

*Наведено результати моделювання дальності пробігу електромобіля (ЕМ) для різної маси корисного вантажу в стандартному циклі руху. Досліджено вплив ємності акумуляторної батареї (АКБ) на дальність пробігу при русі з постійною швидкістю. У статті представлені пошук оптимальних значень швидкості руху ЕМ і ємності АКБ за умовою максимуму дальності пробігу згідно методу градієнтного спуску*

*Ключові слова: дальність пробігу, електромобіль, глибина розряду, потужність, обчислювальний експеримент, параметр*

*Приведены результаты моделирования дальности пробега электромобиля (ЭМ) для различной массы полезного груза в стандартном цикле движения. Исследовано влияние емкости аккумуляторной батареи (АКБ) на дальность пробега при движении с постоянной скоростью. В статье представлен поиск оптимальных значений скорости движения ЭМ и емкости АКБ по критерию максимума дальности пробега согласно метода градиентного спуска*

*Ключевые слова: дальность пробега, электромобиль, глубина разряда, мощность, вычислительный эксперимент, параметр*

УДК 629.113.6

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ДАЛЬНОСТИ ПРОБЕГА ЭЛЕКТРОМОБИЛЯ С УЧЕТОМ ЕГО ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

**Н. И. Слипченко**

Доктор физико-математических наук, профессор\*

E-mail: nslip@kture.kharkov.ua

**В. А. Письменецкий**

Кандидат технических наук, профессор  
Центр научного творчества молодежи\*\*

E-mail: cntm@ukr.net

**М. Ю. Гуртовой**

Аспирант\*

\*Кафедра микроэлектроники, электронных приборов и устройств\*\*

E-mail: misha.gurtovoy@ukr.net

**В. О. Махлова**

Кафедра основ радиотехники\*\*

E-mail: vera.makhlova@ukr.net

\*\*Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

## 1. Введение

Сокращение выбросов углекислого газа является одним из главных преимуществ электромобилей (ЭМ) по сравнению с обычными транспортными средствами с двигателем внутреннего сгорания. Недостаточно большой запас хода и высокая стоимость ЭМ - это главные недостатки, ограничивающие их применение. Однако, по оценкам специалистов предполагается к 2020 г. довести количество электротранспортных средств на улицах немецких городов до 1 млн. [1]. В связи с увеличивающейся распространенностью электротранспорта уменьшение расхода энергии становится важным аспектом исследования автомобильной промышленности. Моделирование режимов функционирования ЭМ позволяет оценивать такие важные параметры как дальность пробега, ускорение, емкость и тип АКБ.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Оценка энергопотребления ЭМ зависит от многочисленных параметров, таких как крутящий момент двигателя, скорость движения, масса, ток и температу-

ра АКБ. Поэтому необходима математическая модель ЭМ для определения потенциальных возможностей энергоустановки относительно взаимодействия ее остальных компонентов. Известно, что дальность пробега ЭМ зависит от его энергопотребления и емкости АКБ [2]. В настоящее время аналитические зависимости пробега ЭМ от глубины разряда АКБ и скорости движения практически отсутствуют. Поэтому задача анализа и моделирования параметров и характеристик ЭМ является важной и представляет практический интерес.

## 3. Цель и задачи исследования

Целью работы является определение зависимости дальности пробега ЭМ от глубины разряда АКБ свинцово-кислотного типа в стандартном цикле движения по городу при вариации емкости АКБ. Основные задачи исследований:

- определение зависимости дальности пробега ЭМ от глубины разряда АКБ для различной массы полезного груза;
- исследование влияния емкости АКБ (в А·ч) на дальность пробега при движении с постоянной скоростью;

- определение оптимальных значений параметров (емкости АКБ и скорости движения).

#### 4. Основные результаты

Процесс разгона электромобиля до номинальной скорости зависит от следующих основных характеристик: массы ЭМ, времени разгона, аэродинамических характеристик корпуса, мощности электродвигателя, пикового тока АКБ, емкости пускового конденсатора (СК) [1].

