

Представлено метод асимптотичного моделювання складних технічних систем, що мають початкові збурення технологічного походження. Він ґрунтується на використанні штучного параметру та мероморфного підсумовування асимптотичних рядів за допомогою двовимірних перетворень Паде. Доведені умови збіжності наблизень та стійкості процедури побудови математичної моделі відносно нових ітерацій. Побудовані моделі тонкостінних оболонок та проведено їх дослідження

Ключові слова: моделювання, асимптотичний ряд, перетворення Паде, технологічні відхилення, тонкостінна оболонка

Представлен метод асимптотического моделирования сложных технических систем, имеющих начальные возмущения технологического происхождения. Он основан на использовании искусственного параметра и мероморфного суммирования асимптотических рядов с помощью двумерных преобразований Паде. Доказаны условия сходимости приближений и устойчивости процедуры построения математической модели относительно новых итераций. Построены модели тонкостенных оболочек и проведено их исследование

Ключевые слова: моделирование, асимптотический ряд, преобразования Паде, технологические отклонения, тонкостенная оболочка

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ

В. И. Олевский

Кандидат технических наук, доцент
Кафедра высшей математики
Украинский государственный химико-технологический университет
пр. Гагарина, 8,
г. Днепропетровск, Украина, 49050
E-mail: volevnew@gmail.com

1. Введение

Развитие промышленности требует создания математических моделей реальных технических систем, отражающих все основные свойства реальных машин и конструкций. В ряде практически важных случаев критичным для достижения приемлемых по точности результатов моделирования является учет отклонений конструкций от идеальных обводов. Проблема надёжности существующих методов расчета работоспособности крупногабаритных оболочечных конструкций заключается в высоких рисках обрушения ответственных объектов, рассчитанных по существующим методикам. Традиционные методы проектирования оборудования базируются на системе идеализирующих моделей. Учет отклонений происходит либо по пути повышения уровня идеализации, либо расчетом «в запас». Крупногабаритные натурные конструкции часто недоступны для прямых исследований, поэтому в большинстве разработок отсутствуют обоснования правомерности переноса результатов моделирования на натурные объекты.

Вместе с тем, в ряде задач отклонения в пределах существующих допусков основных (первичных) параметров или уровня значений вспомогательных (вторичных) параметров, заданных проектной документацией нестрого, оказываются весьма существенными для качества работы оборудования. Это характерно для машиностроительных и строительных конструкций, состоящих из тонкостенных элементов. С такой ситуацией сталкиваются в задачах математического моделирования устойчивости опорных конструкций

из цилиндрических оболочек, когда сравнительно небольшие начальные возмущения формы и граничных условий приводят к значительному снижению критических нагрузок. Эти же вопросы возникают при оптимизации работы горно-обогатительных и металлургических машин, эффективность которых можно существенно повысить без увеличения капитальных затрат. При автоматизации сборки ракетной техники критическими являются отклонения формы обечаек и положения отсеков.

Следовательно, надёжное многофакторное моделирование крупногабаритных натуральных оболочечных конструкций с нелинейно взаимодействующими отклонениями является весьма актуальной проблемой, не решенной до сегодняшнего дня с достаточной точностью для реально обнаруживаемых технологических отклонений.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Проблема описания поведения систем с начальными отклонениями является одной из фундаментальных в математическом моделировании. При этом построение и исследование модели затруднено вследствие сложности разрешающих уравнений и их нелинейности [1, 2]. Моделирование тонкостенных оболочечных конструкций на основе детерминированных моделей в ряде случаев не приводит к приемлемым результатам, что объясняется технологическими особенностями

реальных оболочек. Актуальность ее подтверждается огромным числом работ, ежегодно публикуемым по данной тематике. Провести их квалифицированный обзор в рамках данной статьи не представляется возможным, поскольку требует отдельного исследования. Обзор более 400 работ по этой проблеме содержится в [3, 4]. Основной вывод обзора таков: «Несмотря на обширные исследования в течение многих десятилетий, наши знания о многих проблемах выпучивания оболочек все еще очень ограничены. ... Это ограничение знаний связано с двумя основными трудностями, с которыми сталкиваются в исследованиях выпучивания оболочек ... Во-первых, явления прогиба в оболочках является весьма сложным, описывается нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных, слишком сложными для решения, за исключением нескольких простых случаев... Во-вторых, в отличие от балок и плит, выпучивание оболочек, как правило, чувствительно к малейшим геометрическим дефектам, возникающим в процессе изготовления. Теоретические нагрузки потери устойчивости, полученные в предположении идеальной геометрии, часто сильно преувеличивают реальную прочность оболочки. Поэтому методы проектирования, в основном, опираются на обширные экспериментальные данные, которые доступны только для ограниченного числа случаев».

