

Запропоновано метод створення аналітичної моделі магнітного поля та намагніченості індуктивно намагніченого ферромагнітного циліндру у зовнішньому аксиально-симетричному полі за допомогою циліндричних гармонік. Побудовані на його основі аналітичні моделі магнітного моменту, а також сили притягання, яка створюється електромагнітом з індуктивно намагніченим циліндричним осердям

Ключові слова: скалярний потенціал, циліндрична гармоніка, магнітний момент, електромагніт, індуктивна намагніченість, силова взаємодія

Предложен метод создания аналитической модели магнитного поля и намагнитченности индуктивно намагнитченного ферромагнитного цилиндра во внешнем аксиально-симметричном поле с помощью цилиндрических гармоник. Построены на его основе аналитические модели магнитного момента электромагнита, а также силы притяжения, создаваемой электромагнитом с индуктивно намагнитченным цилиндрическим сердечником

Ключевые слова: скалярный потенциал, цилиндрическая гармоника, магнитный момент, электромагнит, индуктивная намагнитченность, силовое взаимодействие

МЕТОД ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОБЪЕКТОВ С ИНДУКТИВНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТЬЮ

А. В. Гетьман

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник*

E-mail: gav@mail.ru

А. В. Константинов

Ведущий инженер*

E-mail: alex7wrt@gmail.com

*Отдел №20

Научно-технический центр магнетизма технических объектов Национальной академии наук Украины
ул. Индустриальная, 19, г. Харьков, Украина, 61106

1. Введение

Современной тенденцией разработки электротехнических устройств является использование специализированных программных пакетов численных расчетов магнитных характеристик создаваемых изделий. Несмотря на очевидные преимущества такого подхода, по-прежнему является актуальной задача создания аналитических моделей магнитного поля электротехнических устройств. Это связано с необходимостью проведения комплексного анализа по многим параметрам электротехнического устройства для обеспечения заданных значений магнитных характеристик. К таким задачам можно отнести задачи по созданию моделей расчета силовых характеристик аксиально-симметричных электромагнитов: магнитного момента и силы магнитного притяжения.

В работе рассматривается подход к построению аналитических моделей аксиально-симметричных магнитных систем, использующий для представления магнитного поля математический аппарат цилиндрических гармоник.

2. Исходные положения

При построении аналитических моделей магнитного поля электротехнических устройств, в частности

электромагнитов с осевой симметрией, целесообразно перейти к описанию поля его скалярным потенциалом. Этот переход позволяет использовать вместо векторных уравнений описания поля скалярные и тем самым уменьшить количество неизвестных параметров. Для наиболее распространенной осе-симметричной формы - цилиндра, решение уравнения Лапласа для скалярного потенциала ищут в цилиндрической системе координат. При этом собственные границы областей с электрическим током и намагнитченностью являются разделяющими и для потенциала.

Для представления цилиндрических гармоник скалярного потенциала магнитного поля токовой обмотки электромагнита в качестве математической основы может быть использовано известное выражение для кругового витка с током [1]. Интегрирование этого выражения по координатам цилиндрической обмотки позволяет легко получить потенциал, а, следовательно, магнитное поле как во внутренних, так и во внешних областях токовой обмотки [2].

Аналогичные выражения на основе цилиндрических гармоник известны для скалярного потенциала магнитного поля цилиндрических сердечников с остаточной намагнитченностью. Геометрические размеры однородно-намагнитченного вдоль оси сердечника, а также значение остаточной индукции его материала однозначно описывают создаваемое магнитное поле [3].

Для описания магнитного поля его цилиндрическими гармониками скалярного потенциала, создаваемого осе-симметричным источником любого типа, необходимо получить соответствующие представления и для индуктивно намагниченного цилиндра.

В работе предлагается подход, позволяющий аналитически описывать магнитное поле электротехнических устройств цилиндрической формы, содержащих индуктивно намагниченные элементы.