Для начала движения электромобиля, нужно чтобы сила тяги  $F_{te}$  на ведущих колесах превысила сумму остальных сил, показанных на рис. 1:

$$F_{te} = F_{rr} + F_{ad} + F_{hc} + F_{la} + F_{oa}, \quad (1)$$

где  $F_{rr}$  - сила сопротивления качению;  $F_{ad}$  - сила, затрачиваемая на преодоление аэродинамического сопротивления;  $F_{hc}$  - сила, затрачиваемая на движение с уклоном;  $F_{la}$  - сила, требуемая для линейного ускорения;  $F_{oa}$  - сила, требуемая для углового ускорения [3 – 6].

Энергия, требуемая для движения каждую секунду, выражена через мощность  $P_{te}$ :

$$P_{te} = F_{te} \times v, \quad (2)$$

где  $P_{te}$  - мощность, требуемая для движения каждую секунду, Вт·с;  $v$  - скорость, м/с.

Низкий КПД энергоустановки, состоящей из двигателя, контроллера и системы передачи означает, что мощность двигателя не равна тяговому усилию, и электрическая мощность, потребляемая двигателем больше, чем выдаваемая механическая мощность, в соответствии с уравнениями (3):

$$P_{mot\_in} = \frac{P_{mot\_out}}{\eta_m}, \quad P_{mot\_out} = \frac{P_{te}}{\eta_g}, \quad (3)$$

где  $P_{mot\_in}$  – потребляемая двигателем электрическая мощность, Вт;  $P_{mot\_out}$  – выдаваемая двигателем механическая мощность, Вт;  $\eta_m$  - КПД двигателя и контроллера;  $\eta_g$  - КПД передачи.

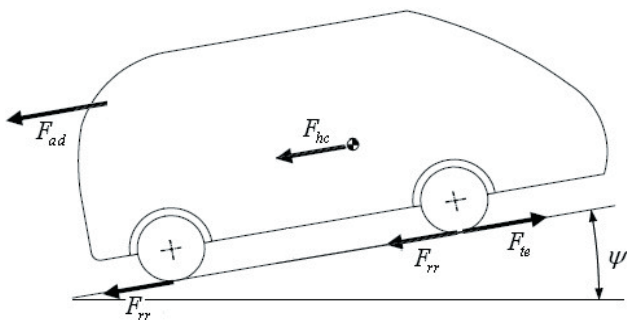


Рис. 1. Силы, действующие на транспортное средство

Уравнения (3) корректны в том случае, когда ЭМ приведен в движение. Однако, при торможении следует применять уравнения (4):

$$P_{mot\_in} = P_{mot\_out} \times \eta_m, \quad P_{mot\_out} = P_{te} \times \eta_g. \quad (4)$$

Соотношения для определения отданной и обеспечиваемой емкостей АКБ имеют вид:

$$CR_{n+1} = CR_n - \frac{\delta t \times I^k}{3600}, \quad CS_{n+1} = CS_n + \frac{\delta t \times I}{3600}, \quad (5)$$

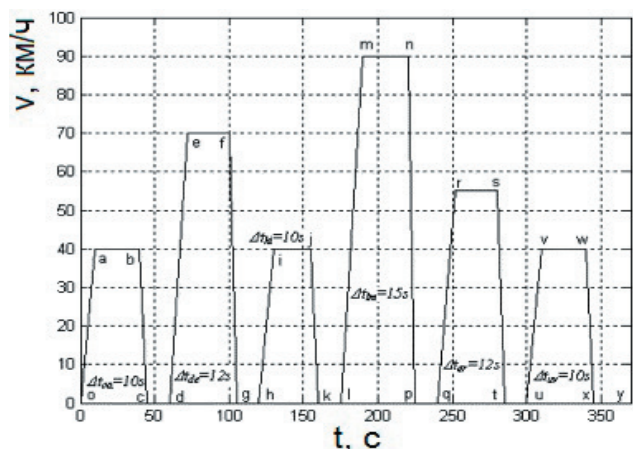
где  $CR_n$  – отданная емкость АКБ в нагрузку, А·ч;  $CS_n$  – обеспечиваемая емкость АКБ, А·ч;  $k$  – экспонента Пекерта;  $\delta t$  - время, с;  $I$  - ток разряда, А [7].

