

У роботі представлена математична модель, що описує динаміку розкидання часток зернової суміші в закручених повітряних потоках для трьохрівневого вертикального змішувача. Запропоновано критерій ефективності роботи консольних валів з крильчаткою у процесі перемішування. Результати чисельних розрахунків, які були проведені по даній моделі, використані при проектуванні й виготовленні малогабаритної комбікормової установки ВМКУ – 04

Ключові слова: сипуче середовище, якість перемішування, комбікормова установка, метод дискретних вихорів

В работе представлена математическая модель, описывающая динамику разбрасывания частиц зерновой смеси в закрученных воздушных потоках для трехуровневого вертикального смесителя. Предложен критерий эффективности работы консольных валов с крыльчаткой в процессе перемешивания. Результаты численных расчетов, выполненных по данной модели, использованы при проектировании и изготовлении малогабаритной комбикормовой установки ВМКУ – 04

Ключевые слова: сыпучая среда, качество перемешивания, комбикормовая установка, метод дискретных вихрей

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ТРЕХУРОВНЕВОМ СМЕСИТЕЛЕ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

А. П. Мироненко

Младший научный сотрудник
Лаборатория механизации производственных процессов в животноводстве
Институт животноводства НААН
ул. 7-ой Гвардейской Армии, 3,
г. Харьков, Украина, 62404
E-mail: anatoly.mironenk@gmail.com

А. И. Завгородний

Доктор технических наук, профессор
Кафедра высшей математики и физики
Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко
ул. Артема 5, г. Харьков, Украина, 61002
E-mail: kafedra_math@rambler.ru

1. Введение

Современное состояние развития животноводства требует использования прогрессивных технологий. Возникает необходимость в обеспечении этой отрасли более новым высокотехнологичным оборудованием, которое обеспечивало бы качественное приготовление полнорационных ингредиентов комбикормов для различных видов животных и птицы. Хорошо известно, что нормируемое кормление животных полноценными комбикормами, согласно зоотехническим требованиям, играет первостепенную роль в повышении их производительности.

При наличии собственной зернового сырья производители продукции животноводства и птицеводства должны иметь возможность самим изготавливать качественные комбикорма. Решением этой проблемы является использование высокоэффективных малогабаритных комбикормовых установок [1].

Одним из основных процессов в производстве комбикормов является качественное смешивание компонентов кормовой смеси. Существующие на сегодняшний день малогабаритные кормосмесители отечественного производства имеют невысокую по сравнению с зарубежными аналогами эффективность, поэтому разработка высокоэффективного кормосме-

сителя представляет собой важную научно-техническую задачу.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В работе [2] была предложена схема нового смесителя, в которой авторы дополнили хорошо известную конструкцию вертикального шнекового смесителя четырьмя вертикальными консольными валами с крыльчаткой в верхней части (рис.1). Быстро вращающиеся крыльчатки, лопасти которых расположены под значительным углом, создают сильные циркуляционные потоки воздуха, способствующие качественному перемешиванию ингредиентов смеси. Выбор оптимальных геометрических параметров крыльчаток, оптимальных режимов работы смесителя представляет достаточно сложную задачу, при решении которой на первое место выходят методы математического моделирования механики гранулированных сред [3].

В работе [1] проводится детальный анализ существующих на сегодняшний день конструкций смесителей кормовых смесей и малых комбикормовых установок, в разработку которых внесли значительный вклад такие выдающиеся ученые как Г. М. Кукта, В. И. Дешко,

Ю. И. Ревенко, В. А. Макаров, А. А. Яцевич, П. В. Василенко, Н. П. Черняев, Е. А. Раскатова, В. Е. Перельман.

Течения сыпучих сред чаще всего моделируются уравнениями гидродинамики [3 – 5]. Явление сепарации частиц сыпучей среды по размерам частиц детально исследуется в работе [6]. Однако в данном случае математическая модель должна описывать разбрасывание зерновых частиц в воздушном потоке со сложной пространственной картиной течения и корректно учитывать взаимодействие завихренных потоков воздуха и витающих частиц зерновой смеси. Поэтому в работе используется подход, при котором моделируется движение отдельных твердых частиц в воздушном потоке [7].