3. Метод пространственного гармонического анализа магнитного поля

В основе пространственного гармонического анализа магнитного поля лежит постулат аналогичный представлению суммарного магнитного поля с помощью суперпозиции полей источников, но только записанный для скалярного потенциала, представленного в виде суммы потенциалов пространственных гармоник. При этом тип пространственных гармоник соответствует типу системы координат, в которой может быть получено решение уравнения Лапласа для скалярного потенциала. Поэтому для аналитического представления магнитного поля источника с помощью пространственных гармоник необходимо наиболее простое представление его геометрии в выбранной системе координат. Как правило, это требование совпадения граничных поверхностей источника с координатными поверхностями.

Кроме того, для успешного применения метода в случае составного источника магнитного поля, содержащего токовые, индуктивно или остаточно намагниченные элементы, целесообразно получить представление в виде пространственных гармоник скалярного потенциала для каждой из частей. Тогда суммарный потенциал будет описывать магнитное поле составного источника:

$$U = U_{ост.} + U_{ток.} + U_{инд.} (U_{ост.}, U_{ток.}), \tag{1}$$

при этом следует иметь в виду, что скалярные потенциалы токовых источников и источников с остаточной намагниченностью инвариантны магнитному полю остальных источников, а потенциалы поля индуктивно намагниченных элементов зависят от воздействующего на них поля.

На примере индуктивно намагниченного цилиндрического сердечника электромагнита постоянного тока рассмотрим возможность применения этого метода в цилиндрической системе координат.

4. Индуктивно намагниченный цилиндр в аксиально-симметричном внешнем поле

В случаях индуктивной намагниченности ферромагнитных тел с постоянным значением магнитной восприимчивости (линейный участок кривой намагничивания), намагниченность M может быть описана уравнением Пуассона-Томсона [4]:

$$\vec{M}(\rho) = \kappa \left(\vec{H}_0(\rho) - \frac{1}{4\pi} \text{grad} \int_V \vec{M}(\rho') \cdot \text{grad} \frac{1}{|\rho - \rho'|} dV' \right), \tag{2}$$

где ρ и ρ' - радиус-векторы точек наблюдения и области интегрирования; $\vec{M}(\rho)$ - значение намагниченности в точке ρ наблюдения; $\vec{M}_n(\rho')$ - соответственно, намагниченность внутри объема тела, по которому производится интегрирование; $\vec{H}_0(\rho)$ - величина внешнего (задающего) поля.

Для рассматриваемого нами случая с постоянной магнитной восприимчивостью для каждой точки внутри объема тела справедливо следующее условие:

$$\text{div} \vec{M}(\rho') = 0, \tag{3}$$

благодаря чему в выражении для размагничивающего поля H_p из (2) в соответствии с теоремой Гаусса-Остроградского можно перейти от объемного интеграла к интегралу по поверхности тела:

$$\vec{H}_p(\rho) = \frac{1}{4\pi} \text{grad} \int_S \vec{M}(\rho') \cdot \frac{1}{|\rho - \rho'|} d\vec{S}', \tag{4}$$

Тогда (2) может быть записано в виде:

$$\vec{M}(\rho) = \kappa \left(\vec{H}_0(\rho) - \frac{1}{4\pi} \text{grad} \int_S \vec{M}(\rho') \cdot \frac{1}{|\rho - \rho'|} d\vec{S}' \right), \tag{5}$$

Свяжем цилиндрическую систему координат с центром сердечника, как показано на рис.1.

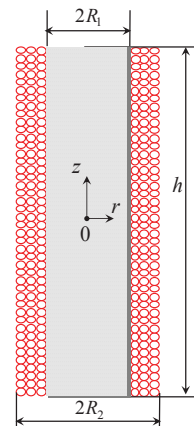


Рис. 1. Сердечник и токовая обмотка электромагнита

Представим гармоническую составляющую намагниченности сердечника в виде:

$$\vec{M} = -\text{grad} U_M(r, z) \tag{6}$$

тогда мы можем перейти от векторного уравнения (5) для полей и намагниченности к их потенциалам:

$$U_M(\rho) = \kappa \left(U_0(\rho) + \frac{1}{4\pi} \int_S \vec{M}(\rho') \cdot \frac{1}{|\rho - \rho'|} d\vec{S}' \right), \tag{7}$$

где $U_M(\rho)$ - потенциал намагниченности ферромагнитного сердечника в точке наблюдения поля, $U_0(\rho)$ - потенциал внешнего (задающего) поля. Следует отметить, что в общем случае выражение (7) должно содержать постоянное слагаемое. Однако, полагая,

что потенциал намагниченности равен нулю в начале координат, а также учитывая симметрию всей модели относительно ее центра системы координат, можно показать, что постоянное слагаемое в выражении (7) отсутствует.

