

4. Матяшин, Ю. И. Силивой анализ работы ротационных почвообрабатывающих машин [Текст] / И. Ю. Матяшин, Н. Ю. Матяшин, А. Н. Матяшина // Вестник МГАУ. Серия: Техника и технологии агропромышленного комплекса. – 2008. - № 3. - С. 46 – 51.
5. Ветохин, В. И. Тягово-приводные комбинированные почвообрабатывающие машины: Теория, расчет, результаты испытаний: монография [Текст] / В. И. Ветохин, И. М. Панов, В. А. Шмонин, В. А. Юзбашев. - К. : Феникс, 2009. – 264 с.
6. Браженко, С. А. Обґрунтування кінематичного режиму роботи ротаційного робочого органу з вертикальною віссю обертання [Текст] : Зб. наук. пр. / С. А. Браженко // Державної наукової установи УкрНДПВТ ім Л. Погорілого «Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки та технологій для сільського господарства України», – Дослідницьке. – 2012. – Вип. 16(30), С. 274–282.
7. Замойська, К. В. Обґрунтування параметрів ротаційного розпушувача ґрунту [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.05.11 / К.В. Замойська; «Машини і засоби механізації сільськогосподарського виробництва». – Львів, 2008. – 21 [1] с.
8. Кириченко, А. Л. Аналіз енергетичних показників універсального фрезерного робочого органу з вертикальною віссю обертання за даними експериментальних досліджень [Текст] / А. Л. Кириченко // Механізація та електрифікація сільського господарства. – Леваха. – 2011. – Вип. 95. – С. 91 – 100.
9. Ротаційний робочий орган культиватора [Текст] : пат. 97072 Україна, МПК<sup>6</sup> А 01 В 35/16, А01В 39/08, А01В 39/18, А01В 21/06, А01В 33/06. / Пастухов В. І., Браженко С. А.; заявник і патентовласник Пастухов В. І., Браженко С. А. – № а201104043; заявл. 04.04.2011; опубл. 26.12.2011, бюл. №24.
10. ГОСТ 20915–75. Сельскохозяйственная техника. Методы определения условий испытаний [Текст]. – Действ. от 1975-06-19. – М. : Государственный комитет стандартов Совета Министров СССР, 1975. – 33 с.
11. СОУ 74.3-37-127:2004. Випробування сільськогосподарської техніки. Машини і знаряддя для обробітку просапних культур [Текст]. – Офіц. вид. – К. : Міністерство аграрної політики України, 2006. – 54 с
12. ГОСТ Р 8.563–96. Методики выполнения измерений [Текст]. – Действ. от 1996-05-23. – М.: Госстандарт России, 1996. – 20 с.

Наведено математичну модель, що описує динаміку зіткнення суміжних ланок важких машин при наявності зазорів і інших елементів із зоною нечутливості або негладкості передатних функцій кінематичних ланцюгів. Модель побудована з урахуванням змінної структури і використання процедури «згладжування» розривних функцій. Розглянуто конкретний приклад динамічної системи та її чисельний розв'язок

**Ключові слова:** пружно-інерційна система, рівняння руху, зіткнення ланок, кінематика, динамічна навантаженість

Представлена математическая модель, описывающая динамику соударения смежных звеньев тяжелых машин при наличии зазоров и других элементов с зоной нечувствительности или негладкости передаточных функций кинематических цепей. Модель построена с учетом переменной структуры и использованием процедуры «сглаживания» разрывных функций. Рассмотрен конкретный пример динамической системы и ее численного решения

**Ключевые слова:** упруго-инерционная система, уравнение движения, соударение звеньев, кинематика, динамическая нагруженность

УДК 621.01

## О ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ТЯЖЕЛЫХ МАШИН ПРИ СОУДАРЕНИИ СМЕЖНЫХ ЗВЕНЬЕВ

**Д. С. Лисюк**  
Инженер\*

E-mail: model@inmech.kiev.ua

**О. Ю. Талимонова**  
Ведущий инженер\*

E-mail: model@inmech.kiev.ua

**С. И. Трубачев**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра динамики прочности машин  
и сопротивления материалов

Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт»  
пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056

E-mail: Strubachev@i.ua

\*Отдел динамики сложных систем  
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины  
ул. Нестерова, 3, г. Киев, Украина, 03057

### 1. Введение

Исследования относятся к области машиноведения, в частности, металлургического.