Предложенные в данной работе математическая модель и методика проведения расчета рассеивания твердых частиц по поверхности смеси были использованы при проектировании и изготовлении опытного образца смесителя, получившего название ВМКУ-04 (вертикальная малогабаритная комбикормовая установка), в котором реализована принципиальная схема, приведенная на рис. 1.

3. Математическая модель разбрасывания зерновых частиц

В исследуемом вертикальном смесителе (рис. 1) основным рабочим органом является вертикальный шнек 2, который задает вертикальное движение зерновых частиц в толще смеси, а также их разбрасывание по поверхности смеси. Вращающиеся консольные валы 3 с крыльчаткой 4 способствуют более эффективному разбрасыванию частиц за счет создаваемых ими воздушных потоков и, как следствие, более эффективному перемешиванию смеси в целом.

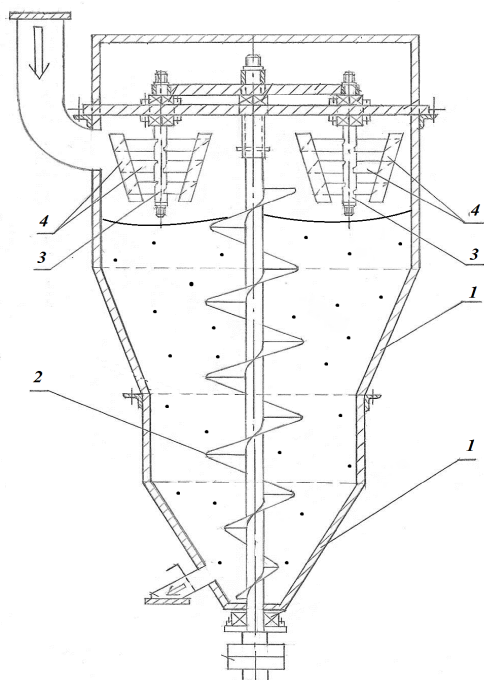


Рис. 1. Конструктивная схема вертикального смесителя ингредиентов комбикормов

При построении математической модели разбрасывания частиц сыпучего материала в верхней части смесителя примем следующие предположения. Наличие частиц не влияет на потоки воздуха, при этом обратное влияние потока на частицы, безусловно, должно быть учтено, поскольку именно оно определяет динамику перемешивания. Кроме того, будем предполагать, что частицы смеси не взаимодействуют между собой при движении в воздушном потоке.

Поскольку при разбрасывании сыпучей смеси шнеком наблюдается незначительная концентрация твердых частиц в воздухе, то такие предположения в целом оправданы.

Воздух будем предполагать несжимаемой средой, поскольку как показывают оценки, скорости воздушных потоков, возникающие в смесителе, – существенно дозвуковые. При решении гидродинамической задачи будем пренебрегать вязкостью воздуха. При этом отметим, что при подсчете силы, действующей на частицу со стороны потока, вязкость должна учитываться.

Сделанные предположения позволяют разбить исходную задачу на независимую аэродинамическую задачу отыскания поля скоростей воздушных потоков и задачу динамики частиц смеси при известном поле скоростей. Динамику частицы зерновой смеси будем описывать в рамках модели движения материальной точки. Столкновение частицы со стенками будем считать абсолютно упругим.

Предлагаемый подход при рассмотрении достаточно большого числа частиц-маркеров позволяет выявить характерные особенности рассеяния по поверхности зерновой смеси в бункере и тем самым оценить влияние крыльчаток на процесс смешивания.

3. 1. Постановка аэродинамической задачи

Предполагая, что всюду за исключением области схода вихрей с лопастей крыльчаток реализуется безвихревое течение, введем потенциал поля скоростей ϕ . Тогда из уравнения неразрывности [8], будем иметь для потенциала ϕ уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \tag{1}$$

На твердых поверхностях, ограничивающих область течения, зададим условие непротекания:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0. \tag{2}$$

При этом на поверхности вращающихся лопастей крыльчатки условие (2) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = V_{0n}, \tag{2a}$$

где V_{0n} – нормальная скорость движения твердой поверхности.

