

ОПТИМИЗАЦИЯ СИНДРОМНОГО МЕТОДА ИСПРАВЛЕНИЯ ОШИБОК В АДАПТИВНЫХ СИСТЕМАХ СВЯЗИ

Н. В. Захарченко

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой*

E-mail: nv@onat.edu.ua

М. М. Гаджиев

Кандидат технических наук, доцент*

E-mail: mmgadjiev@ukr.net

С. И. Лысенко

Инженер электросвязи*

E-mail: s.lysenko@onat.edu.ua

Д. В. Талакевич

Аспирант*

E-mail: denis.talakevich@onat.edu.ua

*Кафедра информационной безопасности
и передачи данных

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова
ул. Кузнечная, 1, г. Одесса, Украина, 65029

Установлена аналітична залежність між потужністю множини синдромів виправляємих помилок і параметрами ефективності адаптивних систем з вирішальним зворотним зв'язком на базі таймерних сигналів, що задовольняють рівняння якості

Вперше запропоновано алгоритм з поділом функцій виявлення помилок і виправлення їх. Проведено експериментальну оцінку алгоритму на каналах моделі Гільберта

Ключові слова: адаптивні системи зв'язку, синдромне виправлення помилок, таймерні сигнальні конструкції

Установлена аналитическая зависимость между мощностью множества синдромов исправляемых ошибок и параметрами эффективности адаптивных систем с решающей обратной связью на базе таймерных сигналов, удовлетворяющих уравнение качества

Впервые предложен алгоритм с разделением функций обнаружения ошибок и исправление их. Проведена экспериментальная оценка алгоритма на каналах модели Гильберта

Ключевые слова: адаптивные системы связи, синдромное исправление ошибок, таймерные сигнальные конструкции

1. Введение

В связи с широким внедрением вычислительной техники и автоматизированных систем управления во все отрасли народного хозяйства возникает настоятельная потребность в развитии и разработке систем передачи информации и сетей связи, обеспечивающих обмен информацией с высокой скоростью и требуемой верностью между разными источниками и получателями.

Практически все реальные каналы, используемые в сетях связи, вычислительных сетях коллективного пользования, АСУП и АСУ ТП и т.д., являются нестационарными.

Нестационарность может рассматриваться как негативное явление, так как приводит к ухудшению условий передачи, снижению верности передаваемой информации, необходимости использовать коды с большей избыточностью для достижения заданного качества.

Среди нестационарных реальных каналов чаще всего используются каналы, удовлетворяющие модели Гильберта, которые характеризуются несколькими устойчивыми состояниями [1].

Такие каналы представляют процессы, описываемые цепями Маркова с 1 состояниями, матрица переходных вероятностей которых имеет вид [2]

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Многочисленные эксперименты, проведенные при использовании реальных каналов связи, показывают, что канал в «плохом» состоянии находится менее одного процента времени (когда вероятность ошибки стремится к 0,5) и более 99% в «хорошем» состоянии, в котором вероятность ошибки может быть на 5-7 порядков меньше вероятности ошибки в «плохом» состоянии.

Указанная надежность передачи в «плохом» и «хорошем» состоянии инициирует проблему преобразования качества «хорошего» состояния в количество передаваемой информации в «хорошем» состоянии с последующей трансформацией прироста скорости в помехоустойчивые коды. В качестве инструмента преобразования используются таймерные сигнальные конструкции (ТСК) [3].

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Как отмечено выше, каналы данного вида чаще всего имеют два состояния: хорошее (X) и плохое (П).

В состоянии (X) ошибки появляются с вероятностью $10^{-8} - 10^{-9}$ (действует флуктуационная помеха), в состоянии (П) ошибки происходят независимо с вероятностью $p_n = 0,5$. Другими словами состояние (П) рассматривается как полный обрыв связи, тогда как в состоянии (X) канал работает (примером таких каналов могут быть каналы ГТС, источником особых помех в которых являются коммутационные устройства). Смена состояний канала характеризуется соответствующими переходными вероятностями [4].

Для задания такой кусочно-стационарной модели ДКС по указанному подходу используется статистика переходов из одного стационарного состояния в другое $\{u\} u = 1, 2, \dots, r$, статистика распределений интервалов стационарных состояний $f(t \geq \tau)$, а так же форму и параметры модели u -го стационарного состояния ДКС (рис. 1).

