

УДК 556.3+566.11

# УДОСКОНАЛЕННЯ ПРИНЦИПУ СУПЕР- ПОЗИЦІЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ РЕЧОВИН ДЛЯ ВОДОТОКІВ

**С. М. Остроумов**

Кандидат фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник\*

E-mail: morlabkr@ukr.net

**В. С. Кресін**

Кандидат технічних наук, завідувач лабораторією\*

E-mail: morlabkr@ukr.net

**О. М. Лесов**

Головний консультат

Республіканський комітет з охорони навколишнього

природного середовища

Автономної республіки Крим

вул. Кечкіметська, 198, м. Сімферополь, Україна, 95022

E-mail: eco\_crimea@mail.ru

\*Лабораторія гідрофізичних процесів формування якості

та заходів з охорони морських вод

Український науково-дослідний

інститут екологічних проблем

вул. Бакуліна, 6, м. Харків, Україна, 61166

У статті отримані формули, що відбивають принцип суперпозиції концентрацій неконсервативної речовини для водотоку та спрощують розрахунок двовимірного поля концентрації речовини з урахуванням точкових і дифузних джерел та стоків речовини. Отримані формули дозволяють підвищити точність розрахунків якості води у водотоках

**Ключові слова:** водотік, гранично допустимий скид речовини, дифузні джерела і стоки речовини

В статье получены формулы, которые отражают принцип суперпозиции концентраций неконсервативного вещества для водотока и упрощают расчет двумерного поля концентрации вещества с учетом точечных и диффузных источников и стоков вещества. Полученные формулы позволяют повысить точность расчетов качества воды в водотоках

**Ключевые слова:** водоток, предельно допустимый сброс вещества, диффузные источники и стоки вещества

## 1. Вступ

Одним з основних чинників відновлення та збереження нормативної якості води водних об'єктів України є встановлення гранично допустимого скиду (ГДС) речовин у водні об'єкти із зворотними водами [1]. При встановленні ГДС речовин у водотоки необхідно виконувати розрахунки максимальної концентрації речовин в контрольних створах водотоків. Як правило, для визначення вказаної вище максимальної концентрації необхідно розраховувати відповідні двовимірні поля концентрації речовин [2]. Ці розрахунки є досить складними, і вони викликають найбільші труднощі при встановленні ГДС речовин. Для спрощення розрахунків поля концентрації речовин у водних об'єктах використовується *принцип суперпозиції концентрацій* [2, 3]. Але при цьому не враховується низка факторів, які можуть суттєво впливати на формування поля концентрації речовин в контрольних створах водотоків, а отже, і на величини відповідних ГДС речовин. Тому удосконалення принципу суперпозиції концентрацій для водотоків з урахуванням зазначених вище факторів є дуже актуальним.

## 2. Аналіз літературних джерел та постановка проблеми

Принцип суперпозиції концентрацій впливає з лінійності рівняння турбулентної дифузії та гранич-

них умов до нього [3]. Разом із тим, цей принцип часто формулюють і використовують без урахування деяких членів рівняння турбулентної дифузії та певних видів граничних умов. Зокрема, в роботі [3] сказано, що "...общая концентрация примеси, создаваемая источниками ..., является суммой концентраций от каждого из них". Але таке формулювання принципу суперпозиції концентрацій є правильним лише для безмежного водного потоку, причому лише у випадку, коли концентрація розглядуваної речовини дорівнює нулю на досить великій відстані від джерел речовини. Такий самий випадок розглядається і в роботі [4], де також фактично використовується принцип суперпозиції концентрацій. При цьому в роботах [3, 4] водотоки не розглядаються, не враховується неконсервативність речовини, та враховуються лише *точкові джерела речовини*, які при розрахунках ГДС речовин відповідають *зосередженим випускам* зворотних вод – випускам з одним вихідним отвором. Але на формування поля концентрації речовини у водотоці можуть суттєво впливати і *дифузні* (розподілені уздовж водотоку) джерела та стоки речовини [5, 6]. *Дифузні джерела речовини* обумовлені надходженням у водотік поверхневих та ґрунтових вод і атмосферних опадів на водну поверхню, а *дифузні стоки*, - фільтрацією води крізь ложе водотоку [6]. В роботі [6] розглядається розрахунок одновимірного поля концентрації неконсервативної речовини у водотоках річкової системи, в якому враховуються неконсервативність речовини, точкові і дифузні джерела та стоки