Форму вихревых пелен будем считать заранее неизвестной, так же как и интенсивность распределенных на ней вихрей. На таких вихревых поверхностях должно выполняться условие непрерывности поля давления.

Для определения давления по найденному потенциалу ϕ будем использовать первый интеграл уравнения движения жидкости, так называемый интеграл Коши – Лагранжа [8]:

$$\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{(\nabla \phi)^2}{2} \right) + p = p_0, \quad (3)$$

где p_0 - атмосферное давление при нулевом поле скоростей.

Таким образом, для определения гидродинамических параметров воздушных потоков имеем краевую задачу (1) – (3), которую следует дополнить заданием начальных условий для полей скоростей и давления:

$$\bar{v} = 0, \quad p = p_0, \quad (\text{при } t = 0), \quad (4)$$

и заданием закона движения всех подвижных элементов конструкции:

$$\omega_i = \omega_{0i}(t), \quad i = \overline{0, 4}. \quad (5)$$

Здесь ω обозначает угловую скорость, нижний индекс равный 0 относится к основному рабочему органу – шнеку, а при других значениях обозначает один из консольных валов.

3. 2. Метод дискретных вихрей

Решение задачи аэродинамики (1) – (5) будем находить с помощью численной процедуры, основанной на методе дискретных вихрей, позволяющей определить пространственные (трехмерные) течения в интересующей нас области. Данный метод хорошо зарекомендовал себя в аэродинамических расчетах летательных аппаратов [9]. Использование метода дискретных вихрей для аэродинамического расчета винта детально описано в [10].

Разобьем все ограничивающие область поверхности, винтовую поверхность шнека, лопасти крыльчатки консольных валов на отдельные панели. На каждой такой панели размещаем *присоединенную* вихревую рамку, которая представляет собой вихревую нить, проходящую по границе панели. Интенсивность каждой вихревой рамки будем считать постоянной, и обозначать Γ_i (i – порядковый номер рамки). Каждый отрезок такого вихревого многоугольника индуцирует скорость в произвольной точке области согласно формуле Био – Савара [9]:

$$\bar{v} = \frac{\Gamma_i}{4\pi} \frac{\bar{r}_1 \times \bar{r}_2}{|\bar{r}_1 \times \bar{r}_2|^2} \left[(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) \cdot \left(\frac{\bar{r}_1}{r_1} - \frac{\bar{r}_2}{r_2} \right) \right]. \quad (6)$$

Здесь \bar{r}_1, \bar{r}_2 радиус-векторы концов вихревого отрезка, откладываемые от точки, в которой определяется скорость.

Интенсивности $\Gamma_i, i = 1...N$ (N – общее число панелей) заранее неизвестны, они определяются из условия непротекания на твердых поверхностях. Этому условию будем удовлетворять в отдельных точках, так называемых точках коллокации, которые разместим в центре каждой панели. На панели, примыкающей к задней кромке лопасти,

вихревая рамка должна быть не замкнутой (Π – образной). Этим достигается выполнения условия Жуковского – Чаплыгина [8, 9] о конечности скорости на задней кромке профиля.

Кроме этого будем учитывать свободную вихревую пелену, сходящую с лопасти крыльчатки. Ее также будем моделировать вихревыми рамками, которые называются *свободными* вихревыми рамками, в отличие от *присоединенных* рамок, введенных выше.

Пусть N обозначает количество присоединенных рамок, N^* – число свободных вихрей, сошедших с лопастей. Тогда нормальная скорость в центре i -й панели определяется по формуле:

$$v_{ni} = \sum_{k=1}^N a_{ik} \Gamma_k + \sum_{k=1}^{N^*} b_{ik} \Gamma_k^*. \quad (7)$$

Здесь коэффициент $a_{ik} (b_{ik})$ представляют собой нормальную скорость, индуцированную k -й присоединенной (свободной) вихревой рамкой единичной интенсивности в центре i -й панели. Выражение (7) при $i = 1, 2, \dots, N$ представляет собой систему линейных алгебраических уравнений относительно Γ_i , решение которой отыскивалось численно на каждом шаге по времени.