Глубина разряда АКБ DOD<sub>n</sub> является отношением отданной емкости к емкости Пекерта  $C_p$  как указано в [4, 7]:

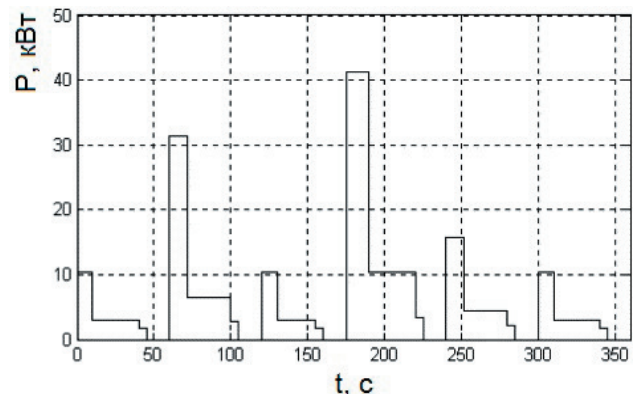
$$DOD_n = \frac{CR_n}{C_p}, \quad (6)$$

где  $C_p$  - емкость Пекерта, А·ч.

К необходимым для учета компонентов следует отнести электродвигатель, накопитель энергии (АКБ или гибридная система с суперконденсаторами, топливными элементами, или маховиками) и механическая передача [8, 9]. В качестве стандартного цикла движения по городу был выбран цикл SFUDS, показанный на рис. 2, а. На рис. 2, б приведен график потребляемой мощности данного цикла согласно работе [6].



а



б

Рис. 2. Стандартный цикл движения SFUDS: а - зависимость скорости  $v$  от времени  $t$ ; б - зависимость потребляемой мощности  $P$  от времени  $t$

Далее, применяя данные табл. 1, был проведен вычислительный эксперимент, основой которого является алгоритм моделирования дальности пробега  $d$  (рис. 3).

Таблица 1

Технические данные на ЭМ EV1 компании

General Motors

Масса без нагрузки, т	Лобовая площадь, м <sup>2</sup>	Мощность дополнительных потребителей электроэнергии, Вт	Коэффициент трения / аэродинамического сопротивления	КПД передачи $\eta_g$
1,4	1,8	250	0,19 / 0,31	0,95

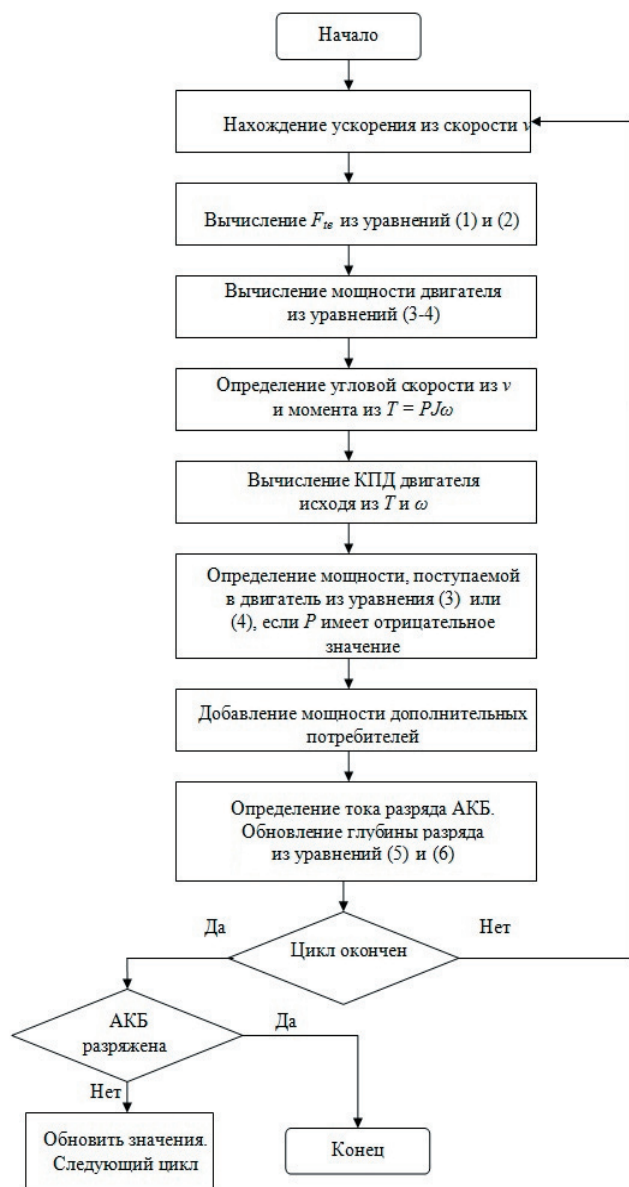
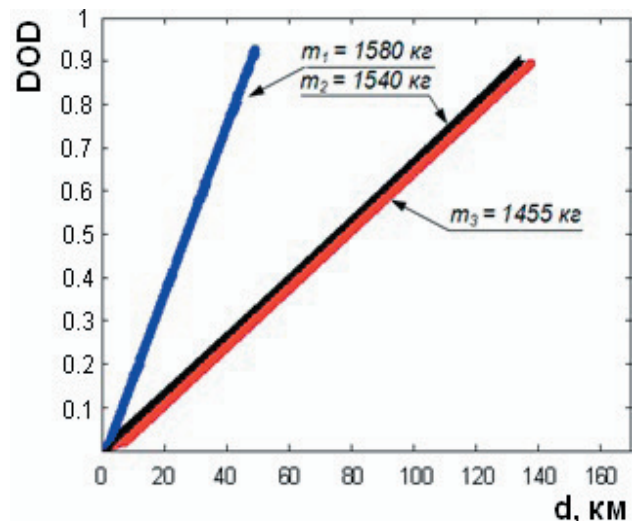