Потенциал индуцирующего поля, создаваемого токовой обмоткой электромагнита, согласно работе [5] может быть представлен в виде:

$$U_0(r, z) = \int_0^{\infty} B(\eta) I_0(\eta r) \sin(\eta z) d\eta. \quad (8)$$

Здесь

$$B(\eta) = \frac{j}{\eta^2} W_1(\eta) \sin\left(\eta \frac{h}{2}\right),$$

а также

$$W_1(\eta) = R_2(K_1(\eta R_2)L_0(\eta R_2) + K_0(\eta R_2)L_1(\eta R_2)) - R_1(K_1(\eta R_1)L_0(\eta R_1) + K_0(\eta R_1)L_1(\eta R_1)).$$

Такое представление потенциала намагничивающего поля позволяет искать намагниченность на основании общего решения уравнения Лапласа в цилиндрической системе координат. Для осе-симметричного случая общее решение имеет вид:

$$U_M(r, z) = \int_0^{\infty} (A(\eta)I_0(\eta r) + C(\eta)K_0(\eta r)(D(\eta)\sin(\eta z) + E(\eta)\cos(\eta z))d\eta) \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} e^{-\lambda|z-z'|} \sin(\eta z') dz'. \quad (9)$$

Принимая во внимание ограниченность значения потенциала в центре системы координат, а также его совмещение с центром сердечника, для U_M получим представление:

$$U_M(r, z) = \int_0^{\infty} A(\eta) I_0(\eta r) \sin(\eta z) d\eta, \quad (10)$$

где $A(\eta)$ – неизвестная функция параметра.

В подынтегральном выражении (7) произведение векторов намагниченности и элемента площади поверхности можно представить как сумму произведений компонент намагниченности с соответствующей ей элементом поверхности сердечника – боковой или торцевой. В первом случае элемент площади поверхности равен $dS^2 = R dz' d\varphi'$, тогда как во втором $dS^2 = r' dr' d\varphi'$.

Подставляя представление для обратного расстояния в цилиндрической системе координат из [6] в уравнение (7), задача сводится к отысканию параметра $A(\eta)$, который зависит от габаритов сердечника и задающего поля H_0 .

Выполняя подстановку представления для обратного расстояния из [6] в выражение (4) и интегрируя по угловой координате φ , получим:

$$U_p(r, z) = -\frac{1}{2} R \int_0^{\infty} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} M_r \cdot J_0(\lambda R) J_0(\lambda r) e^{-\lambda|z-z'|} dz' d\lambda. \quad (11)$$

$$-\int_0^{\infty} \int_0^R M_z \cdot J_0(\lambda r) J_0(\lambda r') e^{-\lambda \frac{h}{2} \sinh(\lambda z)} r' dr' d\lambda.$$

Далее, используя представления для компонент намагниченности ферромагнитного сердечника, будем иметь:

$$U_p(r, z) = -\frac{1}{2} R \int_0^{\infty} \eta A(\eta) I_1(\eta R) J_0(\lambda R) J_0(\lambda r) \times \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} e^{-\lambda|z-z'|} \sin(\eta z') dz' d\lambda d\eta - \int_0^{\infty} \eta A(\eta) \cos\left(\eta \frac{h}{2}\right) e^{-\lambda \frac{h}{2}} J_0(\lambda r) \times \times \sinh(\lambda z) \int_0^R I_0(\eta r') J_0(\lambda r') r' dr' d\lambda d\eta \quad (12)$$