В современной теории моделирования систем с отклонениями наиболее общим подходом к изучению является теория робастного управления [5]. Робастное управление рассматривает системы с неизвестной или частично неизвестной структурой. Согласно этому подходу рассматривается основная грубая модель устройства, конструкции или процесса M и отклонение от этой модели ΔM . Предполагается, что имеются некоторые параметры управления, изменение которых может привести к коррекции модели $M+\Delta M$ таким образом, чтобы значение ее находилось в пределах заданного допуска $[M_{min}, M_{max}]$. Робастное управление предполагает две стадии – робастный анализ и робастный синтез. В ходе анализа решаются задачи идентификации модели неопределённости и приведения структурной схемы системы “ $M-\Delta M$ ” к стандартному виду, когда все неопределённости структурно отделяются от номинальной схемы системы. Целью робастного синтеза является проектирование контроллера, удовлетворяющего критерию робастности.

Вместе с тем, робастное управление применимо не ко всем системам с начальными отклонениями, поскольку создание контроллера для них зачастую нецелесообразно по ряду причин. В первую очередь это справедливо для систем, границей работоспособности которых является предельное состояние или разрушение конструкции, например, для оболочечных конструкций при потере устойчивости. В этом случае корректировка параметров модели при достижении ею критических значений уже не может исправить положение, а диагностика изменений, предшествующих разрушению, мало информативна. Затруднен а, зачастую, вообще невозможен робастный синтез для крупногабаритных натуральных объектов, наблюдение за параметрами которых требует создания специальных дорогостоящих систем контроля. Это касается

металлургического производства, горных машин, ракетно-космической техники, объектов крупномасштабного строительства. И, наконец, данный метод неприменим к вопросам собираемости или синтеза устройств и конструкций, когда значение модели процесса, а до его окончания параметр качества не существует физически. В этом случае использование контроллера равноценно множественной сборке-разборке, что нецелесообразно. Кроме того, для ряда систем невозможно отделить влияние отклонений от уровня основного процесса и требуется специальный анализ системы.

Наиболее близкое к позиции автора исследование методов моделирования и обоснование использования для этих целей асимптотических методов представлено в [6].

Создание новой техники, как правило, проходит следующим образом. Для решения некоторой производственной или научно-технической задачи создается конструкторское решение, опирающееся на достаточно грубую модель. Параметры конструкции, определяемые моделью, задаются в решении расчетным путем, а остальные – в соответствии с концепцией разработчиков (минимального объема, веса, удобства расположения и т. д.). В дальнейшем будем называть параметры, определяемые моделью, первичными, а конструктивно принятые параметры, отклонения от них и от первичных факторов – вторичными (в частном случае – отклонениями или технологическими несовершенствами).

Технологический процесс изготовления и сборки крупногабаритных конструкций является источником формирования технологических отклонений и состоит из ряда основных стадий: металлургической (плавка и прокат материала), механической (резка, обработка, гибка), слесарной (сварка листов и обечаек, обработка торцов), сборочной и т. д. Выполнение технологического процесса сопровождается транспортными операциями, и, следовательно, внешними воздействиями, не предусмотренными технологическим процессом. Источником нестабильности могут быть также параметры эксплуатации изделия.

Многообразие вторичных факторов свидетельствует о сложности исследуемых объектов и о трудности их описания. Эффективное моделирование для таких объектов требует создания нового метода, позволяющего провести их достоверный численный расчет и прогнозировать техническое состояние.

3. Цель и задачи исследования

Целью настоящей работы является создание метода моделирования технических систем типа тонкостенных оболочек, ориентированного на численный расчёт их параметров при наличии технологических отклонений от форм идеальной конструкции.