Рис. 3. Алгоритм моделирования дальности пробега

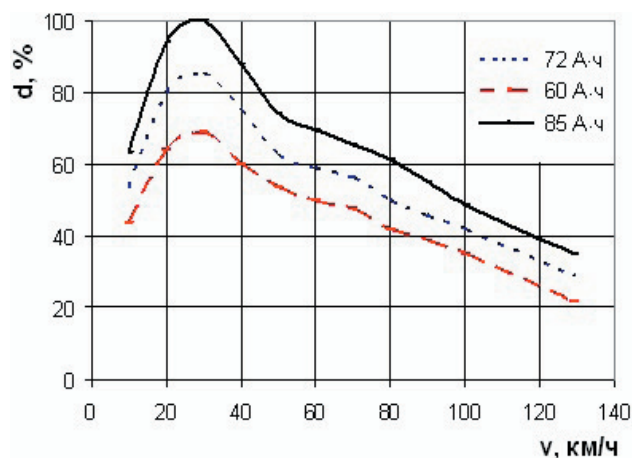
С помощью алгоритма, представленного на рис. 3 была определена дальность пробега  $d$  при движении

в городском цикле для различной полезной нагрузки (рис. 4, а).

В общем случае с помощью алгоритма определяется степень разряда АКБ исходя из отданной в нагрузку мощности и рекуперации при торможении. Зависимость глубины разряда АКБ имеет линейный характер и дальность пробега убывает с ростом массы полезного груза.



а



б

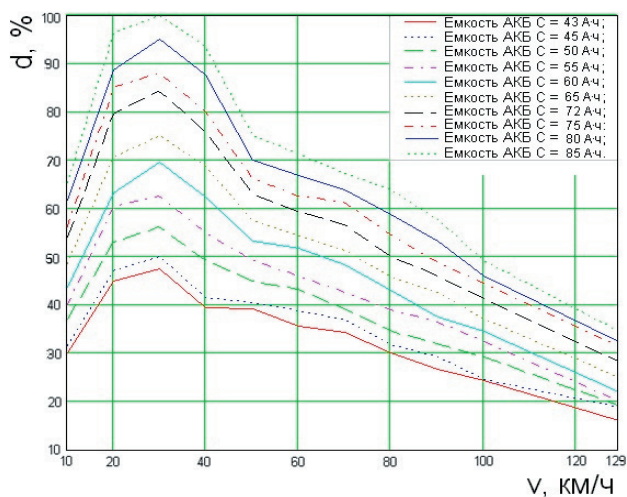
Рис. 4. Дальность пробега: а – зависимость глубины разряда АКБ DOD от дальности пробега  $d$  в стандартном цикле; б - зависимость дальности пробега  $d$  от скорости  $v$

На рис. 4, б представлена зависимость дальности пробега  $d$  от скорости  $v$  при вариации емкости  $C$  АКБ свинцово-кислотного типа, построенная на основе массива исходных данных (7). В данном случае масса ЭМ в снаряженном состоянии изменялась незначительно.