Внутренние интегралы по z' и r' в выражении (12) равны:

$$\begin{cases} \frac{2\lambda \sin \eta z}{\eta^2 + \lambda^2} - \frac{2e^{-\lambda \frac{h}{2}} \sinh \lambda z \left(\eta \cos \eta \frac{h}{2} + \lambda \sin \eta \frac{h}{2} \right)}{\eta^2 + \lambda^2}, \\ -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}, \\ \pm 2 \frac{\left(\lambda \sin\left(\eta \frac{h}{2}\right) \cosh\left(\lambda \frac{h}{2}\right) - \eta \sinh\left(\lambda \frac{h}{2}\right) \cos\left(\eta \frac{h}{2}\right) \right) e^{-\lambda|z|}}{\lambda^2 + \eta^2}, \\ |z| > \frac{h}{2} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \int_0^R I_0(\eta r') J_0(\lambda r') r' dr' &= \\ &= \frac{R(I_0(\eta R) J_1(\lambda R) + \eta I_1(\eta R) J_0(\lambda R))}{\eta^2 + \lambda^2} \end{aligned} \quad (14)$$

В результате, решение делится на несколько отрезков. Таким образом, для $-h/2 \leq z \leq h/2$ получим:

$$U_{p1} = -R \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\eta \lambda A(\eta) I_1(\eta R) J_0(\lambda R)}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) \sin \eta z d\lambda d\eta - R \int_0^{\infty} \eta A(\eta) I_0(\eta R) \cos \eta \frac{h}{2} \int_0^{\infty} \frac{\lambda J_1(\lambda R) e^{-\lambda \frac{h}{2}}}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) \sinh \lambda z d\lambda d\eta + R \int_0^{\infty} \eta A(\eta) I_1(\eta R) \sin \eta \frac{h}{2} \int_0^{\infty} \frac{\lambda J_0(\lambda R) e^{-\lambda \frac{h}{2}}}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) \sinh \lambda z d\lambda d\eta \quad (15)$$

При этом, замечая, что в первом интеграле выражения (15) можно записать [6]

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda J_0(\lambda R) J_0(\lambda r)}{\eta^2 + \lambda^2} d\lambda = \begin{cases} K_0(\eta R) I_0(\eta r), & r \leq R, \\ I_0(\eta R) K_0(\eta r), & r > R, \end{cases} \quad (16)$$

получим:
 $r \leq R, -h/2 \leq z \leq h/2$:

$$U_p = R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_1(\eta R) \sin \eta \frac{h}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda J_0(\lambda R) e^{-\lambda \frac{h}{2}}}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) \sinh \lambda z d\lambda d\eta -$$

$$- R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_0(\eta R) \cos \eta \frac{h}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda J_1(\lambda R) e^{-\lambda \frac{h}{2}}}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) \sinh \lambda z d\lambda d\eta -$$

$$- R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_1(\eta R) K_0(\eta R) I_0(\eta r) \sin \eta z d\eta$$

$r > R, -h/2 \leq z \leq h/2$:

$$U_p = R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_1(\eta R) \sin \eta \frac{h}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda J_0(\lambda R) e^{-\lambda \frac{h}{2}}}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) \sinh \lambda z d\lambda d\eta -$$

$$- R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_0(\eta R) \cos \eta \frac{h}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda J_1(\lambda R) e^{-\lambda \frac{h}{2}}}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) \sinh \lambda z d\lambda d\eta -$$

$$- R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_1(\eta R) I_0(\eta R) K_0(\eta r) \sin \eta z d\eta$$

$|z| > h/2$:

$$U_p = -R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_0(\eta R) \cos \left(\eta \frac{h}{2} \right) \int_0^\infty \frac{\lambda J_1(\lambda R) \sinh \left(\lambda \frac{h}{2} \right)}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda d\eta -$$

$$- R \int_0^\infty \eta A(\eta) I_1(\eta R) \sin \left(\eta \frac{h}{2} \right) \int_0^\infty \frac{\lambda J_0(\lambda R) \cosh \left(\lambda \frac{h}{2} \right)}{\eta^2 + \lambda^2} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda d\eta$$

Выражения (17-19) в сочетании с (4) дают возможность определить магнитное поле индуктивно намагниченного ферромагнитного сердечника в любой точке пространства при известном $A(\eta)$. Для непосредственного определения $A(\eta)$ воспользуемся (7). Решая уравнение относительно $A(\eta)$ получим:

$$A(\eta) = \frac{\kappa B(\eta)}{1 + \kappa R (\eta K_0(\eta R) I_1(\eta R) + T(\eta))}, \quad (20)$$

