'(y) = c, \quad c - \text{const},$$

$$Y(y) = c_y + d,$$

$$Y(l+a) = 0,$$

$$c = 0,$$

$$Y(y) = d,$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = 0,$$

$$X'(x) = c_1,$$

$$X(x) = c_1 x + d_1,$$

$$X(0)=0; X(x)=d_1,$$

Если константа разделения равна 0, то $h(x,y)$ - постоянная величина.

Если принять это предположение, то мы не сможем удовлетворить граничным условиям на расстоянии $l \leq y \leq l+a$.

$$б) \lambda < 0,$$

$$\lambda = -\mu^2,$$

$$\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \frac{\mu^2}{\gamma^2},$$

$$Y''(y) - \frac{\mu^2}{\gamma^2} Y(y) = 0.$$

Составим характеристическое уравнение для данного дифференциального уравнения II порядка:

$$k^2 - \frac{\mu^2}{\gamma^2} = 0; k_{1,2} = \pm \frac{\mu}{\gamma}.$$

Общее решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$Y(y) = C_1 E^{\frac{\mu}{\gamma^2} y} + C_2 E^{-\frac{\mu}{\gamma^2} y}.$$

Удовлетворим граничным условиям:

$$Y'(-l-a) = C_1 \frac{\mu}{\gamma} E^{\frac{\mu}{\gamma}(-l-a)} - C_2 \frac{\mu}{\gamma} E^{-\frac{\mu}{\gamma}(l+a)} = 0,$$

$$Y'(l+a) = C_1 \frac{\mu}{\gamma} E^{\frac{\mu}{\gamma}(l+a)} + C_2 \frac{\mu}{\gamma} E^{-\frac{\mu}{\gamma}(l+a)} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} E^{\frac{\mu}{\gamma}(l+a)} & -E^{-\frac{\mu}{\gamma}(l+a)} \\ E^{\frac{\mu}{\gamma}(l+a)} & E^{-\frac{\mu}{\gamma}(l+a)} \end{vmatrix} = 0,$$

$$E^{\frac{2\mu}{\gamma}(l+a)} + E^{-\frac{2\mu}{\gamma}(l+a)} = 0,$$

$$\operatorname{ch}\left(\frac{2\mu(l+a)}{\gamma}\right) = 0,$$

Так как $\operatorname{ch}\left(\frac{2\mu(l+a)}{\gamma}\right) \neq 0$, то $\lambda < 0$ не удовлетворяет условиям задачи, значит $\lambda > 0$.

$$в) \lambda = \mu^2,$$

$$\frac{Y''(y)}{Y(y)} = -\frac{\mu^2}{\gamma^2},$$

$$Y''(y) + \frac{\mu^2}{\gamma^2} Y(y) = 0.$$

Общее решение данного дифференциального уравнения имеет вид:

$$Y(y) = C_1 \cos \frac{\mu}{\gamma} y + C_2 \sin \frac{\mu}{\gamma} y.$$

Удовлетворим граничным условиям:

$$Y'(-l-a) = -C_1 \frac{\mu}{\gamma} \sin \frac{\mu}{\gamma}(-l-a) + C_2 \frac{\mu}{\gamma} \cos(-l-a) \frac{\mu}{\gamma} = 0,$$

$$C_1 \sin \frac{(l+a)\mu}{\gamma} + C_2 \cos \frac{(l+a)\mu}{\gamma} = 0,$$

$$Y'(l+a) = -C_1 \frac{\mu}{\gamma} \sin \frac{\mu}{\gamma}(l+a) + C_2 \frac{\mu}{\gamma} \cos(l+a) \frac{\mu}{\gamma} = 0,$$

$$-C_1 \sin \frac{(l+a)\mu}{\gamma} + C_2 \cos \frac{(l+a)\mu}{\gamma} = 0,$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sin \frac{(l+a)\mu}{\gamma} & \cos \frac{(l+a)\mu}{\gamma} \\ -\sin \frac{(l+a)\mu}{\gamma} & \cos \frac{(l+a)\mu}{\gamma} \end{vmatrix} = 0,$$

$$2 \sin \frac{(l+a)\mu}{\gamma} \cos \frac{(l+a)\mu}{\gamma} = \sin \frac{2(l+a)\mu}{\gamma} = 0. \quad (4)$$