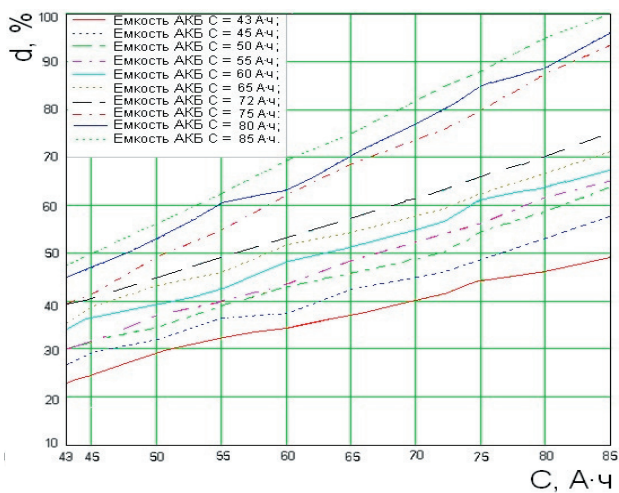
Как следует из рис. 4, б, оптимальная скорость движения составляет 30 км/ч. Положение максимума дальности пробега связано с наличием определенного эксплуатационного крутящего момента электродвигателя.

МИД =	0	43	45	50	55	60	65	72	75	80	85	(7)	$\bar{f}_x = 4.626 - 1.41x + (4.54 \cdot 10^{-2})x^2 + (-4.98 \cdot 10^{-4})x^3 + (1.76 \cdot 10^{-6})x^4 + (1.42 \cdot 10^{-13})x^5 + (1.56 \cdot 10^{-1})y + (9.44 \cdot 10^{-2})xy + (-2.63 \cdot 10^{-3})x^2y + (2.3 \cdot 10^{-5})x^3y + (-8.84 \cdot 10^{-8})x^4y + (-9.87 \cdot 10^{-15})x^5y,$	
	10	30	31.5	37	40	43.75	48.5	54	56.25	61.25	65.25			(8)
	20	45	47	53	60.5	63.25	70.5	79.75	80	88.75	96.25			
	30	47.5	50	56.25	62.5	69.5	75	84.5	88	95	100			
	40	39.5	41.5	49.25	55	62.25	68.75	75.75	80	87.5	93.5			
	50	39.25	40.5	45	49.25	53.25	57.5	63	66.25	70	75			
	60	35.5	38.75	43.25	46	51.75	54.25	59.25	62.5	66.75	71.25			
	70	34.25	36.75	39.25	42.5	48.25	51.75	56.5	61.25	63.75	67.25			
	80	30	31.75	34.5	39	43	45.75	50	54.5	58.75	63.75			
	90	26.75	29.25	32	36.5	37.5	42.5	46	48.75	53.25	57.75			
	100	24.25	24.5	29.25	32.5	34.5	37	41.25	44.5	46	49.25			
129	16	18.75	19.25	20	22	25	28.25	31.25	32.5	34.5				

Зависимости  $d=f(v)$  и  $d=f(C)$  для массива исходных данных приведены на рис. 5.



а



б

Рис. 5. Графики зависимостей  $d$  от  $v$  и  $d$  от  $C$  для исходных данных: а - зависимость  $d$  от  $v$ ; б - зависимость  $d$  от  $C$

Исследование зависимости  $d = f(C, v)$  проводилось на основе уравнения регрессии 5-го порядка:

где  $x$  – скорость  $v$ , км/ч;  $y$  – емкость АКБ  $C$ , А·ч.

Как следует из табл. 2, вероятность того, что уравнение регрессии второй степени ошибочно, равна 4,58%, а для уравнения регрессии пятой степени – 1,23%.