В качестве критерия сходимости метода выбиралась тяга, создаваемая каждой из вращающихся крыльчаток. Тяга определяется как равнодействующая подъемных сил, действующих на панели вращающихся лопастей. Поскольку каждая такая панель моделируется вихревой рамкой, то по теореме Жуковского подъемная сила, действующая на панель, определяется выражением [9]:

$$F_i = \rho v_i \Gamma_i b_i, \quad (8)$$

где v_i – скорость набегающего потока (скорость панели во вращательном движении относительно вала), b_i – длина панели, отсчитываемая вдоль лопасти. Тогда тяга определяется как сумма F_i по всем панелям лопастей, принадлежащих одному консольному валу. Количество учитываемых рядов спускаемых свободных вихревых рамок N^* фиксируется, когда дальнейшее его увеличение не изменяет значения тяги.

3. 3. Динамика частицы смеси

Моделирование движения частицы в процессе разбрасывания состоит из двух этапов. Первый этап состоит в решении задачи о движении частиц по винтовой поверхности шнека при выходе из сплошной массы зерновой смеси. Для этого необходимо найти решение следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений для полярных координат частицы ρ и ϕ :

$$\begin{cases} \ddot{\rho} = \rho(\dot{\phi} + \omega_0)^2 - \frac{f(gp - 2\omega_0 \dot{\rho})\dot{\rho}}{V}, & V = (\dot{\rho}^2 + (\rho^2 + k^2)\dot{\phi}^2)^{1/2}, \\ \ddot{\phi} = \frac{-1}{\rho^2 + k^2}(gk + 2\rho\dot{\rho}(\dot{\phi} + \omega_0)) - \frac{f(gp - 2\omega_0 \dot{\rho})(\rho^2 + k^2)\dot{\phi}}{V}. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь ω_0 – угловая скорость шнека; $k = h / 2\pi$, где h – шаг шнека; g – ускорение свободного падения; f –

коэффициент трения скольжения; точка над символом означает производную по времени. Начальные условия для системы (9) определяются начальным положением рассматриваемой частицы и угловой скоростью шнека.

Уравнения (8) получены в предположении, что при выходе из толщи смеси, частица не испытывает значительного влияния со стороны других частиц. При выводе (8) учитывались центробежная и кориолисова силы инерции, сила тяжести и сила кулоновского трения, действующие на частицу. Решение системы (9) осуществлялось численно методом Рунге – Кутты до момента времени, когда частица сходит с поверхности шнека.

Второй этап моделирования динамики частицы заключается в решении задачи о движении частицы в воздушном потоке до момента падения на поверхность смеси. Для этого отыскиваем решение обыкновенного дифференциального уравнения, представляющего собой уравнение динамики свободной материальной точки:

$$m\ddot{\vec{r}} = m\vec{g} + 0,5C_x\rho_a S\vec{v}^{(r)} \cdot \vec{v}^{(r)}, \tag{10}$$

где \vec{r} – радиус-вектор частицы, m – ее масса, $\vec{v}^{(r)} (= \vec{V}(\vec{r}) - \dot{\vec{r}})$ – скорость воздушного потока относительно частицы, \vec{V} – абсолютная скорость воздушного потока, определяемая из решения аэродинамической задачи, C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления, S – площадь миделевого сечения частицы, ρ_a – плотность воздуха. Значения коэффициента C_x выбиралось на основе экспериментальных данных для обтекания сферы [8]. В качестве начальных условий для системы (10) выбирались значения координат и скорости частицы при ее схождении с поверхности шнека, т. е. из решения системы (9) при ρ равном радиусу шнека.