Конкурентоспособность современных машин во многом определяется их экономически обоснованной надежностью и долговечностью. Определение этих показателей тесно связано с кинематикой движения

и, в первую очередь, с нагруженностью звеньев. Для большинства современных тяжелых машин характерны большие удельные нагрузки и скорости движения звеньев, в результате чего процесс работы сопровождается значительными инерционными усилиями, которые при наличии зазоров и других элементов с зоной нечувствительности или негладкости передаточных функций могут приводить к соударениям. При работе в таких системах часто развиваются колебательные процессы высокой интенсивности и меняется структура динамических систем. Как правило, возникающие при этом динамические усилия многократно превышают статические. Поэтому расчет динамической нагруженности уникальных тяжелых машин следует проводить на стадии проектирования или модернизации, т.к. их усовершенствование в процессе эксплуатации практически невозможно. В настоящей статье рассматривается соударение звеньев, находящихся в сложном относительном движении и изменяющейся геометрией зоны соударения. В качестве объекта исследования рассмотрено ударное взаимодействие заготовки с рольгангом стана горячей прокатки и вынужденные последующие колебания кинематической цепи привода рольганга.

## 2. Анализ литературный данных и постановка проблемы

Показатели кинематики и динамики реальных машин вследствие неизбежных отклонений размеров и формы рабочих поверхностей звеньев, наличия упругости нередко существенно отличаются от идеальных аналогов. При этом значительную роль играют зазоры в кинематических парах, элементы переменной структуры, негладкие кинематические передаточные функции, внутренние возбудители колебательных процессов. Эти факторы зачастую вызывают соударения в динамической системе, существенно влияющие на надежность машин. Соответственно приобретает важное значение математические модели динамических систем машин, которые в должной мере должны отражать основные механические свойства, но при этом не допускать избыточной детализации, приводящей к искажению процессов [1, 2]. В [3] рассматриваются проблемы соударения для двух тел относительно простом случае. В литературных источниках [4, 5] не учитываются силы трения, возникающие вследствие относительного скольжения соударяющихся поверхностей. Влияние момента на валу ротора двигателя и жесткость опор взяты согласно [6]. Проблемы устойчивости в системах переменной структуры отражены в [7, 8]. Задачи, связанные с экспериментальным определением волновых процессов при соударении, излагается в [9], однако без учета сил трения-скольжения. Необходимые зависимости, связанные с теорией деформации рольганга и заготовки, использованы согласно [10]. Переходные электромагнитные процессы в двигателе приняты по аналогии с [11].

Как правило, возбуждаемые в системе удары оцениваются импульсами сил при сравнительно простых схемах соударения тел [3]. В настоящей статье исследуются динамические процессы в механической системе, соударяющиеся звенья которой участвуют в

сложном относительном движении. Ударное взаимодействие принимается согласно закону Герца. Учитываются меняющаяся зона деформации и направленные по касательной силы трения в процессе соударения. При разработке модели использованы материалы, изложенные в [4 – 10].

## 3. Математическая модель динамических процессов в рольганге прокатного стана при соударении смежных звеньев

Движение заготовки принимаем поступательным и прямолинейным, ролика 2 – плоско-параллельным (вертикальным перемещением геометрической оси ролика вдоль оси координат  $Oy$  и вращением относительно поперечной оси симметрии, проходящей через точку  $O'_2$ ). В модели учтены упруго-диссипативные крутильная деформация вала 3 и линейная – подвески ролика вдоль оси  $Oy$ . Отсчет вертикального перемещения оси ролика производится от положения статического равновесия.