где

$$T(\eta) = I_0(\eta R) \cos \eta \frac{h}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda^2 J_1(\lambda R)}{\eta^2 + \lambda^2} \operatorname{sh} \lambda \frac{h}{2} e^{-\lambda \frac{h}{2}} d\lambda -$$

$$- I_1(\eta R) \sin \eta \frac{h}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda^2 J_0(\lambda R)}{\eta^2 + \lambda^2} \operatorname{sh} \lambda \frac{h}{2} e^{-\lambda \frac{h}{2}} d\lambda. \quad (21)$$

Выражение (20) в совокупности с (4, 17-19) позволяет получить значения внешнего и внутреннего магнитного поля [7], а также индуктивной намагниченности ферромагнитного сердечника, помещенного в любое аксиально симметричное внешнее поле, заданное цилиндрической гармоникой.

5. Магнитный момент цилиндрического электромагнита

Для определенности параметров рассматриваемой модели, положим радиус сердечника равным внутрен-

нему радиусу токовой обмотки R_1 , длина сердечника пусть совпадает с длиной обмотки и равна h , плотность тока, приходящаяся на единицу поперечного сечения обмотки равна j (рис. 1).

Магнитный момент $L_{ЭМ}$, создаваемый электромагнитом [5,7], состоит из двух компонент – магнитного момента ферромагнитного сердечника $L_{серд}$ и магнитного момента токовой катушки $L_{кат}$.

$$L_{ЭМ} = L_{серд} + L_{кат}. \quad (22)$$

Магнитный момент катушки равен

$$L_{кат} = \frac{\pi}{3} \cdot j \cdot h (R_2^3 - R_1^3). \quad (23)$$

В свою очередь, магнитный момент ферромагнитного сердечника равен по определению [3].

$$L_{серд} = \int V M_z dV, \quad (24)$$

так как интеграл по объему сердечника от компоненты намагниченности M_r равен нулю.

Подставляя полученное выражение для $A(\eta)$ из (20) в (10) получим аналитическую запись для z-компоненты намагниченности сердечника

$$M_z = \int_0^\infty \frac{\kappa \frac{j}{\eta} W_1(\eta) \sin \left(\eta \frac{h}{2} \right) I_0(\eta r) \cos(nz)}{1 + \kappa R_1 (\eta K_0(\eta R_1) I_1(\eta R_1) + T(\eta))} d\eta. \quad (25)$$

Можно показать, что выражение (20) значительно упрощается в случаях вытянутого ($R \gg h$) и сжатого ($R \ll h$) электромагнита:

$$R \gg h, A = \frac{\kappa j h}{\pi(\kappa + 1)} W_1(\eta). \quad (26)$$

$$R \ll h, A = \frac{2\kappa j W_1(\eta) \sin \left(\eta \frac{h}{2} \right)}{1 + \kappa \frac{2R_1^2}{h^2} \cos \left(\eta \frac{h}{2} \right)}. \quad (27)$$

Подставляя (25) в (32), выражение для магнитного момента примет вид:

$$L_{серд} = \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{R_1} \frac{\kappa \frac{j}{\eta} W_1(\eta) \sin \left(\eta \frac{h}{2} \right) I_0(\eta r) \cos(\eta z)}{1 + \kappa R_1 (\eta K_0(\eta R_1) I_1(\eta R_1) + T(\eta))} r dr dz d\phi. \quad (28)$$

В результате интегрирования выражения (28) получим для магнитного момента сердечника:

$$L_{серд} = 4\pi \kappa j R_1 \int_0^\infty \frac{\frac{1}{\eta^3} W_1(\eta) \sin^2 \left(\eta \frac{h}{2} \right) I_1(\eta R_1)}{1 + \kappa R_1 (\eta K_0(\eta R_1) I_1(\eta R_1) + T(\eta))} d\eta. \quad (29)$$

Окончательно, выражение для магнитного момента электромагнита примет следующий вид:

$$L_{ЭМ} = 4\pi k j R_1 \int_0^\infty \frac{\frac{1}{\eta^3} W_1(\eta) \sin^2\left(\eta \frac{h}{2}\right) I_1(\eta R_1)}{1 + \kappa R_1 (\eta K_0(\eta R_1) I_1(\eta R_1) + T(\eta))} d\eta + \frac{\pi}{3} \cdot j \cdot h (R_2^3 - R_1^3) \quad (30)$$

6. Сила притяжения круглой пластинки электромагнитом

Используем рассмотренный выше пример построения модели цилиндрического электромагнита для расчета силы притяжения круглой ферромагнитной пластинки, расположенной на его аксиальной оси.