Достижение поставленной цели производится путем решения следующих задач:

1. Создание схемы асимптотического метода как последовательности формализованных действий для получения эффективной математической модели технической системы с отклонениями;

2. Доказательство устойчивости коэффициентов моделей при увеличении числа итераций и расчете по разработанной схеме;

3. Исследование и улучшение сходимости асимптотических разложений в математических моделях технических систем типа оболочечных конструкций;

4. Верификация разработанного метода моделирования на различных классах задач;

5. Исследование эффективности применения разработанного метода моделирования технических систем типа крупногабаритных оболочечных конструкций к расчёту устойчивости цилиндрических оболочек.

4. Схема метода и последовательность ее реализации

Проведем редукцию граничной задачи к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка по продольной координате путем разложения в ряд Фурье по окружной координате. Полученная краевая задача относительно неизвестных функций $U_i = u_i(\xi)$ вида

$$\frac{\partial u_i}{\partial \xi} + R_i(\xi, u_i) + N_i(\xi, u_i) = g_i(\xi), \quad \xi \in \Omega, \quad G_i(u_i)|_{\partial\Omega} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \tag{1}$$

решается методом Дородницына путем приведения к нормальной форме и введения искусственного параметра ϵ по схеме вида

$$\frac{\partial u_i}{\partial \xi} = \epsilon(g_i - R_i - N_i), \quad \xi \in \Omega = \Omega_0 + \epsilon\Omega_1, \quad G_i|_{\partial\Omega} = ((G_i)_0 + \epsilon(G_i)_1)|_{\partial\Omega} = 0, \tag{2}$$

где R_i, N_i и g_i – голоморфные функции, а G_i – ограниченная функция.

Производится модификация системы путем разложения всех величин в обобщенные ряды Маклорена вида

$$\begin{aligned} u_i &= \sum_{j=0}^{\infty} u_{ij} \epsilon^j, \\ R_i + N_i &= \sum_{j=1}^n (N_{ij} u_j + 0,5 \sum_{p=1}^n N_{ijp} u_j u_p + \dots), \\ g_i &= \sum_{j=0}^{\infty} g_{ij} \xi^j, \\ G_j &= \sum_{q=1}^n \left(G_{jq} (u_q - u_q|_{\partial\Omega_0}) \right) + \\ &+ 0,5 \sum_{p=1}^n G_{jqp} (u_q - u_q|_{\partial\Omega_0}) (u_p - u_p|_{\partial\Omega_0}) + \dots, \\ N_{ij} &= \sum_{r=0}^{\infty} N_{ij}^r \xi^r, N_{ijp} = \sum_{r=0}^{\infty} N_{ijp}^r \xi^r \dots, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \tag{3}$$

Подстановка разложения искомым функций и использование процедуры возмущения формы границы

с последующим приравниванием компонент с одинаковой степенью ϵ приводит к последовательности рекуррентных линейных предельных граничных задач для канонической области. Это позволяет получить разложение точного решения в ряды Маклорена с окончательными выражениями для коэффициентов при степенях независимой переменной до степени, равной порядку приближения, что гарантирует устойчивость последовательных вычислений. Для $\Omega_1 = (G_i)_1 = 0$ ряд имеет вид

$$\begin{aligned} &+ \xi^2 \left([0,5g_{i1} - 0,5 \sum_{r=1}^n (N_{ir}^1 u_r|_{\partial\Omega} + 0,5 \sum_{p=1}^n N_{irp}^1 u_r u_p|_{\partial\Omega} + \dots)] + \right. \\ &+ \left[- \sum_{r=1}^n (N_{ir}^0 (0,5g_{r0} - 0,5 \sum_{l=1}^n (N_{rl}^0 u_l|_{\partial\Omega} + 0,5 \sum_{q=1}^n N_{rlq}^0 u_l u_q|_{\partial\Omega} + \dots)) + \right. \\ &+ 0,5 \sum_{p=1}^n N_{irp}^0 (u_p|_{\partial\Omega} (0,5g_{r0} - 0,5 \sum_{l=1}^n (N_{rl}^0 u_l|_{\partial\Omega} + 0,5 \sum_{q=1}^n N_{rlq}^0 u_l u_q|_{\partial\Omega})) + \\ &\left. \left. + u_r|_{\partial\Omega} (0,5g_{p0} - 0,5 \sum_{l=1}^n (N_{pl}^0 u_l|_{\partial\Omega} + 0,5 \sum_{q=1}^n N_{plq}^0 u_l u_q|_{\partial\Omega})) \right) \right] + \dots \cdot \tag{4} \end{aligned}$$