Решая уравнение (4), определяем значения μ :

$$\frac{2(l+a)\mu n}{\gamma} = \pi n; n=1,2,\dots$$

$$\mu_n = \frac{\pi n \gamma}{2(l+a)} - \text{найден набор соответствующих значений.}$$

$$Y_n(y) = C_1^n \cos \frac{\pi n}{2(l+a)} y + C_2^n \sin \frac{\pi n}{2(l+a)} y,$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \lambda,$$

$$\lambda > 0; \lambda = \mu^2,$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \mu_n^2,$$

$$X''(x) - \mu_n^2 X(x) = 0, \quad (5)$$

Общее решение уравнения (5) имеет вид:

$$X(x) = B_1^n E^{\mu_n x} + B_2^n E^{-\mu_n x},$$

$$x=0; X(x)=0,$$

$$B_1^n + B_2^n = 0; B_1^n = -B_2^n,$$

$$X(x) = B_1^n \operatorname{sh} \mu_n x,$$

Получено решение краевой задачи:

$$h(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} B_1^n \operatorname{sh} \mu_n x \left(C_1^n \cos \frac{\pi n \gamma}{2(l+a)} + C_2^n \sin \frac{\pi n \gamma}{2(l+a)} \right),$$

Введем новые константы:

$$D_1^n = B_1^n + C_1^n; D_2^n = B_1^n + C_2^n,$$

Тогда решение примет вид:

$$h(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} sh\mu_n x (D_1^n \cos \frac{\pi n y}{2(1+a)} + D_2^n \sin \frac{\pi n y}{2(1+a)}),$$

Определим константы D_1^n и D_2^n из граничного условия $\frac{\partial h}{\partial x} = f(y)$ – в случае симметричной модели.

В силу симметричности модели $D_2^n = 0$, тогда $h(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} sh\mu_n x D_1^n \cos \frac{\pi n y}{2(1+a)},$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} ch\mu_n x (D_1^n \cos \frac{\pi n y}{2(1+a)}) = f(y); x=0,1,0,2... \quad (6)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_1^n \mu_n ch\mu_n q \cos \frac{\pi n y}{2(1+a)} = f(y),$$

Обозначим $E_n = D_1^n \mu_n ch\mu_n q$, тогда $D_1^n = \frac{E_n}{\mu_n ch\mu_n q}$; $\mu_n = \frac{\pi n y}{2(1+a)},$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n \cos \frac{\pi n y}{2(1+a)} = f(y), \quad (7)$$

Определим коэффициенты E_n . Поскольку рассматривается симметричный случай, то, умножая (7) на $\cos \frac{\pi k y}{2(1+a)}$, получим:

$$2E_n \int_0^{1+a} \cos^2 \frac{\pi k y}{2(1+a)} dy = 2 \int_0^{1+a} f(y) \cos \frac{\pi k y}{2(1+a)} dy =$$

$$= \int_0^{1+a} [f_1 + s_1 - g_1 - d_1 - k_1] \cos \frac{\pi k y}{2(1+a)} dy,$$

$$\cos^2 \alpha y = \frac{1 + \cos 2\alpha y}{2},$$

$$E_k = \frac{1}{1+a} \int_0^{1+a} [f_1 + s_1 - g_1 - d_1 - k_1] \cos \frac{\pi k y}{2(1+a)} dy,$$

Вычисляя эти коэффициенты, получим с точностью до множителя, зависящего от времени

$$-\frac{2(1+a)(\sin(\frac{1}{2} \frac{l\pi k}{1+a}) - \sin(\frac{1}{2} \pi k))}{\pi k},$$

Пусть $k=1$.

Тогда

$$E_1 = -\frac{2(\sin(\frac{1}{2} \frac{l\pi}{1+a}) - \sin(\frac{1}{2} \frac{l\pi}{1+a})a - l - a)}{\pi},$$

Пусть $k=2$.

Тогда

$$E_2 = -\frac{\sin(\frac{l\pi}{1+a})(1+a)}{\pi},$$

Пусть $k=3$.

Тогда

$$E_3 = -\frac{2}{3} \frac{\sin(\frac{3}{2} \frac{l\pi}{1+a})l + \sin(\frac{3}{2} \frac{l\pi}{1+a})a + l + a}{\pi},$$

Приведем значения коэффициентов для $k=1,2,3...$

Расчеты и визуализация модели проводилась для территории г. Харькова с помощью программного пакета Maple. Для расчетов были приняты следующие значения составляющих водного баланса:

$$f_1 = 210000 \text{ тыс м}^3/\text{год} = 0,7 \text{ м}/\text{год} = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}/\text{сут} [7].$$

Среднее многолетнее питание грунтовых вод по данным лизиметрических исследований Коднянского опытного участка в с. Ружки Житомирской области при суммарном годовом количестве осадков 600 мм/год, составляет $0,5 \cdot 10^{-4}$ м/сут, а по данным станции «Фе-офания» у с. Хотов на окраине г.Киева с суммарным годовым количеством осадков 560 мм/год, составляет $1,5 \cdot 10^{-4}$ м/сут [8]. Для расчетов изменения уровня грунтовых вод выбираем наиболее неблагоприятный результат – $1,5 \cdot 10^{-4}$ м/сут.

$$s_1 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}/\text{сут} [8].$$

$$g_1 = 0,15 + 1,47 \text{ г}/\text{дм}^2 \cdot \text{ч} = 6,25 \cdot 10^{-8} \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сут} [9-11].$$

$$d_1 = 0,21 \text{ г}/\text{дм}^2 \cdot \text{ч} = 8,75 \cdot 10^{-8} \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сут} [9-11].$$

$$T = \text{относительная транспирация} = 0,7 + 0,85.$$

$$T = \frac{I_t}{I_e}.$$

I_t – интенсивность транспирации (g_1).