речовини, а поле концентрації речовини в усіх створах водотоків вважається однорідним. Але це припущення, як правило, не виконується для контрольних створів, що не дозволяє використати результати роботи [6] для розрахунку ГДС речовин. В роботі [2] принцип суперпозиції концентрацій використовується для розрахунку двовимірного (неоднорідного у створах водотоку) поля концентрації, що створюється сукупністю випусків зворотних вод, але при цьому не враховуються неконсервативність речовини і дифузні джерела та стоки речовини. В роботах [1, 5] принцип суперпозиції концентрацій використовується для розрахунку максимальної концентрації неконсервативної речовини у створах водотоку лише в окремих випадках скидання зворотних вод, коли розрахунок відповідного двовимірного поля концентрації непотрібний [2]. При цьому дифузні джерела та стоки речовини не враховуються.

Метою даної роботи є отримання формул, що відбивають принцип суперпозиції концентрацій для водотоку з урахуванням двовимірності поля концентрації розглядуваної неконсервативної речовини, точкових джерел речовини, а також дифузних джерел та стоків речовини. Результати роботи можуть бути використані для розрахунків ГДС речовин із зворотними водами у водотоці.

### 3. Математичне формулювання задачі переносу речовин у водотоці

Перенос розглядуваної речовини у водотоці найбільш точно описується нестационарним тривимірним рівнянням турбулентної дифузії, в якому вважається заданим нестационарне тривимірне поле швидкості плинину води [5, 7]. Але практична реалізація такої математичної моделі викликає суттєві труднощі не стільки через складність чисельних методів розв'язку відповідних тривимірних рівнянь, скільки через відсутність усіх необхідних вихідних даних розрахунку. Зокрема, для розрахунку тривимірного (і навіть одновимірного) поля швидкості плинину води необхідні дані щодо ухилу дна та геометричних параметрів поперечного перетину водотоку [8], які змінюються уздовж природних водотоків, та які дуже важко отримати. Тому на практиці для розрахунку ГДС речовин використовують більш прості та досить адекватні моделі, в яких перенос речовини описується стаціонарним двовимірним рівнянням турбулентної дифузії, а гідравлічні характеристики потоку води (швидкість плинину, глибина і ширина) вважаються постійними і заданими [2, 5, 7]. Нижче формулюється одна з таких моделей, причому в цій моделі враховуються неконсервативність речовини, точкові джерела речовини, а також дифузні джерела та стоки речовини.

Для цієї моделі рівняння турбулентної дифузії можна записати так:

$$u \frac{\partial \tilde{N}}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \tilde{N}}{\partial y^2} = -kC - \frac{q_{\text{фил}}}{Bh} C + \frac{1}{h} \sum_{i=1}^N \chi_i(x, y), \quad (1)$$

де  $u$  - середня (за живим перерізом потоку) швидкість плинину води, м/с;  $C = C(x, y)$  - середня (за глибиною потоку) концентрація (г/м<sup>3</sup>) даної речовини у

розглядуваній точці водного потоку;  $x, y$  - координати (м) цієї точки (початок координат  $0$  та координатні вісі  $0x, 0y$  показані на рис. 1);  $D$  - коефіцієнт турбулентної дифузії, м<sup>2</sup>/с;  $k$  - коефіцієнт неконсервативності речовини, 1/с;  $q_{\text{фил}}$  - фільтраційна витрата води (м<sup>2</sup>/с) - об'єм води, яка "уходить" за одиницю часу з одиниці довжини водотоку за рахунок фільтрації води крізь ложе водотоку;  $B$  і  $h$  - ширина і глибина потоку води, м (рис. 2);  $\chi_i$  - маса речовини, яка надходить за одиницю часу до одиниці площі водного потоку (у плані) з  $i$ -го зосередженого випуску зворотних вод, г/(м<sup>2</sup> с);  $N$  - кількість випусків.