4. Результаты вычислений поля скоростей воздушных потоков и коэффициента рассеивания твердых частиц

Для исследования рассеивания частиц по поверхности зерновой смеси в смесителе использовалась следующая методика проведения расчета. По заданным угловым скоростям вращения шнека и консольных валов определялось поле скоростей воздушных потоков. Выбиралось $N = 30$ частиц-маркеров определенного размера и массы в соответствии с гранулометрическим составом реальной зерновой смеси. Они располагались вдоль радиуса шнека на поверхности смеси. Далее рассчитывались положения и скорости частиц при сходе со шнека (решение системы (9)). Следующий шаг заключался в расчете свободного движения этих частиц в потоке воздуха (решение системы (10)) с учетом предварительно рассчитанного поля скоростей воздушного потока. Рассчитанное окончательное положение частицы на поверхности смеси в сравнении с начальным положением давало возможность оценить степень рассеивания, то есть качество их перемешивания.

Все расчеты проводились для четырех режимов работы установки. Каждый из режимов характеризуется угловой скоростью вращения шнека ω_0 и угловой скоростью вращения консольных валов ω_1 . Числовые значения

этих величин приведены в табл. 1. В дальнейшем номера режимов, к которым относятся результаты, явно указываются на приведенных рис. 2 – 5.

Таблица 1

Режимы работы смесителя

№ режима	ω_0 , об/мин	ω_1 , об/мин
1	132	1680
2	165	2100
3	195	2480
4	226	2880

На рис. 2 показаны распределения поля скоростей воздушных потоков в меридиональных и осевых сечениях верхней части смесителя (выше уровня засыпки). Направления векторов скорости указаны стрелками, изолинии дают представление об абсолютной величине векторов скорости. Приведенные результаты отвечают 3-му режиму. Из приведенных рисунков видно, что потоки воздуха имеют довольно сложную структуру. Рис. 2, а демонстрирует строгую периодичность поля скоростей в азимутальном направлении, которая определяется расположением консольных валов. Обращают на себя внимание вертикальные потоки воздуха у стенки смесителя (рис. 2, б), направленные вертикально вниз.

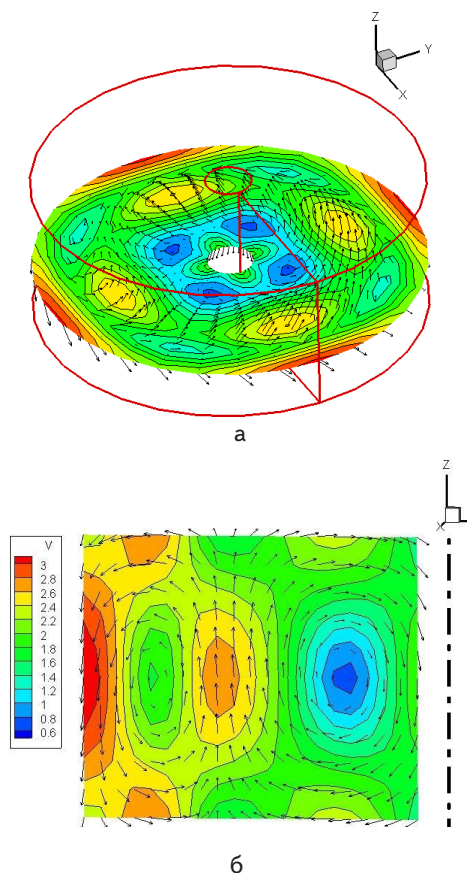


Рис. 2. Поле скоростей воздушных потоков для режима № 3, а – осевое сечение, б – меридиональное сечение

На рис. 3 приведены графики зависимости радиальной (рис. 3, а) и азимутальной (рис. 3, б) скоростей частиц зерновой смеси в момент схода с поверхности шнека для различных режимов работы смесителя, то есть при различных значениях угловой скорости ω_0 . Шаг шнека принимался равным $h=0,07$ м, а его радиус - $R=0,075$ м. Коэффициент трения скольжения выбирался равным $f=0,2$. Часть графика, изображенная пунктиром, отвечает тем значениям начального радиуса, при которых частицы не покидают область, ограниченную радиусом шнека.