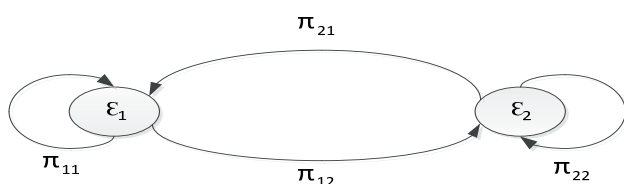


Рис. 1. Вероятностный граф модели Эллиота-Гильберта

Для описания $P_u(t)$ может быть выбран экспоненциальный закон

$$P_u(t) = \exp(-t/T_{cp}^u), \tag{2}$$

где $l = -T_{cp}^u \ln R$ (T_{cp}^u – среднее время пребывания в этом стационарном состоянии; R – датчик случайных чисел, равномерно распределенных на интервале $(0,1)$ [5].

С целью определения соотношения сигнал/помеха в «хорошем» состоянии были проведены измерения числа выбросов смещений значащих моментов воспроизведения за величину двух фиксированных зон ($\Delta_1 = \frac{t_0}{14}$, $\Delta_2 = \frac{t_0}{25}$) при работе по каналу ГТС с частотной модуляцией с полосой $\Delta F = 1300$ Гц при скорости модуляции $B = 1000$ Бод (табл. 1).

Таблица 1
Результаты одного фрагмента одновременных измерений числа смещений ЗМВ за указанные зоны при $T_c = 8t_0$

Величина зоны Δ от t_0 , %	Число кодовых слов N_{kc}	Число моментов модуляции N_{mm}	Число выбросов N ($\theta > \Delta$)	P_v	σ_c
7,14	73676	294704	326	$1,106 \cdot 10^{-3}$	2,18
4	73676	294704	6982	$2,3 \cdot 10^{-2}$	1,86

По результатам статистики было определено значение среднеквадратического отклонения ЗМВ (σ_c)

$$P(\theta > \Delta) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\Delta}^{\infty} \exp(-z^2/2) dz = 1 - 2\Phi(z), \tag{3}$$

где $\Phi(z)$ – интеграл вероятности.

Подставим значение $N(\theta > \Delta)$ и зная число ЗМВ в кодовых словах, получим:

$$\Delta = 7,14\% \quad P(\theta > 7,14\%t_0) = 1 - 2\Phi(0,0714t_0) = 1,1 \cdot 10^{-3},$$

$$\sigma_1 = 2,18,$$

$$\sigma_2 = 1,86.$$

Так как смещение ЗМВ на выходе канала определялось при наличии не только гауссового шума в «хорошем» состоянии, но и при прерываниях (канал коммутируемый), число которых за время измерения более сотни, то более близким к реальному значению σ_c следует считать то значение, при котором число выбросов на много больше числа прерываний (занижений) сигнала в коммутируемом канале, т.е. при $\theta = 0,04t_0$ ($\sigma_2 = 1,86$).

Так как для канала с ЧМ среднеквадратическое отклонение функционально связано с соотношением сигнал/помеха h [6]

$$\sigma = \frac{1}{4h}, \tag{4}$$

то можно утверждать, что на интервале «хорошего» состояния $h \geq 10$, следовательно даже при некогерентном приеме $P_{эx} < (10^{-8} \div 10^{-9})$.

Если в «плохом» состоянии вероятность ошибки стремится к 0,5, то средняя вероятность ошибочного приема на выходе канала

$$\bar{P} = k_{п} \cdot P_{э2} + k_{x} \cdot P_{эx} = 0,01 \cdot 0,5 + 0,99 \cdot 10^{-8} \approx 5 \cdot 10^{-3}, \tag{5}$$

где $k_{п}$, k_{x} – относительная величина времени «плохого» и «хорошего» состояний канала.

Следовательно, полученные значения $P_{эx}$ и $P_{эc}$ показывают, что исследуемый канал описывается моделью Гильберта.

Из изложенного выше следует, что запас устойчивости в «хорошем» состоянии реального канала связи на 5–7 порядков меньше средней вероятности ошибки.

Проведенные многочисленные эксперименты на коммутируемых каналах городской сети с использованием модема с ЧМ при базе сигнала $B = \Delta F \cdot t_0 = 1$ позволяют сделать следующие выводы [3]:

1. Среднее количество плохих состояний на 1 час меняется для различных соединений от 150 до 1300 в зависимости от полосы пропускания и вида коммутационного оборудования канала ΔF (для канала с полосой $\Delta F_1 = 1000$ Гц $N \in 1100 \dots 1200$, а при $\Delta F_2 = 140$ Гц $N_n \in 140 \dots 160$).