Рассчитаем усилие, создаваемое взаимодействием магнитного поля электромагнита и намагниченности ферромагнитной пластинки. Пусть также длина электромагнита равна h , внутренний и внешний радиусы обмотки – соответственно R_1 и R_2 , толщина пластинки равна h_2 , а ее радиус R_3 и намагниченность равны соответственно R_3 и M . Расстояние между центрами электромагнита и пластинки равно l (рис. 2).

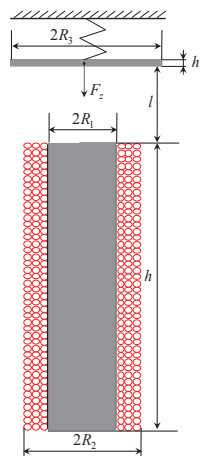


Рис. 2. Силовое взаимодействие электромагнита и магнитной пластинки

Сила, действующая на магнитную пластину со стороны электромагнита, равна [8-10]:

$$\vec{F} = \int_V (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{B} dV, \quad (31)$$

где \vec{M} – намагниченность в точках объема V магнитной пластинки; \vec{B} – магнитная индукция, создаваемая электромагнитом в точках объема V магнитной пластинки.

Для использования предлагаемого подхода к описанию намагниченности пластинки пренебрежем воздействием ее внешнего магнитного поля на намагниченность сердечника. Тогда индуцирующее магнитное поле будет инвариантно намагниченности пластинки:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}_0 = \mu_0 (\vec{H}_{\text{кол}} + \vec{H}_{\text{серд}}). \quad (32)$$

При расчете магнитного поля по (33) внутри пластинки необходимо учесть ее смещение относительно начала координат, для использования выражений из [5] для магнитного поля токовой обмотки, а также в выражении (19) необходимо заменить z на $z+l$.

Вследствие осевой симметрии рассматриваемой задачи в выражении (32) останется лишь компонента силы вдоль оси z :

$$F_z = \mu_0 \int_V \left(M_r \frac{\partial H_z}{\partial r} + M_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) dV = \mu_0 \int_V \left(\frac{\partial U_M}{\partial r} \frac{\partial^2 U_0}{\partial r \partial z} + \frac{\partial U_M}{\partial z} \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} \right) dV, \quad (33)$$

где U_0 – скалярный потенциал магнитного поля с напряженностью H_0 ; U_M – скалярный потенциал намагниченности пластинки, который находят аналогично рассмотренной выше процедуре нахождения потенциала индуктивно намагниченного сердечника.

7. Выводы

В работе проведен цилиндрический гармонический анализ магнитного поля электромагнита цилиндрической формы с магнитомягким сердечником. Показана возможность использования математического аппарата цилиндрических гармоник скалярного потенциала для построения аналитических моделей расчета силовых магнитных характеристик электромагнита: магнитного момента и притягивающего усилия.

Литература

1. Гетьман, А. В. Аналитическое представление магнитного поля соленоида с помощью цилиндрических гармоник [Текст] / А. В. Гетьман, А. В. Константинов // Электротехника и Электромеханика. – 2010. – №5. – С. 43-45.
2. Гетьман, А. В. Цилиндрические гармоники скалярного потенциала магнитного поля токовой обмотки электромагнита [Текст] / А. В. Гетьман, А. В. Константинов // Вісник Національного технічного університету ХПІ. – 2012. – №49. – С. 66-72.
3. Гетьман, А. В. Цилиндрические гармоники магнитного поля однородно намагниченного цилиндра [Текст] / А. В. Гетьман, А. В. Константинов // Электротехника и Электромеханика. – 2011. – №5. – С. 51-53.
4. Краснов, И. П. Расчетные методы судового магнетизма и электротехники [Текст] / И. П. Краснов. – Л.: Судостроение, 1986. – 216 с.
5. Smythe, W. Static and Dynamic Electricity [Текст] / W. Smythe. - Hemisphere Publishing Corporation, 1989. - 623 p.

