

У водозаборі „Відсічне” річки Тетерів протягом 2006-2008 років виявлено основних збудників „цвітіння” води серед представників угруповань планктонних водоростей та визначені найбільш небезпечні періоди забруднення водного середовища їх метаболітами. За матеріалами досліджень побудовано математичні моделі, які описують динаміку розвитку фітопланктону, та розраховано коефіцієнти множинної кореляції, що вказують на адекватність цих моделей

**Ключові слова:** фітопланктон, сезонні зміни, антропогенна евтрофікація, „цвітіння” води, математичні моделі

В водозаборі „Видсичное” реки Тетерев в течение 2006-2008 годов выявлены основные возбудители „цветения” воды среди представителей сообществ планктонных водорослей и определены наиболее опасные периоды загрязнения водной среды их метаболитами. По материалам исследований построены математические модели, описывающие динамику развития фитопланктона, и рассчитаны коэффициенты множественной корреляции, указывающие на адекватность этих моделей

**Ключевые слова:** фитопланктон, сезонные изменения, антропогенная евтрофикация, „цветение” воды, математические модели

УДК 519.85:504.455:582.26(477.42)

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СЕЗОННИХ ЗМІН РОЗВИТКУ ФІТОПЛАНКТОНУ У ВОДОЗАБОРІ „ВІДСІЧНЕ” РІЧКИ ТЕТЕРІВ

**Е. О. Аристархова**

Кандидат біологічних наук, доцент\*

E-mail: earistarchowa@yahoo.de

**І. А. Пількевич**

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри\*

E-mail: igor.pilkevich@mail.ru

\*Кафедра моніторингу навколишнього природного середовища

Житомирський національний агроекологічний університет

бульвар Старий, 7, м. Житомир, Україна, 10008

## 1. Вступ

Стан будь-якої водної екосистеми, рівень її трофності, ступінь забруднення та інші складові екологічного моніторингу можуть бути достатньо надійно охарактеризовані шляхом дослідження і контролю видового складу, чисельності та біомаси планктонних водоростей. Фітопланктонні організми швидко реагують на найменші зміни, що відбуваються у водному середовищі. Вони здатні своєчасно „повідомляти” про характер та силу антропогенної дії на водні екосистеми, ступінь деградації водойм або сукцесійні зміни в них. Планктонні водорості відіграють також важливу роль у формуванні якості води у водних об'єктах господарсько-побутового призначення. Швидке збільшення їх кількості може стати причиною біологічного забруднення водного середовища та погіршення якості питної води. Зазначені негативні наслідки, пов'язані з активним збільшенням чисельності фітопланктону, можна зменшити, якщо передбачити їх заздалегідь, проаналізувавши основні тенденції в інтенсивності розвитку планктонних водоростей.

## 2. Аналіз існуючих рішень

Найбільш типовим негативним антропогенним впливом на водне середовище є вибух масового розвитку фітопланктону, так зване „цвітіння води”, що

належить до небажаних наслідків евтрофікації. Значний вклад у з'ясування сутності цього явища внесли Топачевський А.В. [1], Щербак В.І. [2], Романенко В.Д. [3], Масюк Н.П. [4], Хоружая Т.А. [5] та інші вчені. Евтрофікаційні зміни водойм являють собою природний процес. Однак в результаті антропогенного надходження біогенних елементів у водні об'єкти відбувається їх різке посилення. Подібна реакція свідчить не тільки про значне порушення екологічної рівноваги у даній екосистемі, але й одночасно сприяє забрудненню водного середовища токсичними метаболітами фітопланктону. Тому до водойм господарсько-побутового водокористування повинні ставитись підвищені вимоги щодо контролю за основними циклами розмноження водоростей [6]. В зв'язку з цим, на особливу увагу заслуговує питання моделювання розвитку фітопланктону та евтрофічних процесів у водоймах. Створення математичних моделей, що характеризують зміни чисельності планктонних водоростей, дозволить не тільки зробити прогнози щодо подальшого їх розвитку та впливу на загальний рівень забруднення води, але й дасть можливість своєчасно вжити деєвтрофікаційні заходи.