Расчетная схема системы изображена на рис. 1, на которой обозначено: 1 – заготовка, 2 – первый ролик рольганга, 3 – двигатель привода ролика 2, 4 – подвеска ролика 2, состоящая из семи последовательно соединенных упругих резиновых пластин, 5 – участок вала с двумя зубчатыми муфтами, обеспечивающими статическую определенность при движении ролика 2 вдоль оси  $Oy$ .

Система на рис. 1 имеет 4 степени свободы, характеризующиеся следующими обобщенными координатами:  $x_1$  – перемещение заготовки,  $\phi_2$  – угол поворота ролика 2,  $y_2$  – вертикальное перемещение оси  $O'_2$  ролика 2,  $\phi_3$  – угол поворота ротора двигателя 3.

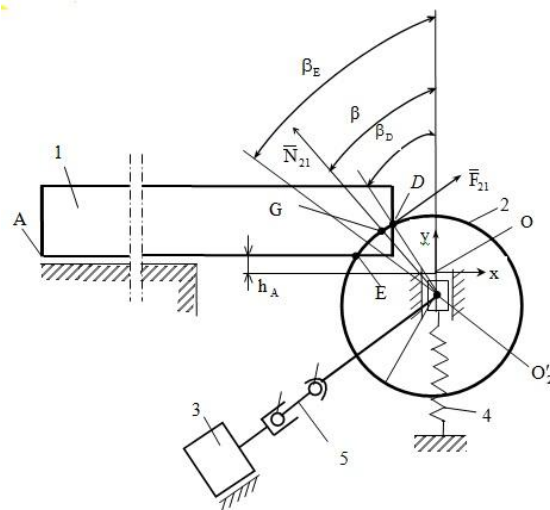


Рис. 1. Расчетная схема механизма соударения заготовки с роликом рольганга

Ввиду того, что система является голономной (все связи геометрические, т.е. их уравнения зависят только от координат), дифференциальные уравнения получены на основании известных законов движения твердых тел при поступательном и плоскопараллельном движении, дифференциальных уравнений движения тоже будет четыре, а именно:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= -N_{21} \sin \beta + F_{21} \cos \beta - F_A - N_x, \\
 J_2 \ddot{\phi}_2 &= -F_{21} r_2 + H_{32} (\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2) + c_{32} (\phi_3 - \phi_2) + M_{12} + M_2, \quad (1) \\
 m_2 \ddot{y}_2 &= -N_{21} \cos \beta - F_{21} \sin \beta - H_2 \dot{y}_2 - c_2 y_2 - F_Q \operatorname{sign} \dot{y}_2, \\
 J_3 \ddot{\phi}_3 &= -H_{32} (\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2) - c_{32} (\phi_3 - \phi_2) + M_3.
 \end{aligned}$$

Поворот заготовки относительно горизонтальной поперечной оси не рассматривается. В системе уравнений (1) обозначено:  $m_1$  и  $m_2$  – массы заготовки 1 и ролика 2;  $J_2$  и  $J_3$  – центральные моменты инерции ролика и ротора двигателя 3;  $N_{21}$  – нормальная сила воздействия ролика 2 на заготовку в зоне контакта (точка G);  $F_{21}$  – сила трения в этой зоне;  $\beta$  – расчетный угол контакта ролика с заготовкой;  $F_A$  – действующее на заготовку в точке A горизонтальное усилие сопротивления движению;  $N_x$  – горизонтальное усилие, действующее на заготовку, обусловленное ее деформацией в зоне контакта с роликом [10];  $M_{12}$  – действующий на ролик момент сил сопротивления деформации заготовки;  $H_{32}$  и  $H_2$  – коэффициенты диссипативных сопротивлений при кручении вала 32 и деформации пакета резиновых элементов 4;  $c_{32}$  и  $c_2$  – жесткости, отмеченных выше вала и резинового пакета;  $F_Q$  – сила трения при вертикальном перемещении опор ролика 2;  $r_2$  – радиус наружной поверхности ролика 2;  $M_2$  – момент сил сопротивления вращению ролика 2 в подшипниках.