Таблица 2

Ошибки математической модели					
Степень уравнения регрессии	1	2	3	4	5
Ошибка, %	8,58	4,58	1,39	0,41	1,23

Далее, с помощью обобщенной методики двухпараметрической (параметры  $x$  и  $y$ ) оптимизации методом градиентного спуска, определяются оптимальные значения емкости  $C$  и скорости  $v$ .

Алгоритм данного метода состоит из следующих этапов согласно [10]:

1. Ввод начальных значений параметров ( $x_0, y_0$ ), их области определения ( $x_{min}, y_{min}, x_{max}, y_{max}$ ), дискретности параметров ( $h_x, h_y$ ), точности расчета  $\epsilon$ .
2. Определение производных:

$$f_{x_i}'(x_i, y_i), f_{y_i}'(x_i, y_i).$$

3. Вычисление модуля градиента:

$$r = \sqrt{[f_{x_i}'(x_i, y_i)]^2 + [f_{y_i}'(x_i, y_i)]^2}.$$

4. Определение направляющих синуса и косинуса градиента:

$$\cos \alpha = \frac{f_{x_i}'(x_i, y_i)}{r},$$

$$\sin \alpha = \frac{f_{y_i}'(x_i, y_i)}{r}.$$

5. Определение координат следующей точки поиска:

$$x_{i+1} = x_i + h_x \cos \alpha,$$

$$y_{i+1} = y_i + h_y \sin \alpha.$$

6. Проверка условия достижения оптимальной точки по параметру  $\epsilon$ .

7. Проверка параметров-координат в области допустимых значений.

8. Вывод оптимальных параметров-координат.



На рис. 6, а изображена динамика автоматического поиска оптимальных параметров емкости АКБ  $C$  и скорости  $v$  методом градиентного спуска по уравнению регрессии (8). Проекция траектории поиска

оптимальной точки на плоскость  $C-v$  показана на рис. 6, б. Как следует из рис. 6, а, при двухпараметрической оптимизации трасса поиска оптимальной точки (синяя точка) проложена на поверхности  $d = f(C, v)$ .

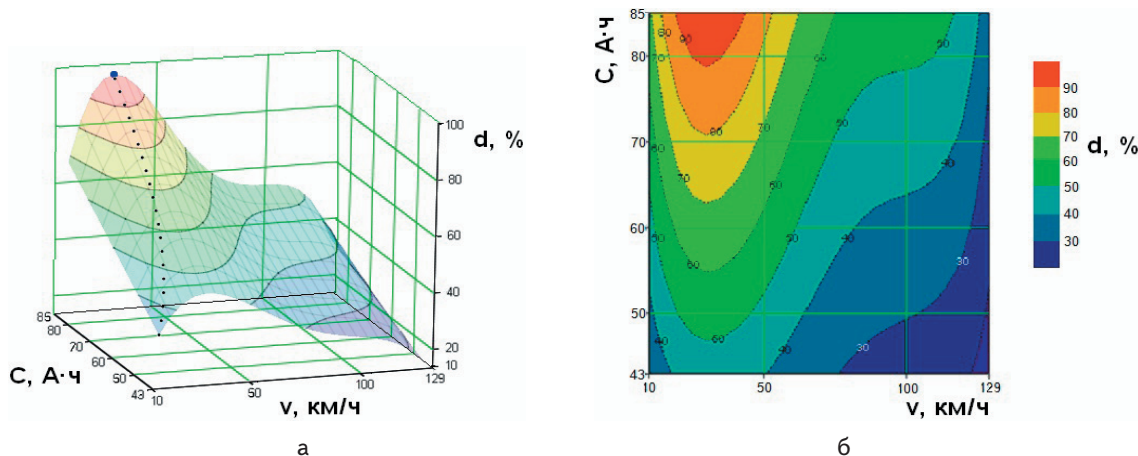


Рис. 6. Зависимость  $d=f(C, v)$ : а - поиск оптимальных параметров  $C$  и  $v$ ; б - зависимость  $C$  от  $v$