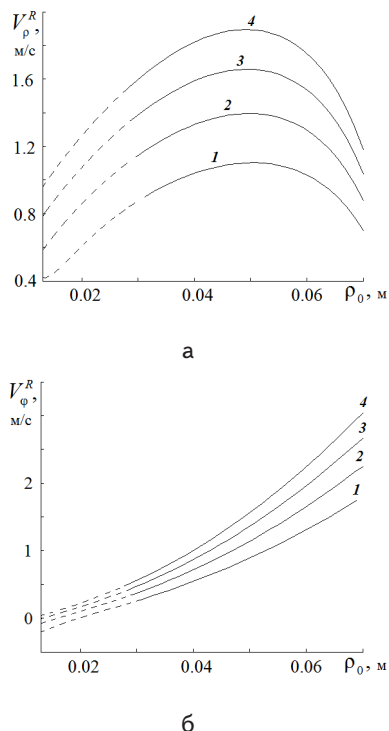


Рис. 3. Зависимости скорости схода частицы со шнека \vec{V}^R от ее начального положения ρ_0 ($\varphi_0 = 0$) для различных режимов работы смесителя: а – радиальная скорость; б – азимутальная скорость

Введем декартову систему координат на поверхности смеси, совместив ее начало с осью смесителя. Положения точек падения частиц на поверхность смеси при разбрасывании показаны на рис. 4. В начальный момент частицы были распределены на отрезке оси x от начала координат до значения $x=R$, а при сходе с поверхности шнека их значения скорости соответствовали значениям, приведенным на графиках на рис. 3.

Для приведенных результатов расчета радиус частиц выбирался равным 1 мм, а их плотность $1,2 \text{ г/см}^3$. Из сравнения рис. 4, а и рис. 4, б видно, что при наличии консольных валов с крыльчаткой разбрасывание частиц происходит на заметно большее расстояние от начального положения. При этом кривая, соединяющая частицы-маркеры на поверхности смеси, имеет более сложную форму. Таким образом, наличие консольных валов способствует более эффективному рассеиванию частиц.

Были также проведены аналогичные расчеты для набора значений радиуса частиц в диапазоне 0,1–3,0 мм

с шагом 0,1 мм в соответствии с гранулометрическим составом смеси состоящей из пшеничной, ячменной и кукурузной дертей и для значений плотности, отвечающих плотности компонентов смеси.

Для количественной оценки степени рассеивания частиц был введен коэффициент рассеивания σ_k , отдельно подсчитываемый для каждого набора частиц с различными размерами и плотностью по формуле:

$$\sigma = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\rho_i^2}{R^2} (1 + \varphi_i^2) \right), \tag{11}$$

где ρ_i, φ_i – это полярные координаты точки падения i -й частицы, R – радиус смесителя. Коэффициент σ представляет собой среднеквадратичное отклонение частицы от центра смесителя, в котором отдельно учитывается сдвиг частицы в азимутальном (круговом) направлении. Суммарный коэффициент рассеивания рассчитывался как среднее взвешенное коэффициентов σ_k :

$$\bar{\sigma} = \sum_k w_k \sigma_k, \tag{12}$$

где весовые коэффициенты имеют смысл массовой доли частиц k -го набора в смеси.

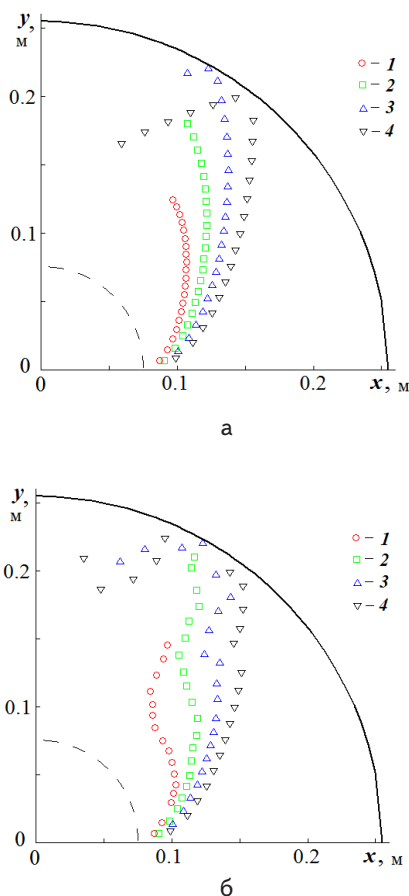


Рис. 4. Рассеивание зерновых частиц по поверхности зерновой смеси при различных режимах работы смесителя: а – без учета влияния консольных валов, б – с учетом консольных валов