## 3. Основна частина

Основною причиною „цвітіння води” є надходження у воду біогенів, які сприяють інтенсивному розвит-

кові водоростей. Інший фактор, який впливає на розмноження фітопланктону, розвиток його угруповань та деструкцію, – температура [7]. На рис. 1 відображена зміна температури води за три роки (2006-2008) для водозабору „Відсічне”. Максимальна температура води у 2006 році припадала на липень, у 2007 – на вересень, а в 2008 – на серпень місяць.

Під час інтенсивного розвитку водоростей та їх подальшого розкладання забруднення водного середовища може досягати значних рівнів, являючи собою суттєву загрозу для гідробіонтів та людини. Тобто, якість води з евтрофікованих водойм пов'язана зі змінами, що обумовлюють циклічність розмноження планктонних водоростей [3].

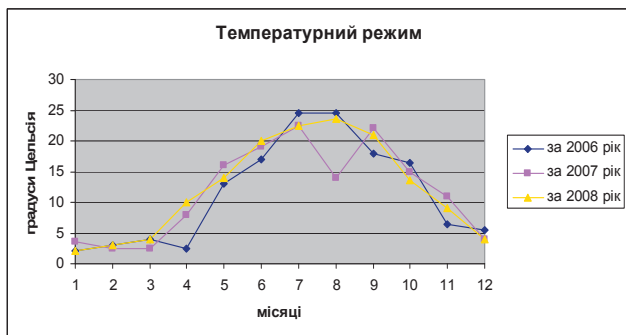


Рис. 1. Температурний режим води у водозаборі „Відсічне” протягом 2006-2008 років

Визначення якісного та кількісного складу водоростей у водозаборі проводили шляхом гідробіологічного аналізу. Основний метод аналізу полягав у концентрації фітопланктону на мембранних фільтрах і підрахунку кількості водоростей в кл/см<sup>3</sup> з визначенням (до роду) у камері Ножотта. Дослідження були проведені з січня по грудень 2006-2008 років (число відібраних проб води щомісяця: n = 5).

В результаті досліджень встановлено, що фітопланктон водозабору представлений діатомовими, зеленими, синьо-зеленими, евгленовими, пірофітовими та золотистими водоростями. Загалом серед них переважали синьо-зелені (70%), діатомові (17%) та зелені (10%). Евгленові, пірофітові та золотисті зустрічались у невеликих кількостях і були до того ж виявлені лише в окремі періоди. Тому вирішального значення щодо впливу на показники якості води вони не мали. Для інтенсивного розвитку синьо-зелених у водозаборі склалися набагато кращі умови, ніж для водоростей інших відділів.

Динаміка розвитку водоростей по роках представлена за допомогою графіків рис. 2-4.

Аналіз графіків показує, що функції, які описують динаміку розвитку певних угруповань водоростей, швидко осцилюють.

Для моделювання основної тенденції змін їх чисельності можна застосувати різні способи згладжування та аналітичного вирівнювання. Наприклад, укрупнення інтервалів часу та заміну первинного ряду рядом середніх за інтервалами. Залежно від схеми формування інтервалів розрізняють ступінчасті та ковзні (плинні) середні. Відомо [8], що ковзна середня більш гнучка і може краще відбивати особливості певної тенденції. Тому для побудови математичних

моделей в роботі проведено згладжування із застосуванням ковзної середньої.