2. Время пребывания в «плохом» состоянии описывается логарифмически-нормальным законом со средним значением $\lg \tau_n$, которое уменьшается в 5-7 раз с увеличением полосы ΔF в 8-10 раз (для полосы $\Delta F_1 = 1000$ Гц $\lg \tau_n \approx 1,775$, а для $\Delta F_2 = 140$ Гц $\lg \tau_n \approx 8,45$).

3. Среднее значение искаженных элементов на кодовое слово определяется, как правило, средним значением «плохого» состояния и не существенно меняется от элементности КС.

4. Ошибка на интервалах времени «плохого» состояния группируются, закон распределения их на интервале 16 посылок после первой ошибки аппроксимируется гиперэкспонентой

$$P_n(0+i) = \epsilon_1 e^{-\lambda_1 i} + \epsilon_2 e^{-\lambda_2 i} + \dots + \epsilon_i e^{-\lambda_i i}, i \in 1 \dots 16, \quad (6)$$

где ϵ, λ – коэффициенты, определяемые каналом и видом помех; (в пределах первых 4-х посылок сосредоточено 97,8% возможных реализаций ошибок).

5. Параметр помехоустойчивости $h^2 = \frac{u_c^2}{u_2^2}$ в «хорошем» состоянии для различных каналов находится в пределах $h \in 100 \dots 180$, что в десятки раз больше параметра обеспечивающего среднюю вероятность ошибки в канале.

3. Эффективность позиционных избыточных кодов

Существующая теория кодирования использует представление любого n-разрядного числа с основанием в виде суммы [4]

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} e_i a^i, \quad (7)$$

где e^i – значение разрядного коэффициента, значение которого может иметь величины.

Особенностью позиционной системы является постоянство места нахождения слагаемого при известных «i» и алфавите канала «a». Эта особенность дает возможность не передавать в канал значения слагаемых a_i и передавать только значения разрядного коэффициента счета.

В синхронных позиционных системах каждый из коэффициентов передается одним из значений информационного параметра, число которых равно алфавиту канала «a». Время передачи каждого из значений параметра e_i определяется базой сигнала (Б) и равна

$$B = \Delta F \cdot t_0 = 1. \quad (8)$$

Недостатком позиционного кодирования являются значение минимального расстояния между сменами информационного параметра. Оно не может быть отличным от найквистового элемента длительностью $t_c = t_0$ (если в разложении два подряд коэффициента e_i одинаковые, то смена информационного параметра может быть через $\tau_c = i \cdot t_0$ либо). Так как минимальное время между сменами информационного параметра не может быть меньше найквистового элемента, то синхронные системы не могут обеспечить на ограниченном (заданном) интервале n-элементного кода число реализаций $N_p > a^i$. Для решения этой задачи необходимо изменить минимальное расстояние между сигнальными конструкциями на величину $\Delta \tau_{ci} < t_0$ [6].

Другой существенный недостаток синтезированных на основе позиционного кодирования корректирующих кодов – быстрый рост числа проверочных элементов и значительное увеличение общего числа элементов «n». Так, при необходимости передать по каналу модели Гильберта необходимо передать 8-битные кодовые слова, исправляющие ошибки крат-

ности $t_k = 5$ (кодвое расстояние $d = t_k + 1 = 6$), что число избыточных элементов r определяемые нижней границей Варшавова-Гильберта и верхней границей Хэмминга [1]:

$$\log_2(C_n^t + C_n^{t-1} + \dots + 1) < r \leq \log_2(C_{n-1}^{2t-2} + \dots + 1), \quad (9)$$

для указанного d и $m=8, r=13$. При этом следует заметить, что при изменении длительности кодового слова происходит существенное перераспределение вероятностей t-кратных ошибок.

Эффективность применения корректирующего кода в режиме исправления ошибок можно определить через коэффициент повышения достоверности:

$$\eta = \frac{P(\geq 1, n)}{P(\geq 1, n) - P_{испр}(n)}, \quad (10)$$

где $P(\geq 1, n)$ – вероятность приема n-элементной кодовой комбинации с одной и более ошибками; $P_{испр}(n)$ – вероятность приема n-элементной комбинации с ошибками, исправляемыми некоторым (n, t)-кодом.