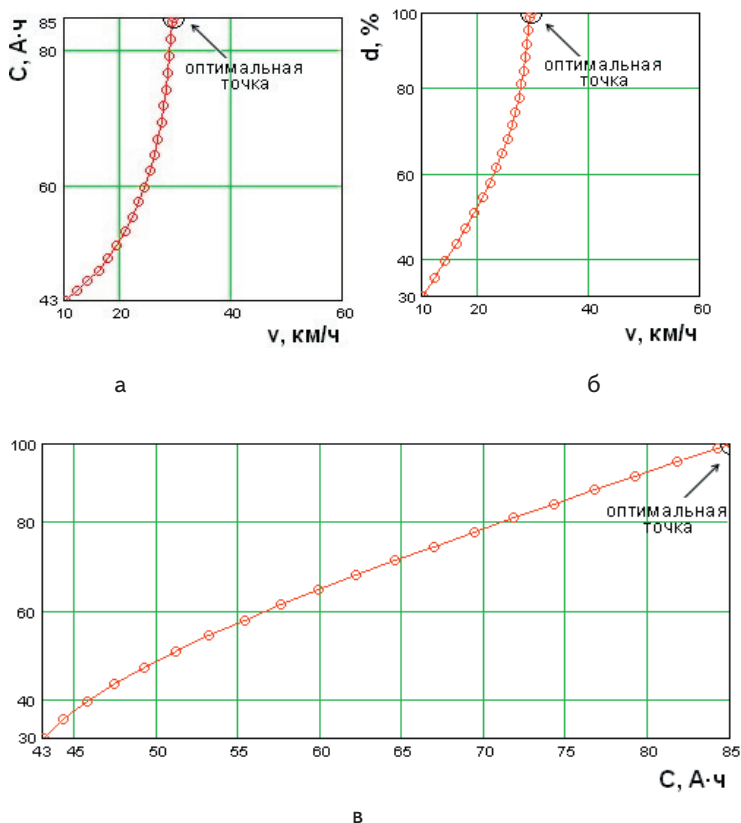


Рис. 7. Траектории поиска оптимальной точки: а - зависимость  $C$  от  $v$ ; б - зависимость  $d$  от  $v$ ; в - зависимость  $d$  от  $C$

Далее были построены траектории поиска точки с оптимальными координатами, которые показаны на рис. 7.

Проекция траектории поиска оптимальной точки на плоскости  $C-v$ ,  $d-v$  и  $d-C$  позволяют определить необходимое количество итераций для ее нахождения. Из приведенных графиков следует, что оптимальное значение параметров  $C$  и  $v$  по критерию максимума параметра  $d$  составляют 85 А·ч и 30 км/ч соответственно.

### 5. Выводы

1. Анализ и моделирование основных параметров ЭМ позволили получить конкретные результаты зависимостей глубины разряда от дальности пробега для различной массы полезного груза. Показано, что дальность пробега убывает с увеличением массы полезной нагрузки в стандартном цикле движения по городу.

2. Поиск оптимальных значений скорости движения ЭМ и емкости АКБ по критерию максимума дальности пробега согласно метода градиентного спуска дал оптимальное значение скорости движения ЭМ, равное 30 км/ч, что согласуется с результатами, представленными в работах [2, 11].

### Литература

1. Слипченко, Н. И. Исследование режимов работы АКБ и суперконденсатора в системе энергообеспечения электромобиля [Текст] / Н. И. Слипченко, В. А. Письменецкий, М. Ю. Гуртовой // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – №4. – С.31-35.