На рис. 5 представлена сравнительная диаграмма значений коэффициентов рассеивания при четырех режимах работы установки для случаев, когда смеситель оснащен консольными валами, и когда валы не установлены (типовой вертикальный смеситель). Сравнение двух графиков позволяет утверждать, что наличие консольных валов существенно увеличивает эффективность смешивания частиц в верхней части и смесителя и тем самым общую эффективность работы смесителя. При этом наибольшее влияние крыльчатки оказывают при больших угловых скоростях работы агрегата.

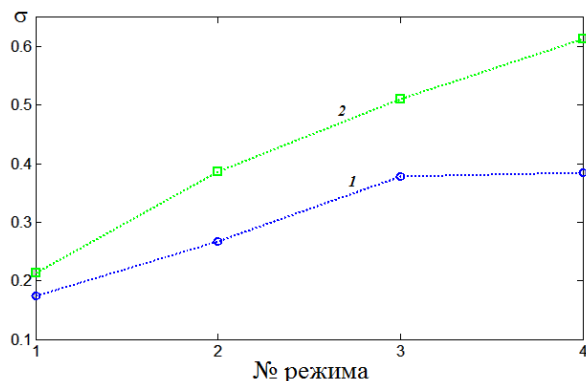


Рис. 5. Значения коэффициента рассеивания при различных режимах: 1 – без учета влияния консольных валов, 2 – с учетом консольных валов

5. Выводы

В работе представлена математическая модель, описывающая динамику разбрасывания частиц зерновой смеси в верхней части трехуровневого вертикального смесителя, оснащенного консольными валами с крыльчаткой. Предложенная модель позволяет учесть аэродинамику сложных вихревых потоков, создаваемых вращающимися консольными валами, и взаимодействие зерновых частиц со шнеком.

Данная модель дает возможность проведения вычислительного эксперимента с целью определения оптимальных конструктивных параметров крыльчатки и оптимальных режимов работы смесителя.

Проведенные расчеты подтвердили эффективность установки консольных валов с крыльчаткой в вертикальном смесителе. Результаты численных расчетов, выполненных по данной модели, использованы при проектировании и изготовлении вертикальной малогабаритной комбикормовой установки ВМКУ – 04.

Литература

1. Мироненко, А. П. Особливості вибору конструкції вертикального трьохрівневого змішувача інгредієнтів комбикормів [Текст] / А. П. Мироненко // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – 2010. – Т. 1(93). – С. 441-450
2. Мироненко, А. П. Визначення оптимальних режимів роботи вертикального трьохрівневого кормозмішувача інгредієнтів комбикормів [Текст] / А. П. Мироненко // Вісник Харківського Національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – 2011. – Т. 2 (107) – С. 215-221
3. Mehta, A. Granular matter [Text] / A. Mehta – Springer Verlag, 1993. – 297 с.
4. Tardos, G. I. A fluid mechanistic approach to slow, frictional flow of powders. [Text] / G. I. Tardos // Powder Technology. – 1992. – Т. 92 – С. 61 – 74
5. Campbell, C. S. Rapid granular flows [Text] / C. S. Campbell // Annual Revue on Fluid Mechanics. – 1990. – Т. 22. – С. 57 – 92
6. Kudrolli, A. Size separation in vibrated granular matter [Текст] / A. Kudrolli // Reports on progress in physics. – 2004. – Т. 67(3). – С. 209 – 247
7. Kafui, K. D. Discrete particle-continuum fluid modeling of gas-solid fluidised beds [Text] / K. D. Kafui, C. Thornton, M. J. Adams // Chemical Engineering Science. – 2002. – Т. 57. – С. 2395 – 2410
8. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа [Текст] / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1973. – 865 с.
9. Белоцерковский, С. М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью [Текст] / С. М. Белоцерковский, М. И. Ништ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
10. Katz, J. Low - speed aerodynamics [Text] / J. Katz, A. Plotkin. – McGraw-Hill, 1991. – 632 с.