У рівнянні (1) вважається, що живий переріз потоку води являє собою прямокутник (рис. 2). Перший доданок лівої частини рівняння (1) описує конвективний переніс речовини уздовж розглядуваного водотоку, а другий - дифузійний переніс речовини поперек водотоку (уздовж координатної вісі  $0y$ , рис. 1). Перший доданок правої частини рівняння (1) описує розклад речовини за рахунок її неконсервативності, другий - "уніс" речовини із водою, що фільтрується крізь ложе водотоку, а третій, - надходження речовини у водотік із зворотними водами випусків.

Відзначимо, що рівняння (1) відрізняється від аналогічного рівняння з роботи [7], тим, що у правій частині останнього рівняння стоїть нуль, тобто в ньому не враховуються усі описані вище члени правої частини рівняння (1).

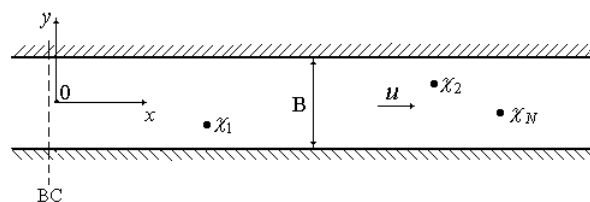


Рис. 1. Схема розглядуваного водотоку (у плані): BC - вхідний створ водотоку; B - ширина водотоку; u - швидкість плинину води у водотоці;  $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_N$  - зосереджені випуски зворотних вод

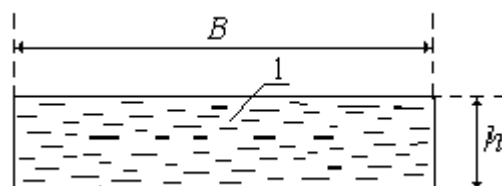


Рис. 2. Поперечний переріз водотоку (рис. 1): 1 - живий переріз потоку води; B і h - ширина і глибина потоку

Якщо ввести позначення

$$\beta = k + \frac{q_{\text{фил}}}{Bh}, \quad (2)$$

то рівняння (1) можна записати так:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = -\beta C + \frac{1}{h} \sum_{i=1}^N \chi_i(x,y). \quad (3)$$

У рівнянні (3) невідомою є концентрація речовини  $C(x, y)$ , а всі інші величини вважаються заданими, причому всі ці величини, окрім  $\chi_i(x,y)$ , вважаються постійними. Величина  $\beta$  задається формулою (2), а фільтраційна витрата  $q_{\text{фил}}$  розраховується за формулою Павловського [9]

$$q_{\text{фил}} = \mu(B + 2h),$$

де  $\mu$  - коефіцієнт фільтрації ґрунту ложа водотоку, м/с.

Величину коефіцієнта турбулентної дифузії  $D$  можна розрахувати за такими формулами [9]

$$D = \frac{guh}{37n_m C_m^2}, C_m = \frac{h^{1/6}}{n_m},$$

де  $g$  - прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  $n_m$  коефіцієнт шорсткості ложа водотоку.

Розглянемо граничні умови до рівняння (3).

Спочатку розглянемо граничні умови, що описують забруднення водотоку за рахунок дифузних джерел речовини.

На рис. 1 показана проекція розглядуваного водотоку на довільну горизонтальну площину. Пряма  $y = -B/2$  (рис. 1) відповідає *правому берегу* водотоку, а пряма  $y = B/2$ , - *лівому берегу*. Як правило, основний внесок у забруднення водотоку за рахунок дифузних джерел дає надходження з його берегів забруднених поверхневих вод, причому з різних берегів за одиницю часу надходять приблизно однакові маси даної речовини. В цьому випадку граничні умови на берегах водотоку можна записати так [7]:

$$\left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=-0,5B} = \frac{0,5f}{Dh} \quad (\text{на правому березі}), \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=0,5B} = -\frac{0,5f}{Dh} \quad (\text{на лівому березі}), \quad (5)$$

де  $f$  - маса речовини, що надходить за одиницю часу до одиниці довжини водотоку за рахунок дифузних джерел речовини, г/(м·с);

Методика визначення величини  $f$  за результатами відповідних вимірювань описана в роботі [10].