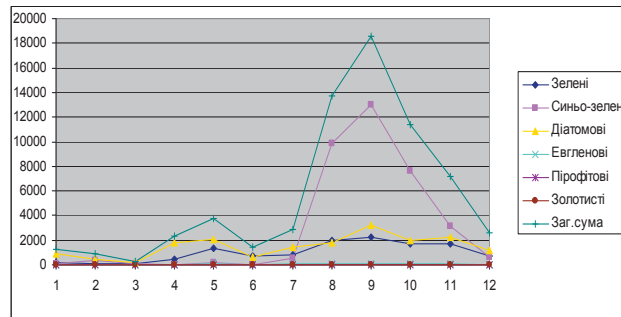


Рис. 2. Динаміка розвитку водоростей у 2006 році

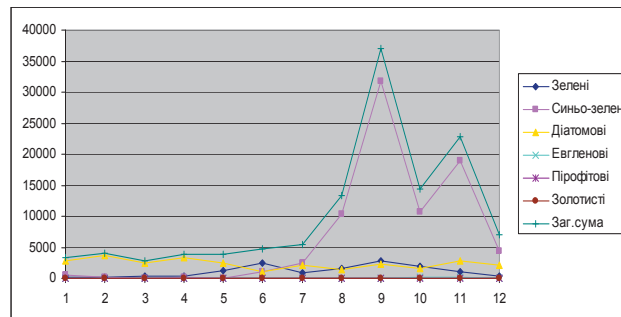


Рис. 3. Динаміка розвитку водоростей у 2007 році

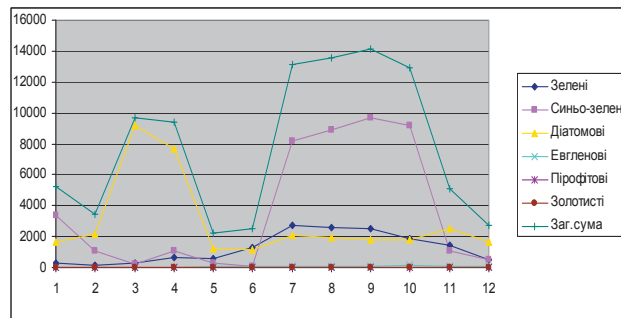


Рис. 4. Динаміка розвитку водоростей у 2008 році

Результати обробки результатів натурних експериментів загальної суми кількості клітин водоростей ковзною середньою представлені за допомогою графіків рис. 5-7. Слід зауважити, що згладжування проводилось в два етапи.

Процес обробки ковзною середньою загальної суми клітин водоростей чітко виявив, що чисельність фітопланктону досягала пікових значень через два місяці після підвищення температури води до 25°C (у липні).

До того ж саме при такій температурі активізуються токсини синьо-зелених водоростей і вода стає особливо небезпечною для людини та інших живих істот. Розкладання водоростей після зниження температури приєднує до зазначеної небезпеки токсичні гази та інші органічні токсиканти і зростання загального забруднення водного середовища триває аж до листопада. Моделювання вказаних явищ дозволить точно визначати початок та закінчення підвищеної токсич-

ності води та сприяти екобезпеці водозабору, який має важливе господарське значення.

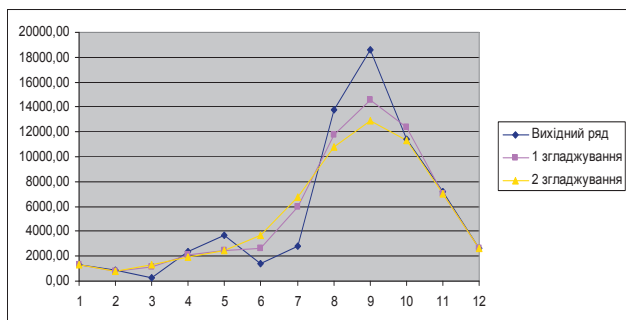


Рис. 5. Процес обробки ковзною середньою загальної суми кількості водоростей у 2006 році

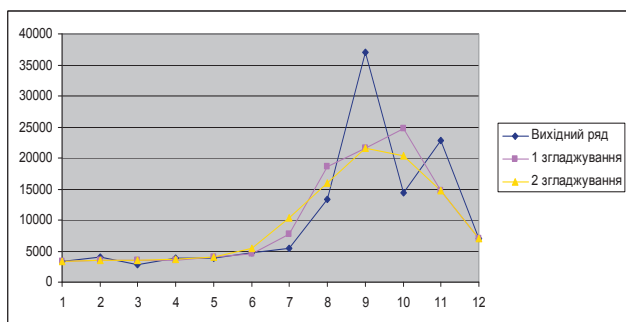


Рис. 6. Процес обробки ковзною середньою загальної суми кількості водоростей у 2007 році