Электромагнитный момент, развиваемый асинхронным электродвигателем (ARC 355 MXB) принимаем по формуле Клосса [11]

$$M_3 = \frac{2M_{\max}}{S/S_K + S_K/S}, \quad (2)$$

где  $S = (\omega_0 - \omega_3)/\omega_0$  – скольжение ротора относительно вращающегося магнитного поля статора двигателя;  $\omega_0$  и  $\omega_3 = \dot{\phi}_3$  – синхронная, т.е. магнитного поля статора, и текущая (вращения ротора 3 двигателя) угловые скорости;  $S$  и  $S_K$  – текущее и критическое скольжения;  $M_{\max}$  – максимальный электромагнитный момент, действующий на ротор двигателя (при  $S = S_K$ ).

Другие зависимости, входящие в (1):

– направленное по нормали к рабочей поверхности ролика ударное усилие  $P = N_{21}$ , вызываемое односторонней связью, определяем выражением согласно формуле Герца [3, 4], т.е.

$$P = \begin{cases} n\alpha^{3/2}, & \alpha \geq 0, \\ 0, & \alpha < 0, \end{cases} \quad (3)$$

–  $\alpha$  – сближение соударяемых тел (ролика и заготовки)

$$\alpha = \begin{cases} r_2 - \frac{h_A - y_2}{\cos \beta}, & r_2 - \frac{h_A - y_2}{\cos \beta} \geq 0, \\ 0, & r_2 - \frac{h_A - y_2}{\cos \beta} < 0; \end{cases} \quad (4)$$

– сила трения скольжения вращающегося ролика относительно заготовки

$$F_{21} = N_{21} f_{21} \operatorname{sign} (v_Q^\tau / r_2); \quad (5)$$

$$\operatorname{sign} z = \begin{cases} 1, & z \geq 0, \\ -1, & z < 0, \end{cases}$$

– скорость скольжения ролика относительно заготовки

$$v_Q^\tau = -\dot{x}_1 \cos \beta + \dot{y}_2 \sin \beta + \dot{\phi}_2 r_2, \quad (6)$$

– коэффициент  $n$  в формуле Герца (3)

$$n = \frac{4}{3[(1-\mu_1^2)/E_1 + (1-\mu_2^2)/E_2]} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \quad (7)$$

где  $\mu_i$  ( $i = \overline{1,2}$ ) – коэффициент Пуассона для материала заготовки и ролика,  $E_i$  – их модули упругости (принимая во внимание, что температура заготовки выше, чем у ролика),  $R_i$  – радиусы кривизны тел в точке контакта (для заготовки  $R_1 = \infty$ , для ролика  $R_2 = r_2$ ).

Ввиду того, что аналитические зависимости для  $N_{21}$  и  $F_{21}$  описываются разрывными функциями  $P$  и  $\operatorname{sign}(z)$ , при численном решении используются их «сглаженные» аналоги, т.е.

$$N_{21} = P \left( 0,5 + \frac{1}{\pi} \arctg \frac{\alpha}{k_n} \right), \quad F_{21} = \frac{2}{\pi} N_{21} f_{21} \arctg \frac{v_Q^\tau}{r_2 k_\tau}, \quad (8)$$

где  $k_n$  и  $k_\tau$  – малые числа ( $10^{-3}, 10^{-4}$ ) соответствующей размерности. Силой трения при отсутствии проскальзывания ролика относительно заготовки пренебрегаем, т.е. принимаем  $F_{21}(0) = 0$ .