Для кодов, исправляющих ошибки кратности t_8 и менее,

$$\eta = \frac{P(\geq 1, n)}{P(\geq t+1, n)}. \quad (11)$$

На рис. 2 показаны графики зависимости $\eta = f(t_u)$ для различных значений n, полученные на основании экспериментальных данных для телефонного кабельного канала ($p = 3,07 \cdot 10^{-4}; \alpha = 0,613$), а на рис. 3 – зависимость эффективности от длины кодового слова $n = f(n)$.

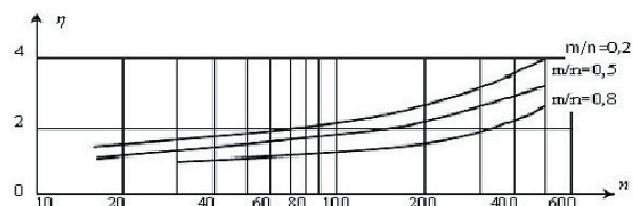


Рис. 2. Зависимость $\eta = f(t_u)$ для телефонного кабельного канала, η – коэффициент повышения достоверности, $p_1(1\Delta) = 9 \cdot 10^{-9}$ – длительность посылки, n – количество элементов

Из графиков видно, что для данных каналов применение кода в режиме исправления ошибок при $n \leq 511$ не приводит к повышению достоверности более чем в 10 раз.

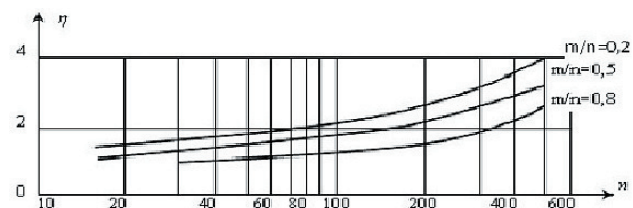


Рис. 3. Зависимость $\eta = f(n)$ для телефонного кабельного канала, η – коэффициент повышения достоверности, m – количество информационных элементов, n – общее количество элементов

Таким образом, к недостаткам позиционного кодирования следует отнести:

1) Постоянство минимального расстояния между ЗММ смены информационного параметра равного длительности элемента Найквиста и кратность больших интервалов этому же расстоянию (найквиста) не позволяет в каналах с базой (8) получить число реализаций $N_p = a^m$.

2) При длинах блоков более 80...100 элементов ($n \geq 80...100$) число синдромов неисправляемых ошибок (с учетом синдромов смежных классов) становится таким что время обработки таких кодовых комбинаций на 2-3 порядка больше мощности современных процессоров [7].

4. Таймерные сигнальные конструкции, как инструмент увеличения скорости передачи информации на интервалах «хорошего» состояния канала

Таймерным сигнальным конструкциям (ТСК) посвящено много работ в связи с возможностью получения пропускной способности канала большей, чем при позиционном кодировании [8].

Передаваемые по каналу сигнальные конструкции имеют интервалы между смежными моментами модуляции не кратными элементу «найквиста», но и не меньше его:

$$\tau_{ci} = t_0 + k\Delta \quad (K \in 1...z) \quad K \in N, \tag{12}$$

$$\Delta = \frac{t_0}{S} \quad (S \in 1...e) \quad S \in N.$$

Выбор сигнала τ_{ci} не меньше устраняет межсимвольные искажения, а отсутствие кратности τ_{ci} величине позволяет уменьшить расстояние между сигнальными конструкциями, что в свою очередь увеличивает мощность разрешенного к передаче множества [9]:

$$N_p = \sum_{i=1}^m C_{ms-i(s-1)}^i, \tag{13}$$

$$C_m^i = \frac{m!}{i!(m-i)!}$$

где i – число информационных ЗММ в сигнальной конструкции. Среди разрешенных сигналов могут быть реализации с одним ЗММ, двумя, тремя и т.д. С максимальным числом моментов модуляции t возможна только одна реализация.

Для примера в табл. 2 приведено количество реализаций ТСК (числитель) и среднее значение числа ЗММ (знаменатель) для некоторых величин $T_c = mt_0$ и $S \in 2;3;4$.

Таблица 2

Количество реализаций ТСК и среднее значение ЗММ для некоторых величин; $T_c = mt_0$; $N = 2^m$

S	$T_c = 3t_0$ $N_{пк}=8$	$T_c = 4t_0$ $N_{пк}=16$	$T_c = 5t_0$ $N_{пк}=32$	$T_c = 6t_0$ $N_{пк}=64$	$T_c = 7t_0$ $N_{пк}=128$	$T_c = 8t_0$ $N_{пк}=256$
2	12/1,67	32/2,15	87/2,67	232/3,21	609/3,75	1596/4,3
3	18/1,69	59/2,2	188/2,76	594/3,34	1872/3,96	5895/4,5
4	25/1,7	94/2,3	344/2,9	1251/3,52	4543/4,12	16000/4,72

Примечание: символом $N_{пк}$ обозначено число реализаций при позицион-ном кодировании

Как видно из табл. 2, на одном и том же интервале T_c можно образовать большее количество ТСК, чем сигналов простого двоичного кода ($N = 2^m$). Следовательно, эффективная скорость передачи, т.е. количество передаваемой информации на интервале T_c увеличивается. Так как минимальное расстояние между одноименными ЗММ двух ближайших кодовых слов может быть равным $\Delta < t_0$, то вероятность ошибочного приема такой сигнальной конструкции выше, чем при позиционном разрядно-цифровом кодировании.

При работе по каналам модели Гильберта на интервалах хорошего состояния вероятность $P_{ош}$ определяется величиной зоны Δ , среднеквадратичным отклонением ЗМВ, что в свою очередь зависит от соотношения сигнал/помеха, а также числом переходов в кодовом слове i .

Остановимся на проблеме обнаружения ошибок и исправления смещенной ЗМВ в избыточных кодовых конструкциях ТСК;

Обнаружение ошибок на приеме в сигнальных конструкциях производится проверкой условия качества [10], которое устанавливает связь между длительностью расстояний смежных ЗММ (τ_{ci}) и системой некоторых коэффициентов A_i , которые определяют минимальные расстояния между реализациями ТСК

$$\sum_{i=1}^{im_0} A_i \tau_{ci} = 0 \text{ mod } A_0, \tag{14}$$

Коэффициенты уравнения должны обеспечивать наличие остатков (синдромов) обеспечивающих исправление более вероятных ЗМВ [9].

Так как модуль сравнения определяет число возможных синдромов с одной стороны, а также мощность множества ТСК удовлетворяющих (14), то для уменьшения его значения необходимо исправлять более вероятные смещения, а остальных достаточно обнаруживать их с целью исправления за счет повторения. Сравним вероятность появления на интервале T_{xc} смещений одного ЗМВ из трех в кодовых словах при $S=7, i=3$ для значения σ_c (табл. 1).

Определим вероятности смещений одного ЗМВ на величину $1,5\Delta > a > 0,5\Delta$. Вероятность такого события будет определять

$$p_1(1\Delta) = \varphi\left(\frac{1,5\Delta}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{0,5\Delta}{\sigma}\right), \tag{15}$$

а вероятность смещения двух ЗМВ

$$p_2(1\Delta) = 3[p_1(1\Delta)]^2 \cdot p(0), \tag{16}$$

где $p(0)$ – вероятность приема ЗМВ в зоне $0,5 \geq \theta \geq 0$.

Аналогично для вероятности смещения трёх ЗМВ на величину $\theta \leq 1,5\Delta$ определяется

$$p_3(1\Delta) = [p_1(1\Delta)]^3. \tag{17}$$

Подставив соответствующие значения Δ и σ_v в выражения получим численные значения смещений одного ($\theta = 1\Delta$), двух и трёх переходов:

$$p_1(1\Delta) = 10^{-3},$$

$$p_1(1\Delta) = 3 \cdot 10^{-6},$$

$$p_1(1\Delta) = 9 \cdot 10^{-9}.$$

Таким образом, так как вероятность двукратных смещений на $\theta=1\Delta$ почти на 3 порядка меньше смещения, а трёх ЗМВ почти на 6 порядков меньшее значение смещения одного перехода, то с целью уменьшения модуля A_0 (увеличение мощности множества) целесообразно справлять смещение одного перехода. $P_{\text{зн}} = 1,08 \cdot 10^{-2}$. Рассмотрим результаты измерений качества передачи избыточных ТСК по каналу ГТС с ЧМ, в которых вероятность ошибочного приема одного байта при позиционном кодировании составляет $p(t_u \geq 1,8) = 1,08 \cdot 10^{-2}$, а параметры уравнения качества удовлетворяли условию $1 \cdot \tau_{c1} + 3 \cdot \tau_{c2} + 9 \cdot \tau_{c3} = 0 \pmod{27}$.

Таблица 3

Результаты измерений качества передачи ТСК

1.	Передано кодовых слов	73676
2.	Принято верно кодовых слов (отсутствие смещений ЗМВ величиной $ \theta \geq \frac{1}{2} \Delta$ и наличие трех ЗМВ)	72835
3.	Количество ошибочных кодовых слов	841
4.	Количество кодовых слов с дроблениями	47
5.	Количество кодовых слов с дроблениями $\tau_{\text{др}} < 0,5\Delta$	7
	Количество кодовых слов, исправленных синдромным методом при $i = 3$ (смещение 1 ЗМВ)	731
6.	Количество кодовых слов неправильно исправленных	103

Из приведенных данных следует:

1) несмотря на то, что расстояние между сигнальными конструкциями определяется энергией элемента Δ (а не интервалом t_0) вероятность ошибочного приема слова равно $(731 + 7 + 103) / 73676 = 1,15 \cdot 10^{-2}$, что незначительно превышает значение, полученное при передаче кодовых слов при позиционном кодировании.

2) исправлено 731/841 ошибочных кодовых слов со смещением одного ЗМВ;

3) так, как число синдромов ограничено, то все ошибочные кодовые слова (исключая смещение одного ЗМВ) были неверно декодированы.

5. Выводы

1. За счет использования таймерных сигнальных конструкций появляется возможность даже в бинарном канале увеличить пропускную способность более чем в 2 раза.

2. Таймерные сигналы позволяют реализовать мощные, разрешенные к передаче, множества кодовых конструкций с минимальным числом информационных элементов (3÷5 ЗММ) вместо сотен элементов в избыточных позиционных кодах.

3. Теоретически и экспериментально подтверждена эффективность использования для исправления ошибок только синдромов, исправляющие ошибки смещений одного ЗМВ, а остальные кодовые слова, не удовлетворяющие условию качества, подлежат повторению.

Литература

1. Бояринов, И.М. Помехоустойчивое кодирование числовой информации [Текст] / И. М. Бояринов – М: Наука, 1983. – 189 с.
2. Корн, Г., Корн Т. Справочник по математике [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. – М: Наука, 1968. – 715 с.
3. Захарченко, Н.В., Захарченко, В.Н., Кузьмин, А.В. Сравнение сигнальных конструкций разрядно-цифровых и многопозиционных временных кодов [Текст] / Н. В. Захарченко, В. Н. Захарченко, А. В. Кузьмин // Сб. «Информатика и связь», Одесса. – 1996. – 226 с.
4. Золотарев, В.В. Использование помехоустойчивого кодирования в технике связи [Текст] / В. В. Золотарев // Электросвязь – 1990. – №7. – 7-10 с.
5. Захарченко, В.Н. Уменьшение числа запросов в системе с РОС на базе МВК [Текст] / В. Н. Захарченко // Сб. «Информатика и связь» научных трудов УГАС им. А.С. Попова, Одесса. – 1996. – 122 с.
6. Захарченко, В.Н. Эффективность исправления ошибок смещения ЗМВ в системах с РОС на базе МВС [Текст] / В. Н. Захарченко, А. П. Улеев, А.И. Липчанский // Вестник Харьковского политехнического университета. – Харьков: ХГПУ. – 1999. – Выпуск 35. – 32 с.
7. Конопелько, В.К. Теория норм синдромов и перестановочное декодирование помехоустойчивых кодов изд. 2-е [Текст] / В. К. Конопелько. – М: 2004. – 176 с.
8. Захарченко, Н.В., Горохов, С.М., Захарченко, В.Н., Гаджиев, М.М., Крысько, А.С., Мамедов, М.А., Салманов, Н.С. Повышение эффективности блочного кодирования при работе по нестационарным каналам связи [Текст] / Н.В. Захарченко, С.М. Горохов, В.Н. Захарченко, М.М. Гаджиев, А.С. Крысько, М.А. Мамедов, Н.С. Салманов // под редакцией д.т.н. проф. Н.В. Захарченко. – Баку ЭЛМ. – 2009 – 27 с.
9. Захарченко, В.М. Синтез багатопозиційних часових кодів [Текст] / М. В. Захарченко. – М: Техніка. – 1999. – 281 с.
10. Лийницкий, В.А., Конопелько, В.К. Норменное декодирование помехоустойчивых кодов и алгебраические уравнения [Текст] / В. А. Лийницкий, В. К. Конопелько // Монография, изд. Центр БГУ. – 2007. – 239 с.