2. Baker, B. Converted vehicle for battery electric drive: Aspects on the design of the software-driven vehicle control unit [Текст] : Proceedings of the 2nd EEVC, June 18-19, 2012 Dresden / Editors : B. Baker, L. Morawietz. – Expert verlag, 2012. – 201 p.
3. Ефремов, И. С. Теория и расчет тягового привода электромобиля [Текст] / И. С. Ефремов, А. П. Пролыгин, Ю. М. Андреев, А. Б. Миндлин // М.: Высшая школа, 1984. – 344 с.
4. Larminie, J. Electric Vehicle Technology Explained [Текст] / J. Larminie, J. Lowry // John Wiley & Sons Ltd, 2003. – 293 p.
5. Guzzella, L. Vehicle propulsion systems. Introduction to modelling and optimization [Текст] / L. Guzzella, A. Sciarretta // Springer-Verlag, 2005. – 291 p.
6. Dhameja S. Electric Vehicles Battery Systems [Текст] / S. Dhameja // Newnes, 2002. – 230 p.
7. Effectiveness of Supercapacitors as Power-Assist in Pure EV Using a Sodium-Nickel Chloride Battery as Main Energy Storage [Электронный ресурс] / EVS24 International Battery, Hybrid and Fuel Cell Electric Vehicle Symposium. - Режим доступа : WWW/ URL: [http://www.elkraft.ntnu.no/eno/Papers2009/EVS24\\_final\\_paper-giuseppe.pdf/](http://www.elkraft.ntnu.no/eno/Papers2009/EVS24_final_paper-giuseppe.pdf/) – 11.04.2013 г. – Загл. с экрана.
8. Burke, A. Ultracapacitors: why, how and where is the technology [Текст] / A. Burke // Journal of power sources. – № 91. – 2000. – pp. 37 – 50.
9. Аносов, В. Н. Анализ изменения разрядной емкости тяговой аккумуляторной батареи [Текст] / В. Н. Аносов, В.М. Кавешников // Транспорт: наука, техника, управление. – 2008. – № 6. – С. 33 – 36.
10. Львович, Я. Е. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА [Текст] / Я. Е. Львович, В. Н. Фролов – М.: Радио и связь, 1986. – 191 с.
11. Бусыгин, Б. П. Электромобили (Методы расчета) [Текст] / Б. П. Бусыгин. – М. : МАДИ, 1979. – 71 с.

*В роботі представлено визначення неперервної функції, визначення неперервної функції за Коші, за Гейне, на мові природств. Детально вивчені властивості функцій неперервних на компактній (відрізку). Представлені 1-а, 2-а теореми Вейрштрасса, 1-а, 2-а теорема Коші, а також основні наслідки з них. Покроково представлені докази теорем і наслідків*  
**Ключові слова:** *безперервні функції, компактність, теорема Вейрштрасса, теорема Коші*

*В работе представлено определение непрерывной функции, определение непрерывной функции по Коши, по Гейне, на языке приращений. Подробно изучены свойства функций непрерывных на компакте (отрезке). Представлены 1-я, 2-я теоремы Вейрштрасса, 1-я, 2-я теоремы Коши, а также основные следствия из них. Пошагово представлены доказательства теорем и следствий*  
**Ключевые слова:** *непрерывные функции, компактность, теорема Вейрштрасса, теорема Коши*

УДК 512.8

## PROPERTIES OF CONTINUOUS FUNCTIONS ON A COMPACT

**Dheaa Kamel Hussain Al-Janabi**  
 College of Education  
 The Department of mathematics  
 Mustansiriya University  
 Iraq - Bogdad, Almustansiriya, 46007  
 E-mail: dheaaaljanabi@yahoo.com

### 1. Introduction

The theory of functions is a branch of mathematics that studies the properties of various functions. The theory of functions is divided into two areas: the theory of functions of a real variable and the theory of functions of a complex variable, the difference between them is so great that they are usually treated separately. Without going into details, we can say that on the merits the distinction lies, on the one hand, in a detailed study of the basic concepts of mathematical analysis (such as continuity, differentiation, integration, etc.), on the other hand, in the theoretical analysis of the development of specific functions represented by separate rows. One of the achievements of the theory of functions of actual variable was the creation of the theory of integration.

In mathematics, a function  $f$  is uniformly continuous if, roughly speaking, it is possible to guarantee that  $f(x)$  and  $f(y)$  is as close to each other as we please by requiring only that  $x$  and  $y$  are sufficiently close to each other; unlike ordinary continuity, the maximum distance between  $f(x)$  and  $f(y)$  cannot depend on  $x$  and  $y$  themselves. For instance, any isometry (distance-preserving map) between metric spaces is uniformly continuous.

The image of a totally bounded subset under a uniformly continuous function is totally bounded. However, the image of a bounded subset of an arbitrary metric space under a uniformly continuous function should not be bounded: as a counterexample, consider the identity function from the integers endowed with the discrete metric to the integers endowed with the usual Euclidean metric.