Расчетный угол  $\beta$  представлен в виде зависимости

$$\beta = \frac{2}{3} \beta_D + \frac{1}{3} \beta_E, \quad \beta_D = \begin{cases} \arctg(-x_D/y_D), & x_D \leq 0, \\ 0, & x_D > 0. \end{cases} \quad (9)$$

$$\beta_E = \arctg(-x_E/y_E).$$

Координаты точек D и E –

$$x_D = S_{B_0} + x_1, \quad y_D = \begin{cases} y_2 + \sqrt{r_2^2 - x_D^2}, & x_D \leq -S_{B_0}, \\ 0, & x_D > 0. \end{cases} \quad (10)$$

$$x_E = \begin{cases} -\sqrt{r_2^2 - (h_A - y_2)^2}, & \Delta + y_2 > 0, \\ 0, & \Delta + y_2 \leq 0, \end{cases} \quad y_E = h_A = r_2 - \Delta,$$

$$S_{B_0} = -\sqrt{r_2^2 - h_A^2} = -\sqrt{2\Delta r_2 - \Delta^2}.$$

При численном интегрировании системы (1) были приняты следующие параметры, соответствующие толстолистовому стану горячей прокатки Магнитогорского металлургического комбината:  $m_1 = 31,4 \cdot 10^3$  кг,  $m_2 = 2800$  кг,  $I_2 = 110$  кгм<sup>2</sup>,  $I_3 = 12,8$  кгм<sup>2</sup>,  $r_2 = 0,2$  м,  $H_{32} = 40$  кгмс<sup>-1</sup>,  $c_{32} = 3,8 \cdot 10^3$  Нм,  $H = 0,9 \cdot 10$  кгс<sup>-1</sup>,  $c_2 = 0,88 \cdot 10^7$  Нм<sup>-1</sup>,  $F_A = 0$ ,  $M_{\max} = 5300$  Нм,  $M_2 = -103,4$  Нм,  $S_k = 0,284$ ,  $\omega_0 = 19$ с<sup>-1</sup>,

$\omega_k = 13,6 \text{ с}^{-1}$ ,  $f_{21} = 0,3$ ,  $f_2 = 0,1$ ,  $\psi = 0,4$ ,  $\Delta = 0,02 \text{ м}$ ,  
 $E_1 = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ,  $E_2 = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ .

Начальные условия системы (1):  $x_1(0) = 0$ ,  
 $\dot{x}_1(0) = 3,5 \text{ мс}^{-1}$ ,  $\phi_2(0) = 0$ ,  $\dot{\phi}_2(0) = 18,94 \text{ с}^{-1}$ ,  $y_2(0) = 0$ ,  
 $\dot{y}_2(0) = 0$ ,  $\phi_3(0) = 0,0263$ ,  $\dot{\phi}_3(0) = 18,94 \text{ с}^{-1}$ .

**4. Анализ результатов численного исследования динамических процессов при соударении ролика с заготовкой**

На рис. 2 – 6 в графическом виде представлены характеристики процессов в системе (1). Имеет место высокая интенсивность динамических процессов. Изображенный на рис. 2 график нормальных сил соударения ( $N_{21}$ ) носит разрывный характер, так как они формируются односторонней связью. Интервалы времени между очередными соударениями уменьшаются вследствие снижения величины опускания ( $y_2$ ) ролика при каждом последующем соударении.