Очевидно, що гранична умова у *вхідному створі водотоку* (рис. 1) має такий вигляд:

$$C(0,y) = C_0(y), \quad (6)$$

де  $C_0(y)$  - задане поле концентрації речовини у вхідному створі.

Рівняння (3) з граничними умовами (4) - (6) описує перенос речовини у водотоці з урахуванням неконсервативності речовини, точкових джерел речовини, а також дифузних джерел та стоків речовини.

#### 4. Обґрунтування принципу суперпозиції концентрацій для водотоку

Спочатку розглянемо випадок, коли концентрація речовини  $C$  у вхідному створі розглядуваного водотоку (рис. 1) є однорідною та у цей водотік зворотні води скидаються, наприклад, із двох зосереджених випусків, розташованих у довільних створах водотоку. Очевидно, що в цьому випадку рівняння (3) та граничні умови (4) - (6) можна записати так:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = -\beta C + \chi'_1(x,y) + \chi'_2(x,y), \quad (7)$$

$$C(0,y) = C_0 = \text{const}, \quad \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=-0,5B} = f', \quad \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=0,5B} = -f', \quad (8)$$

де

$$\chi'_1(x,y) = \frac{\chi_1(x,y)}{h}, \quad \chi'_2(x,y) = \frac{\chi_2(x,y)}{h}, \quad f' = \frac{f}{2Dh}.$$

Із (7), (8) випливає, що при  $f' = 0$  відповідне поле концентрації  $C(x,y) = \tilde{C}(x,y)$ , яке створюється лише випусками зворотних вод (без врахування дифузних джерел та стоків речовини), описується рівнянням

$$u \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial y^2} = -\beta \tilde{C} + \chi'_1(x,y) + \chi'_2(x,y) \quad (9)$$

з граничними умовами

$$\tilde{C}(0,y) = C_0 = \text{const}, \quad \left. \frac{\partial \tilde{C}}{\partial y} \right|_{y=-0,5B} = \left. \frac{\partial \tilde{C}}{\partial y} \right|_{y=0,5B} = 0. \quad (10)$$

Із (7), (8) також випливає, що при  $\chi'_1(x,y) = \chi'_2(x,y) = 0$  поле концентрації  $C_{\text{дж}}(x,y)$ , яке створюється при  $C_0 = 0$  лише дифузними джерелами (без врахування випусків зворотних вод), описується рівнянням

$$u \frac{\partial C_{\text{дж}}}{\partial x} - D \frac{\partial^2 C_{\text{дж}}}{\partial y^2} = -\beta C_{\text{дж}} \quad (11)$$

з граничними умовами

$$C_{\text{дж}}(0,y) = 0, \quad \left. \frac{\partial C_{\text{дж}}}{\partial y} \right|_{y=-0,5B} = f', \quad \left. \frac{\partial C_{\text{дж}}}{\partial y} \right|_{y=0,5B} = -f'. \quad (12)$$

Склавши (9) з (11) та (10) з (12) легко перевірити, що розв'язок рівняння (7) з граничними умовами (8) має вигляд

$$C(x,y) = C_{\text{дж}}(x,y) + \tilde{C}(x,y). \quad (13)$$

Розв'язок рівняння (9) з граничними умовами (10) будемо шукати у вигляді

$$\tilde{C}(x,y) = C_0 e^{\frac{\beta x}{u}} + \tilde{C}(x,y), \quad (14)$$

де  $\check{C}(x, y)$  - невідома функція.