I_e – интенсивность испарения (d_1) [9-11].

$$k_1 = 19743 \text{ м}^3/\text{сут} = 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}/\text{сут} [12].$$

Визуализация расчетов представлена на рис. 2.

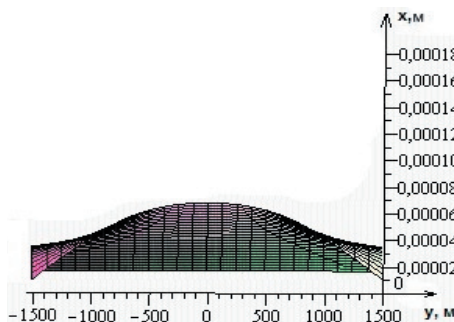


Рис. 2. Изменение уровня грунтовых вод

Происходит изменение уровня грунтовых вод $h = 0,00007$ м. Через 1 год уровень грунтовых вод повысится на 0,03 м, а через 50 лет – на 1,5 м.

3. Выводы

Для территории г. Харькова дополнительная инфильтрация составляет $1,9 \cdot 10^{-3}$ м/сут, а водоотбор составляет $6,6 \cdot 10^{-5}$ м/сут.

Таким образом, разница между этими основными составляющими водного баланса может прямо пропорционально влиять на опасное повышение уровня грунтовых вод в городских условиях.

Для вычисления равномерного подъема уровня грунтовых вод по всей территории г. Харькова и определения года подтопления территории застрой-

ки, была разработана математическая модель, которая учитывает следующие составляющие водного баланса: дополнительную инфильтрацию в грунтовые воды, количество осадков, инфильтрующихся в грунтовые воды, транспирацию, испарение, водоотбор из подземных вод.

Для вычисления времени, через которое уровень грунтовых вод достигнет нормы осушения, достаточно в данной модели принять за точку отсчета конкретную глубину залегания уровня грунтовых вод на том или ином участке и задать размер исследуемого участка.

Разработанный подход позволяет применить численные методы оценки для прогнозирования процесса изменения уровня грунтовых вод на застроенных территориях с учетом различных природных и техногенных факторов.

Литература

1. Стрижельчик, Г.Г. Подтопление в населенных пунктах Харьковской области [Текст] / Г.Г. Стрижельчик, Ю.П. Соколов, И.А. Гольдфельд, А.Ю. Чебанов, Н.С. Николенко: Х., 2003. – 160с.
2. Серикова, Е. Н. Роль управленческих методов в предотвращении подтопления городов. [Текст] / Е. Н. Серикова, В. В. Яковлев // Науковий вісник будівництва: Харків, ХНУБА ХОТВ АБУ, 2012. - №68. - С. 382-387.
3. Полубаринова-Кочина, П. Я. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967) [Текст] / Под ред. П.Я. Полубариновой-Кочиной – М., Наука, 1969. –546 с.
4. Аверьянов, С.Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод [Текст] / Аверьянов С.Ф. // Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. –М.: Изд-во АН СССР, 1956. – с. 85-447.
5. Аверьянов, С.Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод [Текст] /С. Ф. Аверьянов – М., Колос, 1982. –238 с.
6. Серикова, Е.Н. Математическое моделирование повышения уровня грунтовых вод под воздействием дополнительной инфильтрации [Текст] / Серикова Е.Н. //Восточно-европейский журнал передовых технологий: Харьков, 2012. – №6/4 (60). - с. 26-33.
7. Серикова, Е.Н. Дополнительная инфильтрация в подземные воды на территории крупных городов (на примере г. Харькова) [Текст] / Серикова Е.Н., Яковлев В.В.// Научно-технический сборник «Коммунальное хозяйство городов»: Харьков, ХГАГХ, 2011. с. 344-348.
8. Шестопапов, В. М. Водообмен в гидрогеологических структурах Украины [Текст]. / Под. ред. Шестопапова В.М. Институт геологических наук АН УССР: Киев, 1989. 286с.
9. Транспирация и её значение в жизни растений [Текст]. Библиографический указатель, Л., 1962.
10. Слейчер, Р Водный режим растений [Текст] : пер. с англ., М., 1970. 368 с.
11. Рубин, Б. А. Курс физиологии растений [Текст] Б. А. Рубин, 3 изд., М., 1971. 672 с.
12. Постанова КМУ "Про затвердження Порядку ведення державного водного кадастру" [Текст] від 08.04.1996 N 413.