6. Watson, G. N. A treatise on the theory of Bessel functions. [Текст]/ G.N. Watson. - Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1966. - 804 p.
7. Гетьман, А. В. Цилиндрические гармоники магнитного поля продольно намагниченного цилиндра / А. В. Гетьман, А. В. Константинов // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 1. – С. 13-14.
8. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Теоретическая физика. Т.8. [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 621 с.
9. Любчик, М. А. Силовые электромагниты аппаратов и устройств автоматики постоянного тока. Расчет и элементы проектирования [Текст] / М. А. Любчик. – М.: Энергия, 1968 – 155 с.
10. Любчик М. А. Оптимальное проектирование силовых электромагнитных механизмов [Текст] /М. А. Любчик. – М.: Энергия, 1974. – 392 с.

Експериментально досліджені спектри ослаблення світла наночастинками літію в різних середовищах. Зроблені розрахунки спектрів ослаблення світла сферичними і еліпсоїдальними наночастинками літію. Вимірні спектри поглинання світла було порівняно з обчисленими.

Отримано залежності для дослідження впливу всіх особливостей оптичних постійних речовини наночастинки на спектральне положення колоїдної смуги, її напівширину і величину коефіцієнта поглинання в максимумі смуги

Ключові слова: центри забарвлення, колоїдна частинка, кластер, спектри поглинання світла, коефіцієнт ослаблення

Експериментально досліджені спектри ослаблення світла наночастинками лития в различных средах. Произведены расчеты спектров ослабления света сферическими и эллипсоидальными наночастицами лития. Измеренные спектры поглощения света сравнены с вычисленными.

Получены зависимости для исследования влияния всех особенностей оптических постоянных вещества наночастицы на спектральное положение коллоидной полосы, ее полуширину и величину коэффициента поглощения в максимуме полосы

Ключевые слова: центры окраски, коллоидная частица, кластер, спектры поглощения света, коэффициент ослабления

УДК 621.88.087(03)

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НАНОЧАСТИЦ ЛИТИЯ

В. Н. Назаренко

Кандидат технических наук, доцент
Кафедра сопротивления материалов и
строительной механики*

О. В. Нестеренко

Кандидат технических наук, доцент
Кафедра рудничной
аэрологии и охраны труда*

И. С. Радченко

Кандидат физико-математических
наук, доцент**

И. Б. Степанкина

Старший преподаватель**

E-mail: irischa.s@mail.ru

**Кафедра теоретической и
прикладной механики

*Криворожский национальный университет
ул. XXII Партсъезда, 11, г. Кривой Рог,
Украина, 50027

1. Введение

Частицы многих металлов с размерами 1-200 нм обладают уникальными свойствами, которые значительно отличаются от свойств массивного металла. Особый интерес представляют частицы, которые образуются в ионных кристаллах. В современной физике твердого тела особо значительное внимание уделяется исследованию физических свойств щелочно-галогидных кристаллов и их практическому применению. Эти кристаллы, как простейшие модели твердых тел, всегда являлись благоприятными объектами для изучения структурно-чувствительных свойств, а также электронных и ионных процессов, которые происходят в ионных кристаллах.

Для понимания и практического применения физики и химии щелочно-галогидных кристаллов боль-

шое значение имеет изучение процессов образования и свойств точечных дефектов. Простейшие дефекты кристаллической решетки – центры окраски – в щелочно-галогидных кристаллах были известны еще в конце XIX века. Однако их систематическое исследование началось в 20-х годах XX столетия в работах школы Поля.

Центры окраски в ионных кристаллах можно создавать путем введения примесей, начиная от самых малых их концентраций до монокристаллов с пятидесятипроцентным содержанием двух различных солей, путем облучения кристаллов ионизирующим излучением или катодным пучком, а также нагреванием кристалла в парах щелочного металла, или электролитическим методом.

Необходимо отметить, что электролитический метод окрашивания имеет такие значительные преимущества: