

Запропонована розрахункова модель полів розсіювання дефектів, обумовлених стержнем короткозамкнутого ротора, а також враховано взаємний вплив сусідніх стержнів. Отримані вирази для розрахунку нормальної і тангенціальної складових напруженості при визначенні ступеню потоншення стержнів. Побудовані графіки, які підтверджують правильність отриманих розрахункових співвідношень

Ключові слова: дефект, короткозамкнений ротор, векторний потенціал, напруженість, поля розсіювання

Предложена расчетная модель полей рассеяния дефектов, обусловленных стержнем короткозамкнутого ротора, а также учтено взаимное влияние соседних стержней. Получены выражения нормальной и тангенциальной составляющих напряженности для определения степени утонения стержней. Получены графики, подтверждающие правильность полученных расчетных соотношений

Ключевые слова: дефект, короткозамкнутый ротор, векторный потенциал, напряженность, поля рассеяния

РАСЧЕТ ПОЛЕЙ РАССЕЯНИЯ ДЕФЕКТОВ СТЕРЖНЕЙ КОРОТКОЗАМКНУТОГО РОТОРА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Т. В. Победа
 Ассистент
 Кафедра «Приборы»
 Восточноукраинский национальный университет
 им. Владимира Даля
 кв. Молодежный, 20-а, г. Луганск, Украина, 91034
 E-mail: pobeda-tatyana@rambler.ru

1. Введение

В процессе заливки короткозамкнутого (КЗ) ротора асинхронного двигателя (АД) из-за его нетехнологичной для литья конструкции и несовершенства технологии производства в стержнях возникают дефекты в виде утонений, обрывов [1 – 3]. Для построения высокоэффективной системы контроля целостности и качества заливки стержней КЗ роторов необходима информация о распределении вторичных электромагнитных полей в зоне контроля. Задача расчета электромагнитных полей усложняется структурной разнородностью ОК, каким является ротор асинхронного двигателя. При взаимодействии электромагнитного поля, создаваемого накладным ВТП, со стержнями в них возникают вихревые токи. Вторичное электромагнитное поле, создаваемое вихревыми токами, несет информацию о дефектности стержня ротора.

2. Цель и задачи исследования

Для количественного определения параметров дефекта стержня КЗ ротора необходима информация о распределении вторичного поля в пространстве [4, 5].

При определении полей рассеяния дефектов стержней ротора определим следующие задачи:

- расчет вторичного электромагнитного поля, обусловленного стержнем КЗ ротора;
- расчет электромагнитного поля стержня ротора от воздействия соседнего стержня.

3. Расчет полей рассеяния дефектов стержней КЗ ротора

При решении задачи расчета вторичного электромагнитного поля, обусловленного стержнем КЗ ротора, учтем, что ротор находится в возбуждающем переменном поле $H_0 \cdot \exp(i\omega t)$ (рис. 1).

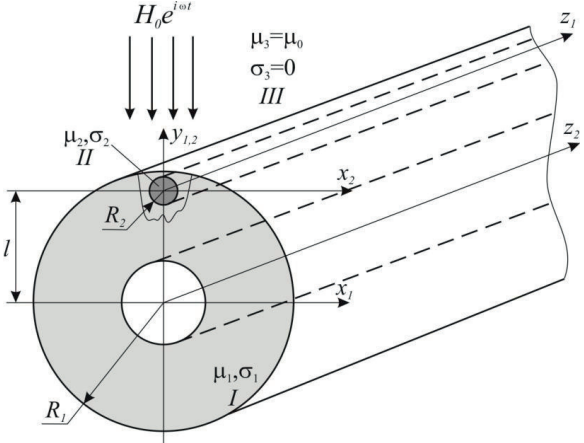


Рис. 1. КЗ Ротор АД со стержнем в поперечном однородном переменном магнитном поле

Так как в зоне контроля создается неоднородное поле, то правильным будет анализировать уравнение векторного потенциала. Электромагнитное поле в проводящей среде можно описать уравнениями Максвелла [6, 7]:

$$\begin{cases} \text{rot}H = J; \\ \text{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t}. \end{cases} \quad (1)$$

Преобразуя уравнение Максвелла, получим неоднородное уравнение Гельмгольца, описывающее квазистационарное магнитное поле в однородной линейной среде

$$\nabla^2 \bar{H} + \tilde{k}^2 \bar{H} = -\text{rot} \bar{J}_{\text{емор}}. \quad (2)$$

Вследствие линейности проводящих сред результирующее поле вне ротора представим в виде суммы известного первичного поля и неизвестного вторичного, созданного вихревыми токами стержня [8 – 10]

$$\bar{A}_p = \bar{A}_0 + \bar{A}, \quad (3)$$

где \bar{A}_3 – векторный потенциал поля в воздухе; \bar{A}_0 – векторный потенциал возбуждающего магнитного поля; \bar{A}_p – векторный потенциал поля вихревых токов стержня и ротора.

Векторный потенциал однородного магнитного поля в цилиндрической системе координат

$$A_0 = \mu_3 H_0 \rho_1 \sin \phi_1 = \mu_0 H_0 \rho_1 \sin \phi_1. \quad (4)$$

С учетом бесконечной аксиальной длины стержня и ротора, векторные потенциалы в средах 1, 2, 3 в локальной цилиндрической системе координат удовлетворяют уравнениям Гельмгольца и Лапласа для проводящих и воздушной сред соответственно

$$\frac{\partial^2 A_p}{\partial \rho_1^2} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial A_p}{\partial \rho_1} + \frac{1}{\rho_1^2} \frac{\partial^2 A_p}{\partial \phi_1^2} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial \rho_j^2} + \frac{1}{\rho_j} \frac{\partial A_j}{\partial \rho_j} + \frac{1}{\rho_j^2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial \phi_j^2} + k_j^2 A_j = 0, \quad (6)$$

где A_j – векторный потенциал поля внутри стержня и ротора, $k_j = -i\omega \mu_j \sigma_j, j=1, 2$.

Для однозначного определения полей в системе уравнений (5), (6) необходимо добавить условия на границах раздела сред 1-2, 2-3

$$\underline{A}_1 = \underline{A}_T, m=2, 3; \quad (7)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial \underline{A}_1}{\partial \rho_1} = \frac{1}{\mu_T} \frac{\partial \underline{A}_T}{\partial \rho_j}, j=1, 2.$$

Граничные условия (7) выполняются при условии $\rho_1 = R_1, \rho_2 = R_2$.

Вектор-потенциалы реакции \underline{A}_p удовлетворяет уравнению Лапласа, решение которого с учетом бесконечности, запишется следующим образом:

$$\underline{A}_p = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \rho_1^{-n} \sin(n\phi_1). \quad (8)$$

Векторные потенциалы \underline{A}_j , определяемые из уравнения Гельмгольца (6), в локальных системах цилиндрических координат для ротора и стержней запишем соответственно:

$$\underline{A}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} [a_n J_n(k_1 \cdot \rho_1) \sin(n\phi_1) + b_n H_n(k_1 \cdot \rho_2) \sin(n\phi_2)], \quad (9)$$

$$\underline{A}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} c_n J_n(k_2 \cdot \rho_2) \sin(n\phi_2), \quad (10)$$

где J_n – функция Бесселя n-го порядка, H_m – функция Ганкеля 1-го рода порядка m; a_n, b_n, c_n, d_n – коэффициенты разложения.

Подставим векторные потенциалы (8) – (10) в граничные условия (7), используя теоремы сложения для гармонических функций [11, 12], определим поле на поверхности ротора ($\rho_1 = R_1$), создаваемое стержнем КЗ ротора:

$$\underline{A}_{pa} = \frac{d_1 - d_1^0}{R_1} \cdot \sin \phi_1, \quad (11)$$

где d_1 и d_1^0 – коэффициенты разложения КЗ ротора со стержнем и ротора без стержней соответственно.

С учетом соотношения:

$$H = \frac{1}{\mu_a} \text{rot} A, \quad (12)$$

получим выражение для определения нормальной и тангенциальной составляющих напряженности вторичного магнитного поля в декартовой системе координат:

$$\underline{H}_x = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \underline{A}_{pa}}{\partial \phi_1} \cos \phi_1 + \frac{\partial \underline{A}_{pa}}{\partial \rho_1} \sin \phi_1 \right), \quad (13)$$

$$\underline{H}_y = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \underline{A}_{pa}}{\partial \phi_1} \sin \phi_1 - \frac{\partial \underline{A}_{pa}}{\partial \rho_1} \cos \phi_1 \right).$$

Определим влияние двух рядом расположенных стержней КЗ ротора друг на друга при условии, что поле направлено по нормали к оси стержней (рис. 2) [13]. Вследствие линейности рассматриваемых сред поле вне стержней можно представить в виде:

$$A_3 = A_0 + A_{p1} + A_{p2}, \quad (14)$$

где A_{p1}, A_{p2} – векторные потенциалы вихревых токов первого и второго стержней; $A_0 = \mu_3 H_0 \sin \phi$ – векторный потенциал однородного поля, записанного в цилиндрической системе координат.

С учетом бесконечной аксиальной длины стержней уравнение Гельмгольца для векторного потенциала преобразуется в локальной цилиндрической системе координат $\rho_j, \phi_j, x_j (j=1, 2)$ к виду (15), (16)

$$\frac{\partial^2 A_{pj}}{\partial \rho_j^2} + \frac{1}{\rho_j} \frac{\partial A_{pj}}{\partial \rho_j} + \frac{1}{\rho_j^2} \frac{\partial^2 A_{pj}}{\partial \phi_j^2} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial \rho_j^2} + \frac{1}{\rho_j} \frac{\partial A_j}{\partial \rho_j} + \frac{1}{\rho_j^2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial \phi_j^2} + k_j^2 A_j = 0, \quad (16)$$

где A_j – векторные потенциалы поля внутри стержней КЗ ротора.

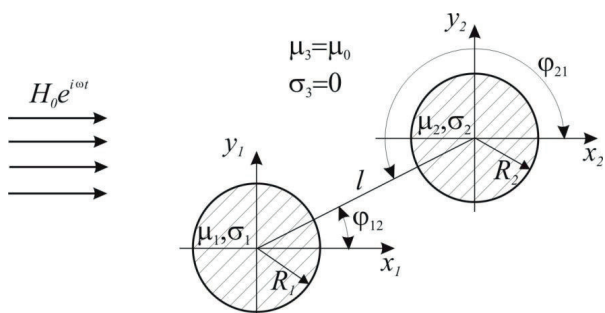


Рис. 2. Два стержня КЗ ротора, расположенные в однородном магнитном поле

Для однозначного определения полей в системе уравнений (15), (16) необходимо добавить условия на границе раздела сред и на бесконечности:

$$\begin{cases} A_3 = A_j \\ \frac{1}{\mu_3} \frac{\partial A_3}{\partial \rho_j} = \frac{1}{\mu_j} \frac{\partial A_j}{\partial \rho_j}, \quad \rho_j = R_j (j=1,2) \\ \lim_{\rho \rightarrow \infty} A = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Решая уравнения (15), (16) с учетом граничных условий (17), получим выражения для векторных потенциалов реакций, удовлетворяющих уравнению Лапласа, и векторных потенциалов вторичных полей стержней ротора, которые определяются из уравнения Гельмгольца:

$$A_{p1} = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \rho_1^{-n} \sin(n\phi_1), \quad A_1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n J_n(k_1 \rho_1) \sin(n\phi_1), \quad (18)$$

$$A_{p2} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \rho_2^{-n} \sin(n\phi_2), \quad A_2 = \sum_{n=1}^{\infty} b_n J_n(k_2 \rho_2) \sin(n\phi_2),$$

где J_n – функция Бесселя 1-го рода n -го порядка.

Выражение для векторного потенциала вторичного поля в координатах первого стержня будет иметь следующий вид:

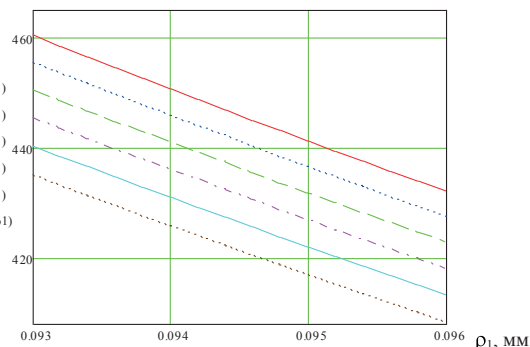
$$A_p = d_1 \rho_1^{-1} \sin \phi_1 + \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} G_{nm} \rho_1^m \sin[(m-1)\phi_{12} - m\phi_1], & l > \rho_1, \\ \sum_{m=0}^{\infty} G'_{nm} \rho_1^{-(m+1)} \sin[(m+1)\phi_1 - m\phi_{12}], & l < \rho_1, \end{cases} \quad (19)$$

где $G_{nm} = \frac{(m+n-1)!}{(m-1)!n!} \frac{1}{e^{m+n}}$, $G'_{nm} = \frac{(m+n-1)!}{(n-1)!m!} e^m$.

4. Апробация результатов исследований

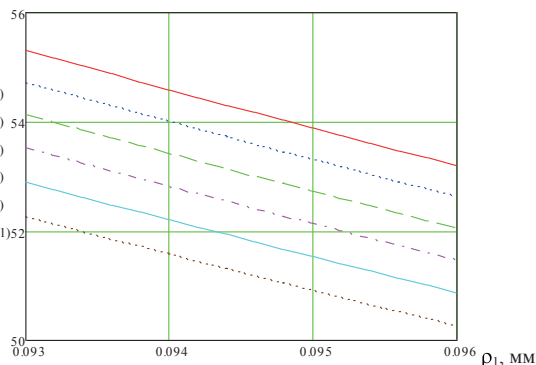
Используя соотношения (13), рассчитаем нормальную и тангенциальную составляющие напряженности поля при взаимодействии электромагнитного поля со стержнем на высоте 1 – 5 мм от поверхности КЗ ротора. На рис. 3 представлены графики распределения нормальной и тангенциальной составляющих напряженности электромагнитного поля КЗ ротора АД 4А160S4УЗ при внешнем поле $H_0=920$ А/м для целого стержня и стержня с утонением, где H_{x0}, H_{y0} – составляющие напряженности поля целого стержня, $H_{x2}-H_{x10}, H_{y2}-H_{y10}$ – составляющие напряженности поля стержня с утонением 2 %, 4 %, 6 %, 8 %, 10 % соответственно.

В/м



а

В/м



б

Рис. 3. Распределение составляющих напряженности вторичного поля стержня в зависимости от высоты ρ_1 над поверхностью ротора АД 4А160S4УЗ: а – нормальной H_x ; б – тангенциальной H_y

На рис. 4 приведены графики распределения нормальной и тангенциальной составляющих напряженности электромагнитного поля при учете взаимного влияния КЗ стержней ротора АД 4А160S4УЗ при внешнем поле $H_0=920$ А/м для целого стержня и стержня с утонением.

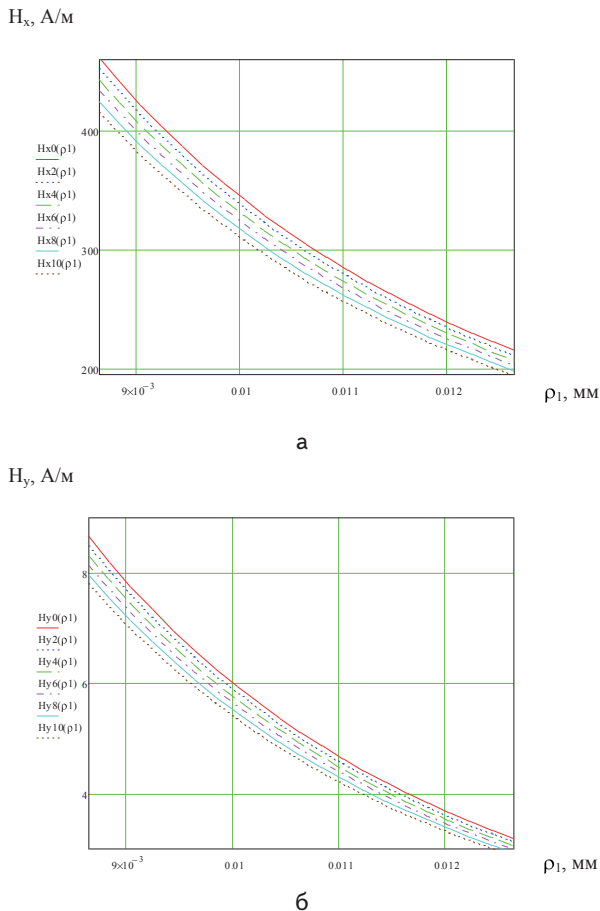


Рис. 4. Распределение составляющих напряженности вторичного поля в зависимости от высоты ρ_1 над поверхностью при учете взаимного влияния стержней ротора АД 4А160S4УЗ: а – нормальной H_x ; б – тангенциальной H_y

5. Выводы

Расчетные модели взаимодействия электромагнитного поля со стержнем ротора и двумя соседними стержнями КЗ ротора имеют одинаковую структуру, что упрощает методику расчета.

Полученные формулы позволяют рассчитать поля рассеяния стержней, и определить степень утонения стержня. При заливке беличьей клетки ротора критичным является утонение стержня в 5 %. С помощью предложенной модели расчета можно выявить такое утонение стержня, которое соответствует изменению напряженности электромагнитного поля на 10-30 А/м для разных типоразмеров АД. Полученные графики позволяют выбрать оптимальную высоту расположения магниточувствительного преобразователя над поверхностью КЗ ротора, которая составляет 1 – 2 мм.

В работе учтено влияние рядом расположенных стержней друг на друга. В этом случае напряженность поля на порядок меньше, чем в случае контроля стерж-

ня, что позволяет уверенно выявлять полезный сигнал от контролируемого стержня.

Литература

1. Победа, Т. В. Обзор методов и средств контроля стержней короткозамкнутых роторов асинхронных двигателей [Текст] / Т. В. Победа, В. В. Мирошников // Методы та прилади контролю якості. – 2010. – №24. – С. 3–8.
2. Case Histories of Rotor Winding Fault Diagnosis in Induction Motors [Text]: Proc. Second International Conf. on Condition Monitoring, March 31-April 3 1987. University College. – Swansea: University College. – 1987. – P. 798-819.
3. Thorsen, O. V. Methods of Condition Monitoring and Fault Diagnosis for Induction Motors [Text] / O. V. Thorsen, M. Dalva // European Transactions on Electrical Power. – 1998. – Vol. 8, Issue 5. – P. 383-395.
4. Герасимов, В. Г. Методы и приборы электромагнитного контроля промышленных изделий [Текст] / В. Г. Герасимов, В. В. Клюев, В. Е. Шатерников. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 272 с.
5. Heinz, E. K. Magnetic Fields: A Comprehensive Theoretical Treatise for Practical Use [Text] / E. K. Heinz. – Wiley: Interscience, 2000. – 619 p.
6. Сухоруков, В. В. Математическое моделирование электромагнитных полей в проводящих средах [Текст] / В. В. Сухоруков. – М.: Энергия, 1975. – 152с.
7. Bhag, S. B. Electromagnetic field theory fundamentals. Second edition [Text] / S. B. Bhag, R. H. Hüseyin. – U.K.: Cambridge, 2004. – 681 p.
8. Стеблев, Ю. И. Взаимодействие электромагнитного поля с неоднородным проводящим цилиндром [Текст] / Ю. И. Стеблев, А. В. Полулех // Изв. вузов. Электромеханика. – 1980. – №12. – С. 1263-1268.
9. Герасимов, В. Г. Электромагнитное поле вихретокового преобразователя произвольной формы вблизи сплошного цилиндра [Текст] / В. Г. Герасимов, Ю. В. Кулаев, Л. А. Чернов // В кн.: Методы и приборы автоматического неразрушающего контроля. – 1979. – вып. 3. – С. 3-11.
10. Fener, R. T. Finite element method for engineers [Text] / R. T. Fener. – London: Imperial College Press, 1975. – 183 p.
11. Янке, Е. Специальные функции: формулы, графики, таблицы [Текст]: перевод с нем. / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш; под ред. Л.И. Седова; – М.: Наука, 1964. – 344 с.
12. Polyanin, A. D. Handbook of integral equations [Text] / A. D. Polyanin, A. V. Manzhirov. – London: Chapman & Hall/CRC Press, Boca Raton, 2008. – 1144 p.
13. Полулех, А. В. Контроль нескольких цилиндрических объектов преобразователями с однородным полем [Текст] / А. В. Полулех // В кн.: Методы и приборы автоматического неразрушающего контроля. – 1979. – вып. 3 – С. 35-43.