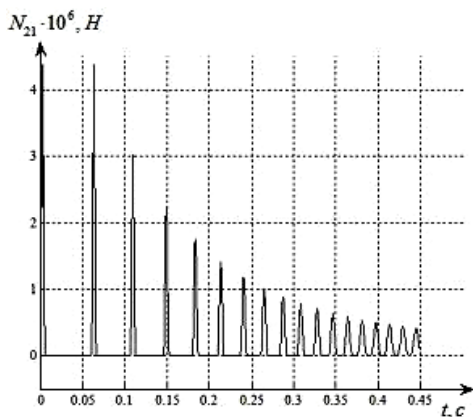


Рис. 2. График зависимости нормальной силы от времени

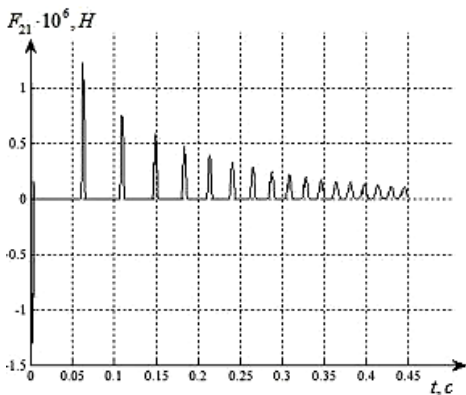


Рис. 3. График зависимости сил трения ролика и заготовки от времени

Соответственно возникают разрывные силы трения  $F_{21}$  (рис. 3) с теми же интервалами нулевых значений, что и у  $N_{21}$ . При первом соударении сила трения носит знакопеременный характер, который в дальнейшем переходит к знакопостоянному. Повторяющиеся соударения ролика с заготовкой (рис. 2) сохраняются до 0,4 с, после чего наступает безотрывный затуха-

ющий колебательный процесс с относительно невысоким размахом и постоянной частотой. Изменение угловых скоростей ролика 2 (сплошная линия), ротора двигателя 3 (пунктирная линия) и угла поворота ротора (точечная линия) при ударном возбуждении иллюстрируется графиками на рис. 4. Восстановление исходных значений скоростей практически происходит при  $t \gg 0,45 \text{ с}$ . На рис. 5 представлен график крутящего момента  $M_{32}$  на валу привода ролика. Послеударные значения достаточно быстро затухают, локализуясь к статическому значению момента. Из рис. 6 видно, что скорость  $\dot{x}_1$  движения заготовки (изображенная сплошной линией) резко снижается при первом соударении с роликом (за время 0,005 с); последующие ударные импульсы оказывают меньшее влияние на изменение этой скорости. Скорость вертикальных колебаний центра ролика (представлена точечной линией) практически полностью затухает к  $t = 0,45 \text{ с}$ , перемещение слитка изображено пунктиром. Экстремальные значения усилий реакции  $P_4 = -H_2 \dot{y}_2 - c_2 y_2 + m_2 g$  упругого элемента 4 (рис. 1) и момента  $M_{32}$  совпадают по времени с пиковыми значениями импульсов  $N_{21}$  (рис. 2). Соударение заготовки с последующими роликами рольганга носит практически аналогичный рассматриваемому, характер, т.е. эти динамические процессы могут быть взяты за основу при расчете на надежность.

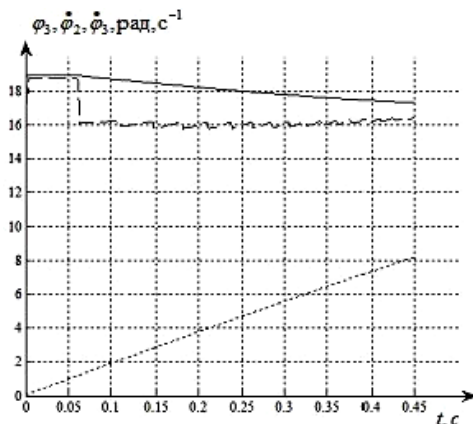


Рис. 4. Графики зависимостей скоростей и углов от времени

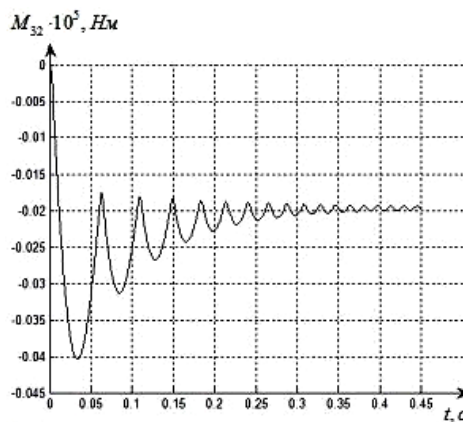


Рис. 5. График зависимости момента сил упругости поворота ротора и ролика на валу привода ролика от времени