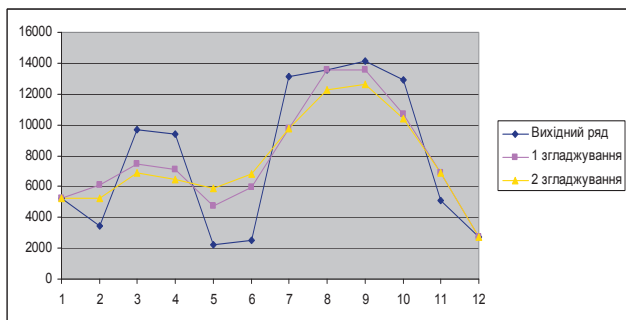


Рис. 7. Процес обробки ковзною середньою загальної суми кількості водоростей у 2008 році

Як відомо [9], ряд інженерних методик та методів в якості математичних моделей використовують степеневі багаточлени (поліноми) виду:

$$y(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \tag{1}$$

де  $a_i$  – дійсний коефіцієнт;  $x$  – дійсна змінна;  $m$  – кількість параметрів (ступінь багаточлена).

Для знаходження невідомих коефіцієнтів в роботі застосовувався метод найменших квадратів, який є універсальним методом розв'язку задач апроксимації.

При цьому коефіцієнти  $a_0, a_1, \dots, a_m$  багаточлена (1) знаходяться за допомогою розв'язку системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial a_0} = -2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - (a_0 - a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)) \cdot 1 = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial a_1} = -2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - (a_0 - a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)) \cdot x_i = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial F}{\partial a_m} = -2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - (a_0 - a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)) \cdot x_i^m = 0, \end{cases} \tag{2}$$

де  $F = F(a_0, a_1, \dots, a_m)$  – функція коефіцієнтів, що описує суму квадратів відхилень експериментальних значень  $y_i$  від відповідних значень, розрахованих за допомогою багаточлена (1).

Метод найменших квадратів володіє такою перевагою: якщо сума квадратів відхилень  $F$  мала, то самі ці відхилення також малі за абсолютним значенням. Як відомо [10], реалізована економіко-статистична модель повинна пройти ретельну перевірку на статистичну надійність. Перевірці підлягають початкові дані, параметри і характеристики моделі та власне сама модель.

Ступінь надійності параметрів і статистичних характеристик моделі є важливою умовою можливості використання її в аналізі та особливо у прогнозуванні. Необхідність статистичної оцінки рівнянь і параметрів ґрунтується на тому, що дослідник у практичній роботі використовує вибірку сукупність, у той час як висновки за результатами аналізу необхідно поширити на генеральну сукупність. Оскільки зі зміною обсягу вибіркової сукупності значення параметрів і статистичних характеристик моделей, як правило, коливаються, необхідно з певною ймовірністю бути впевненим, що значення цих показників, по-перше, не будуть рівними нулю у генеральній сукупності (спростування, так званої, «нульової гіпотези») і, по-друге, величина їх буде знаходитися в певних інтервалах довіри. Оцінка надійності параметрів і статистичних характеристик моделі, відома під назвою „перевірка істотності”, визначається за допомогою t-критерію Стьюдента. Загалом t-критерій розраховується як співвідношення значення певного показника і його стандартної помилки.

Так, t-критерій для коефіцієнта множинної кореляції дорівнює:

$$t_R = \frac{R}{\delta_R}, \quad \delta_R = \frac{1-R^2}{\sqrt{n-m-1}},$$

де  $R^2$  – коефіцієнт детермінації, який використовується як критерій адекватності математичної моделі.

Розраховані коефіцієнти дозволили записати математичні моделі, що описують динаміку розвитку відповідних угруповань водоростей, та оцінити їх адекватність.

**2006 рік:**

- а) зелені –  $y = 0,0759x^6 - 3,0183x^5 + 45,945x^4 - 342,75x^3 + 1323,2x^2 - 2279,9x + 1469,2; R^2 = 0,9991;$
- б) синьо-зелені –  $y = 0,7635x^6 - 27,248x^5 + 359,29x^4 - 2184,6x^3 + 6419,3x^2 - 8561,3x + 4132,8; R^2 = 0,9985;$
- в) діатомові –  $y = 0,1864x^6 - 7,6042x^5 + 119,91x^4 - 924,07x^3 + 3605,6x^2 - 6379,8x + 4516,6; R^2 = 0,9963;$
- г) евгленові –  $y = 0,0035x^6 - 0,1498x^5 + 2,4754x^4 - 20,111x^3 + 82,585x^2 - 141,84x + 84,265; R^2 = 0,9979;$
- д) пірофітові –  $y = 0,0008x^6 - 0,0348x^5 + 0,5607x^4 - 4,3594x^3 + 16,497x^2 - 26,295x + 13,614; R^2 = 0,9901;$
- е) золотисті –  $y = 0,00007x^6 - 0,0077x^5 + 0,1984x^4 - 2,1169x^3 + 10,028x^2 - 18,53x + 10,538; R^2 = 0,9397;$