Підставляючи (14) у (9) і (10), знаходимо:

$$u \frac{\partial \check{C}}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \check{C}}{\partial y^2} = -\beta C + \chi'_1(x, y) + \chi'_2(x, y), \quad (15)$$

$$\check{C}(0, y) = 0, \quad \left. \frac{\partial \check{C}}{\partial y} \right|_{y=-0.5B} = \left. \frac{\partial \check{C}}{\partial y} \right|_{y=0.5B} = 0. \quad (16)$$

Із (15) та (16) випливає, що при  $\chi'_2(x, y) = 0$  відповідне поле концентрації  $\check{C}(x, y) = \check{C}_1(x, y)$ , яке створюється лише випуском 1 (без врахування випуску 2), описується рівнянням

$$u \frac{\partial \check{C}_1}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \check{C}_1}{\partial y^2} = -\beta C_1 + \chi'_1(x, y) \quad (17)$$

з граничними умовами

$$\check{C}_1(0, y) = 0, \quad \left. \frac{\partial \check{C}_1}{\partial y} \right|_{y=-0.5B} = \left. \frac{\partial \check{C}_1}{\partial y} \right|_{y=0.5B} = 0. \quad (18)$$

Аналогічно показується, що при  $\chi'_1(x, y) = 0$  поле концентрації  $\check{C}_2(x, y)$ , яке створюється лише випуском 2, описується рівнянням

$$u \frac{\partial \check{C}_2}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \check{C}_2}{\partial y^2} = -\beta \check{C}_2 + \chi'_2(x, y) \quad (19)$$

з граничними умовами

$$\check{C}_2(0, y) = 0, \quad \left. \frac{\partial \check{C}_2}{\partial y} \right|_{y=-0.5B} = \left. \frac{\partial \check{C}_2}{\partial y} \right|_{y=0.5B} = 0. \quad (20)$$

Склавши (17) з (19) та (18) з (20) легко побачити, що розв'язок рівняння (15) з граничними умовами (16) має вигляд

$$\check{C}(x, y) = \check{C}_1(x, y) + \check{C}_2(x, y). \quad (21)$$

Підставляючи (14) і (21) у (13), заходимо:

$$C(x, y) = C_0 e^{\frac{\beta x}{u}} + C_{\text{дж}}(x, y) + \check{C}_1(x, y) + \check{C}_2(x, y). \quad (22)$$

Співвідношення (22) відбиває принцип суперпозиції концентрацій для рівняння турбулентної дифузії (3) з граничними умовами (4) - (6) у випадку, коли зворотні води скидаються у розглядуваний водотік з двох випусків.

Аналогічно розглядається випадок з довільною кількістю випусків. В цьому випадку співвідношення, що відбиває принцип суперпозиції концентрацій, має вигляд

$$C(x, y) = C_0 e^{\frac{\beta x}{u}} + C_{\text{дж}}(x, y) + \sum_{i=1}^N \check{C}_i(x, y), \quad (23)$$

де  $\check{C}_i(x, y)$  - поле концентрації, яке створюється лише одним (окремим)  $i$ -им випуском.

При цьому поле концентрації  $C_{\text{дж}}(x, y)$  задається рівнянням (11) з граничними умовами (12), а поле концентрації  $\check{C}_i(x, y)$ , - рівнянням

$$u \frac{\partial \check{C}_i}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \check{C}_i}{\partial y^2} = -\beta \check{C}_i + \chi'_i(x, y) \quad (24)$$

з граничними умовами

$$\check{C}_i(0, y) = 0, \quad \left. \frac{\partial \check{C}_i}{\partial y} \right|_{y=-0.5B} = \left. \frac{\partial \check{C}_i}{\partial y} \right|_{y=0.5B} = 0. \quad (25)$$

Перший доданок правої частини формули (23) відбиває вплив концентрації  $C_0$  у вхідному створі на концентрацію  $C(x, y)$  у розглядуваній точці водного потоку з урахуванням неконсервативності речовини та дифузних стоків речовини (2), другий доданок - вплив дифузних джерел речовини, а третій доданок - вплив випусків зворотних вод.

Знайдемо наближений аналітичний розв'язок рівняння (11) з граничними умовами (12), тобто одержимо формулу для наближеного розрахунку поля концентрації  $C_{\text{дж}}(x, y)$ , яке створюється лише дифузними джерелами при  $C_0 = 0$ .