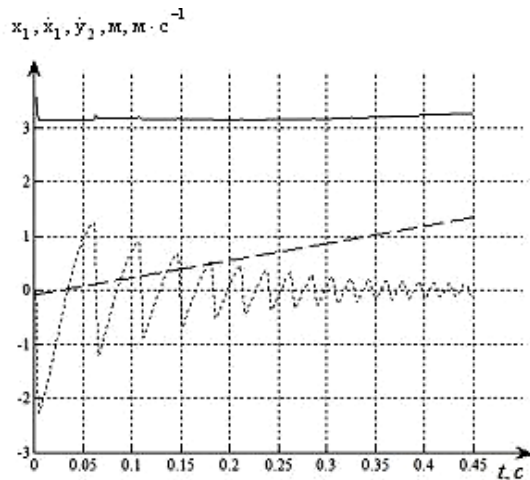


Рис. 6. Графики зависимости скоростей и перемещений заготовки и ролика от времени

## 5. Вывод

На примере стана горячей прокатки изложена математическая модель соударения заготовки с рольгангом. Численные расчеты показали, что динамические нагрузки реально многократно превышают их статические аналоги: например усилия воздействия ролика на заготовку в 30 раз, реакции сил упругости  $P_4$ , действующей на ось ролика, – в 2,3 раза. Более объективные значения нагрузок, получаемые по изложенной модели, позволяют определять реальную надежность и долговечность рассмотренной кинематической цепи стана. Разработана на программном языке MatLab программа численного интегрирования системы уравнений, в результате использования которой получены кинематические и динамические характеристики движения звеньев прокатного стана. В модели используются фрикционные усилия, возникающие вследствие наличия нормальных усилий ударного взаимодействия между заготовкой и роликом рольганга.

## Литература

1. Опойцев, В. И. Задачи и проблемы асимптотического агрегирования [Текст] / В. И. Опойцев // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 8. – С. 133 – 144.
2. Lastman, G. J. A comparison of the Balanced Matrix Method and Aggregation Method of Model Reduction [Text] / G. J. Lastman, N. K. Sinha // IEE Transect of Automat. Control. – 1985. – V.AC. –30, № 3. – P. 301 – 304.
3. Pars, L. A. Analytical Dynamics [Text] / L. A. Pars. – London, 1964. – 636 p.
4. Zukas, J. A. Impact Dynamics [Text] / T. Nicholas, H.F.Swift, L.B. Greszczuk, D. Curran // New York. –1982. – P. 296.
5. Алимов, О. Д. Распространение волн деформаций в ударных системах [Текст] / В. К. Манжосов, В. Э. Еремьянц, Удар // М.: Наука, 1985. – 358 с.
6. Голубенцев, А. Н. Интегральные методы в динамике [Текст] / А. Н. Голубенцев // К.: Техніка. – 1967. – 352 с.
7. Khoroshun, A. S. Stability of Motion of a Particle with Variable Constraints [Text] / A. S. Khoroshun // Int. Appl. Mech.– 2011.– 47, N 2.– P. 203–214.
8. Labou, M. Numerical Schemes for Stability in Probobility of Pertyrbed Dynamical Systems [Text] /M. Labou // Int. Appl. Mech.– 2012.– 48, N 4.– P. 465–484.
9. Anik'ev, I. I. Experimental Determination of the Reaction of an Elastic Cantilever-Rod Systems to a Shok Wave [Text] / M. I. Mikhailova, E. A. Sushchenko // Int. Appl. Mech.– 2012.– 48, N 6.– P. 736 –740.
10. Целиков, А. И. Теория прокатки [Текст] / А. Д. Томленов, В. И. Зюзин, А. В. Третьяков, Г. С. Никитин // М: Металлургия. – 1982. – 335 с.
11. Ключев, В. И. Теория е лектропривода [Текст] / В. И. Ключев // М.: Энергоатомиздат. – 1985. – 560 с.