є) загальна сума –  $y = 1,0302x^6 - 38,063x^5 + 528,38x^4 - 3478x^3 + 11457x^2 - 17408x + 10227$ ;  $R^2 = 0,9987$ .

**2007 рік:**

а) зелені –  $y = 0,0294x^6 - 1,2142x^5 + 19,36x^4 - 158,52x^3 + 707,47x^2 - 1301x + 937,52$ ;  $R^2 = 0,9947$ ;

б) синьо-зелені –  $y = 1,33x^6 - 49,282x^5 + 679,05x^4 - 4359,1x^3 + 13725x^2 - 19925x + 10424$ ;  $R^2 = 0,998$ ;

в) діатомові –  $y = 0,0783x^6 - 3,1067x^5 + 45,891x^4 - 304,06x^3 + 846,07x^2 - 792,11x + 2941$ ;  $R^2 = 0,9964$ ;

г) евгленові –  $y = -0,004x^6 + 0,1394x^5 - 1,8196x^4 + 10,823x^3 - 27,273x^2 + 21,746x + 11,333$ ;  $R^2 = 0,9994$ ;

д) пірофітові –  $y = -0,0004x^6 + 0,0234x^5 - 0,4436x^4 + 3,8983x^3 - 16,587x^2 + 33,691x - 20,636$ ;  $R^2 = 0,9963$ ;

е) золотисті –  $y = 0,0005x^6 - 0,0222x^5 + 0,375x^4 - 3,085x^3 + 12,887x^2 - 28,414x + 41,341$ ;  $R^2 = 0,9955$ ;

є) загальна сума –  $y = 1,4338x^6 - 53,462x^5 + 742,41x^4 - 4810,1x^3 + 15248x^2 - 21991x + 14335$ ;  $R^2 = 0,9976$ .

**2008 рік:**

а) зелені –  $y = 0,0206x^6 - 1,1218x^5 + 16,34x^4 - 101,16x^3 + 361,55x^2 - 614,01x + 605,33$ ;  $R^2 = 0,9999$ ;

б) синьо-зелені –  $y = 0,1203x^6 - 8,2587x^5 + 142x^4 - 1021,2x^3 + 3824,3x^2 - 7986,2x + 8397,7$ ;  $R^2 = 0,9998$ ;

в) діатомові –  $y = 0,2205x^6 - 11,709x^5 + 195,57x^4 - 1348,8x^3 + 3521,1x^2 - 1028,9x + 294,89$ ;  $R^2 = 0,9992$ ;

г) евгленові –  $y = -0,0081x^6 + 0,2144x^5 - 2,1815x^4 + 10,219x^3 - 19,106x^2 + 11,805x + 14$ ;  $R^2 = 0,9992$ ;

д) пірофітові –  $y = -0,0019x^6 + 0,0466x^5 - 0,4939x^4 + 2,8819x^3 - 9,2315x^2 + 14,678x - 7,8889$ ;  $R^2 = 0,9993$ ;

е) золотисті –  $y = 0,0019x^6 - 0,0599x^5 + 0,6909x^4 - 3,8478x^3 + 11,434x^2 - 17,899x + 12,667$ ;  $R^2 = 0,9979$ ;

є) загальна сума –  $y = 1,7055x^6 - 64,481x^5 + 907,36x^4 - 5995,9x^3 + 19290x^2 - 27559x + 18670$ ;  $R^2 = 0,9995$ .