Відповідно до граничних умов (12), речовина надходить від дифузних джерел до водотоку з обох його берегів, причому для водотоку (за його визначенням) виконується умова  $B \ll L$ , де  $L$  - довжина водотоку (рис. 3). Тому для наближеного розрахунку поля концентрації  $C_{\text{дж}}(x, y)$  можна вважати, що у кожному створі водотоку це поле є однорідним, тобто  $C_{\text{дж}} = C_{\text{дж}}(x)$ . Саме такий випадок розглядається в роботі [6]. З формул, які наведені у цій роботі, випливає, що

$$C_{\text{дж}}(x) = \frac{f}{kBh + q_{\text{фил}}} \left(1 - e^{-\frac{\beta x}{u}}\right). \quad (26)$$

Розглянемо розв'язок рівняння (24) з граничними умовами (25), які задають поле концентрації  $\check{C}_i(x, y)$ , що створюється лише одним  $i$ -им випуском зворотних вод при  $C_0 = 0$ .

Будемо вважати що  $i$ -ий випуск розташований у створі  $x = x_i$  (рис. 3), причому  $0 < x_i < L$ . Якщо  $x < x_i$ , то у рівнянні (24) треба покласти  $\chi'_i(x, y) = 0$ , тобто при  $x < x_i$  це рівняння записується так:

$$u \frac{\partial \check{C}_i}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \check{C}_i}{\partial y^2} = -\beta' \cdot \check{C}_i. \quad (27)$$

Легко бачити, що розв'язок рівняння (27) з граничними умовами (25) має вигляд  $\check{C}_i(x, y) = 0$ , тобто

$$\check{C}_i(x, y) = 0, \quad \text{якщо } x < x_i. \quad (28)$$

Із цього випливає, що  $C_{\text{ф}} = 0$ , де  $C_{\text{ф}}$  - концентрація речовини у фоновому створі (рис. 3) даного випуску.

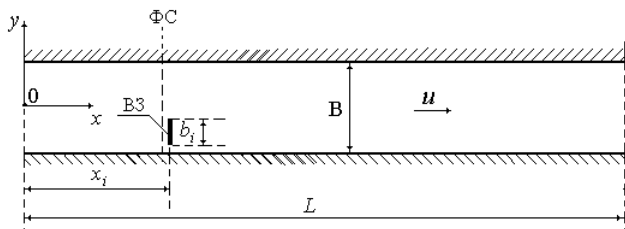


Рис. 3. Схема водотоку (у плані) з одним випуском зворотних вод : ВЗ – випуск зворотних вод; ФС – фоновий створ випуску

При розрахунках ГДС речовин із зворотними водами окремого зосередженого випуску, як правило, виконується умова

$$\frac{q_{зв,i}}{hu} = b_i \ll B,$$

де  $q_{зв,i}$  - витрата зворотних вод  $i$ -го випуску.

В цьому випадку, відповідно до роботи [7], зосереджений випуск можна моделювати *рідинним відрізком* довжиною  $b_i$  (рис. 3), а поле концентрації  $\tilde{C}_i(x,y)$ , яке створюється цим випуском при  $x > x_i$ , можна описувати рівнянням (27) з такою граничною умовою у створі випуску (тут враховується, що  $C_\phi = 0$ ):

$$\tilde{C}_i(x_i,y) = \begin{cases} C_{i,зв}, & \text{if } \frac{(B-b_i)}{2} - y_0 \leq y \leq \frac{(B-b_i)}{2} - y_0, \\ 0, & \text{if } \frac{(B-b_i)}{2} - y_0 < y \leq \frac{B}{2}, -\frac{B}{2} \leq y < \frac{(B-b_i)}{2} - y_0, \end{cases} \quad (29)$$

де  $C_{i,зв}$  - концентрація речовини у зворотних водах  $i$ -го випуску;  $y_0$  - ордината зосередженого випуску - ордината середини рідинного відрізка, який моделює випуск.

Враховуючи (25), граничні умови до рівняння (27) на берегах водотоку можна записати так:

$$\left. \frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial y} \right|_{y=-0,5B} = \left. \frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial y} \right|_{y=0,5B} = 0. \quad (30)$$

При  $x > x_i$  розв'язок рівняння (27) з граничними умовами (29), (30) будемо шукати у вигляді

$$\tilde{C}_i(x,y) = \exp\left(-\frac{\beta l}{u}\right) \cdot \hat{C}_i(l,y), \quad (31)$$

де  $l = l(x) = x - x_i$ , а  $\hat{C}_i(l,y)$  - невідома функція.

Підставляючи (31) у (27), (30), і враховуючи, що

$$\frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial x} = \frac{\partial \hat{C}_i}{\partial l} \text{ та } l(x_i) = 0, \text{ одержимо:}$$

$$u \frac{\partial \hat{C}_i}{\partial l} - D \frac{\partial^2 \hat{C}_i}{\partial y^2} = 0. \quad (32)$$

$$\hat{C}_i(0,y) = \tilde{C}_i(x_i,y), \quad \left. \frac{\partial \hat{C}_i}{\partial y} \right|_{y=-0,5B} = \left. \frac{\partial \hat{C}_i}{\partial y} \right|_{y=0,5B} = 0. \quad (33)$$

Із (28), (31) маємо:

$$\tilde{C}_i(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{if } x < x_i \\ \exp\left(-\frac{\beta(x-x_i)}{u}\right) \cdot \hat{C}_i(x-x_i,y), & \text{if } x > x_i \end{cases}, \quad (34)$$

де функція  $\hat{C}_i(l,y)$  задається рівнянням (32) з граничними умовами (33).

Відзначимо, що рівняння (32) з граничними умовами (33) задає поле концентрації  $C_i(l,y)$  консервативної речовини, яке створюється окремим зосередженим випуском зворотних вод у випадку, коли дифузні джерела та стоки речовини відсутні, а концентрація речовини у фоновому створі випуску дорівнює нулю.

Таким чином, якщо для кожного з окремих випусків розв'язати рівняння (32) з граничними умовами (33), то використовуючи принцип суперпозиції концентрацій (23) і формули (26), (34), можна розрахувати поле концентрації  $C(x,y)$  неконсервативної речовини, яке створюється у водотоці сукупністю всіх випусків, а також дифузними джерелами і стоками речовини.

Відзначимо, що методи чисельного розв'язку рівняння (32) з граничними умовами (33) описані, наприклад, в роботі [7]. Більш того, у практично важливих випадках, коли зворотні води скидаються з берега або у стрижень водотоку, можна одержати наближений аналітичний розв'язок рівняння (32) з граничними умовами (33) [2]. В цих випадках поле концентрації  $C(x,y)$  можна розрахувати за формулами (23), (26), (34) без використання чисельних методів. Очевидно, що такий аналітичний метод розрахунку поля концентрації має суттєві переваги перед будь-яким чисельним методом, і це суттєво спрощує відповідні розрахунки ГДС речовин.

## 5. Висновки

1. Сформульовано двовимірне стаціонарне рівняння турбулентної дифузії з відповідними граничними умовами, яке описує перенос неконсервативної речовини у водотоці з урахуванням точкових джерел речовини (зосереджених випусків зворотних вод), а також дифузних джерел і стоків речовини.
2. Проведено аналіз вказаного рівняння і граничних умов, та отримані формули, що відбивають принцип суперпозиції концентрацій для водотоку з урахуванням зазначених вище факторів.
3. Показано, що у практично важливих випадках скидання зворотних вод використання отриманих формул значно спрощує відповідні розрахунки ГДС речовин із зворотними водами.

## Література

1. Інструкція про порядок розробки та затвердження гранично допустимих скидаєв (ГДС) речовин у водні об'єкти із зворотними водами / УкрНЦОВ. - Харків, 1994. - 79 с.
2. Кресін, В.С. Використання принципу суперпозиції концентрацій та формул Фролова для розрахунку