Математичні моделі адекватно описують (з коефіцієнтом детермінації від 0,9901 до 0,9993) сезонні зміни розвитку відповідних угруповань водоростей у водозаборі „Відсічне” річки Тетерів за допомогою поліномів шостого ступеня з відповідними коефіцієнтами. Наведені дані вказують на циклічність в інтенсивності

розмноження водоростей. Дана циклічність є характерною для водойм з обмеженим водообміном. Вона обумовлена присутністю протягом всього вегетативного періоду діатомових водоростей, які влітку поступово замінюються синьо-зеленими і знов починають активно розвиватись з настанням холодів. Періоди активного розвитку та деградації синьо-зелених слід вважати найбільш небезпечними, оскільки саме їх представники належать до найбільш токсичних прісноводних водоростей.

#### 4. Висновки

У водозаборі „Відсічне” влітку та восени 2006-2008 років спостерігалось біологічне забруднення водного середовища за рахунок фітопланктону, для якого властивий циклічний характер розвитку і виділення метаболітів, що належать до нейро- та гепатотоксинів. Серед фітопланктону водозабору переважали синьо-зелені (70%), діатомові (17%) та зелені (10%) водорості. Відбувались певні зміни в інтенсивності розмноження окремих фітопланктонних форм, які характеризувались активним розвитком діатомових у весняні та осінні місяці, синьо-зелених – влітку та восени і зелених – з кінця березня до середини грудня.

Створені на основі отриманих даних математичні моделі дозволили адекватно описати (з коефіцієнтом детермінації від 0,9901 до 0,9993) сезонні зміни розвитку окремих угруповань водоростей за допомогою поліномів шостого ступеня. Дворазове згладжування ковзною середньою загальної суми клітин водоростей показало, що чисельність фітопланктону досягла пікових значень через два місяці після підвищення температури води до 25<sup>0</sup>C (у липні). Саме при такій температурі активізуються токсини синьо-зелених водоростей і вода стає особливо небезпечною для людини та інших живих істот.

#### Література

1. Топачевский, А.В. Пресноводные водоросли Украинской ССР [Текст] / А.В. Топачевский, Н.П. Масюк. – К. : Вища шк. Головное изд-во, 1984. – 336 с.
2. Shcherbak, V.I. Phytoplankton as a Model Object of Evaluating the Influence of Power Complexes on Water Ecosystems [Текст] / V.I. Shcherbak // Engineering Simulation. – 1999, Vol. 16, P. 513-519.
3. Романенко, В.Д. Основы гидроэкологии : учебник для вузов [Текст] / В.Д. Романенко. – К. : Генеза, 2004. – 664 с.
4. Масюк, Н.П. Водорості в системі органічного світу : монографія [Текст] / Н.П. Масюк, І.Ю. Костіков. – К. : Академперіодика, 2002. – 178 с.
5. Хоружая, Т.А. Глобальная экология : учебное пособие [Текст] / Т.А. Хоружая, А.М. Никаноров. – М. : Изд-во „Книга сервис”, 2003. – 288 с.
6. Ken O. Buessler Chernobyl: Oceanographic Studies in the Black Sea [Текст] / O. Ken // Oceanus. – 1987, 30, № 3. – P. 23-30.
7. Эрхард, Ж.П. Планктон. Состав, экология, загрязнение [Текст] / Ж.П. Эрхард, Ж. Сежен. – пер. с фр. – Л. : Гидрометеоздат, 1984. – 256 с.
8. Герасименко, С.С. Статистика : підручник [Текст] / [С.С. Герасименко, А.В. Головач, А.М. Єрина та ін.; за наук. ред. д-ра екон. наук С.С. Герасименка]. – 2-ге видання, перероблене і доповнене. – К. : КНЕУ, 2000. – 467 с.
9. Вища математика : підручник. У 2 ч. Ч.2 : Диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірності. Числові методи [Текст] / [За заг. ред. П.П. Овчинникова; пер. з рос. Є.В. Бондарчук, Ю.Ю. Костриці, Л.П. Оніщенко]. – 3-тє видання, виправлене. – К. : Техніка, 2004. – 792 с.
10. Григорків, В.С. Моделювання еколого-економічної взаємодії : навч. посібник [Текст] / В.С. Григорків. – Чернівці : Рута, 2007. – 84 с.