- максимальної концентрації у контрольному створі сукупності випусків зворотних вод [Текст] / В.С. Кресін, С.М. Остроумов, О.М. Лесов // Проблеми охорони навколишнього природного середовища та екологічної безпеки: Зб. наук. пр. УкрНДІЕП. – Харків: ВД „Райдер”, 2009. – Вип. XXXI. – С. 133-142.
3. Озмидов, Р.В. Диффузия примесей в океане [Текст] / Р.В. Озмидов – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 277 с.
  4. Баранник, В.А. Расчет кратности основного разбавления сточных вод, поступающих в водохранилище из рассеивающего выпуска сложной конструкции [Текст] / В.А. Баранник, В.С. Кресин // Охрана вод речных бассейнов: Сб. науч. тр. ВНИИВО – Харьков, ВНИИВО, 1987. – С. 132 – 137.
  5. Родзиллер, И. Д. Прогноз качества воды водоемов-приемников сточных вод [Текст] / И. Д. Родзиллер – М.: Стройиздат, 1984. – 262 с.
  6. Кресін, В. С. Прогнозування якості води річкових систем з урахуванням точкових та дифузних джерел і стоків води [Текст] / В.С. Кресін, С.М. Остроумов // Проблеми охорони природного середовища та екологічної безпеки: Зб. наук. пр. УкрНДІЕП. – Харків: ВД «Райдер», 2008. – Вип. XXX. – С. 63-81.
  7. Методические основы оценки и регламентирования антропогенного влияния на качество поверхностных вод. [Текст] / Под ред. А.В. Караушева. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 285 с.
  8. Атавин, А.А. Расчет неустановившегося течения воды в разветвленных системах русел или каналов. [Текст] / А.А. Атавин // Математические вопросы механики. – Новосибирск, 1975. – Вип. XXII. – С. 25-38.
  9. Справочник по гидравлике [Текст] / Ю.А. Большаков, Ю.М. Константинов и др. – К.: Вища школа, 1984. – 343 с.
  10. Лесов, А.М. Определение характеристик диффузных источников загрязнения воды для речного участка, не содержащего притоков [Текст] / А.М. Лесов // зб. наук. ст. VIII Міжнародної науково-практичної конференції «Екологічна безпека: проблеми та шляхи вирішення» // УкрНДІЕП. – Харків: ВД “Райдер”, 2012. – т. 1, С. 280-282.

*У даній статті обґрунтовано теоретичні засади конкуруючої адсорбції багатокomпонентних систем на мінеральних сорбентах. Експериментально досліджено сорбційну ємність цеоліту щодо іонів амонію в статичних та динамічних умовах. Досліджено вплив фосфатних сполук і білка на рівновагу та швидкість сорбції амонійного йону*

**Ключові слова:** *нітроген амонійний, цеоліт, зовнішня дифузія, стічні води*

*В данной статье обоснованы теоретические основы конкурирующей адсорбции многокомпонентных систем на минеральных сорбентах. Экспериментально исследована сорбционная емкость цеолита относительно аммония в статических и динамических условиях. Изучено влияние фосфатных соединений и белка на равновесие и скорость сорбции аммонийного иона*

**Ключевые слова:** *азот аммонийный, цеолит, внешняя диффузия, сточные воды*

*Ключевые слова: азот аммонийный, цеолит, внешняя диффузия, сточные воды*

УДК 543.3:614:628.1

## ВНЕШНЕДИФФУЗИОННАЯ КИНЕТИКА АДсорбЦИИ ИОНОВ АММОНИЯ В ПРИ- СУТСТВИИ ДРУГИХ ИОНОВ

**Я. М. Гумницкий**

Доктор технических наук, профессор\*

E-mail: jgumnitsky@ukr.net

**В. В. Сабадаш**

Кандидат технических наук, доцент\*

E-mail: virasabadash@gmail.com

**О. В. Мацуська**

Ассистент

Кафедра экологии

Львовский национальный университет ветеринарной медицины и

биотехнологий имени С.З. Гжицького

Ул. Пекарская 50, Львов, Украина 79010

E-mail: kasanam@meta.ua

\*Кафедра прикладной экологии и

сбалансированного природопользования

Национальный университет «Львовская политехника»

Площадь св. Юра 3/4, Львов, Украина, 79000

### 1. Введение

Сорбционные процессы с участием твердых сорбентов (адсорбция, абсорбция, ионный обмен, хроматография) широко используются в химической, нефтяной, пищевой, фармацевтической промышленности и, особенно, в охране окружающей среды. Вслед-

ствие неоднородности загрязнителей сточных вод и многокомпонентности их состава, значительный интерес представляет исследование конкурирующей адсорбции многокомпонентных систем в динамических условиях. В данном сообщении исследуется очистка сточных вод перед их сбросом в природные водоемы.