Полученные ряды суммируются двумерными аппроксимантами Паде вида

$$u_i = \sum_{j=0}^{m_1} \sum_{k=0}^{n_1} P_{jk}(\eta) \epsilon^j \xi^k / \sum_{j=0}^{m_2} \sum_{k=0}^{n_2} Q_{jk}(\eta) \epsilon^j \xi^k, \quad Q_{00}(\eta) \equiv 1. \tag{5}$$

Критическое значение параметра, соответствующее разрушению, определяется как минимальный действительный ноль знаменателя аппроксиманты. Такая особая точка является предельной и характерна для конструкций с отклонениями.

5. Анализ свойств разработанного метода моделирования

Метод обеспечивает сходимость по параметру ϵ в единичном круге и по ξ в интервале мероморфности [7–9]. Неоднозначность процедуры построения двумерного приближения Паде преодолевается путем использования специальной схемы расчета, которая определяет целочисленное множество индексов членов ряда, используемых для построения приближения с заданной структурой [10]. Предложенная схема гарантирует равномерную сходимость приближения к точному решению в области мероморфности [11, 12].

В [7] показано, что приближение по предлагаемой методу является разложением точного решения в ряд Маклорена и позволяет осуществить его аналитическое продолжение в область мероморфности при помощи аппроксимант Паде. Анализ полученного приближения говорит о том, что оно дает (с точностью до разложения в ряд по искомым функциям) точные выражения для коэффициентов при степенях независимой переменной до степени, равной порядку приближения. Это гарантирует устойчивость вычислений последовательных приближений.

Таким образом, можно выделить главные преимущества метода:

- устойчивость – вычисление точных значений коэффициентов ряда,

- сходимось – мероморфная сходимось к точному решению,
- самоорганизация – вычисление (а не задание) начального и последующих приближений.

6. Верификация метода моделирования

Характерное поведение приближений для сингулярных линейных неоднородных граничных задач вида

$$\begin{aligned} \text{а) } \epsilon \frac{dz}{dx} + z &= 1, \quad z(0) = 0, \\ \text{б) } \epsilon \frac{dz}{dx} + xz &= x, \quad z(0) = 2 \end{aligned} \quad (6)$$

при $\epsilon = 0,1$ и расчете различными методами показано на рис.1, а, б соответственно. Приближение ADM [2] хорошо описывает точное решение только на отрезке, сравнимом с величиной естественного малого параметра. Погрешность решения НРМ [8] существенно меньше, чем ADM, но оно плохо отражает характер точного решения, а именно явление погранслоя вблизи нуля. В то же время, аппроксиманта Паде по независимой переменной по ADM и по предложенному методу дает удовлетворительный количественный и качественный результат на всем рассматриваемом интервале.

Более сложная картина соотношения между различными приближениями возникает при рассмотрении существенно нелинейного неоднородного ОДУ, например, типа общего уравнения Риккати. К уравнению Риккати, не разрешаемому в квадратурах, приводит ряд задач теории оптимального управления, в ряде случаев к ним сводятся нелинейные дифференциальные уравнения Пенлеве [13], успешно используемые сейчас в теории солитонов.

Рассмотрим уравнение, сингулярно возмущенное по естественному малому параметру ϵ в нуле совместно с начальным условием вида

$$\epsilon z' = z^2 + x, \quad z(1) = 1, \quad 0 < \epsilon \ll 1. \quad (7)$$

Общее решение задачи может быть получено только в специальных функциях в виде

$$\begin{aligned} z = -\epsilon \left(\frac{1}{2x} + \frac{\frac{d}{dx} Y_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} x^{\alpha+1} \right) - k \frac{d}{dx} J_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} x^{\alpha+1} \right)}{Y_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} x^{\alpha+1} \right) - a J_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} x^{\alpha+1} \right)} \right), \quad (8) \\ k = \frac{\left(\frac{2+\epsilon}{2\epsilon} Y_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} \right) + \frac{d}{dx} Y_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} \right) \right)}{\left(\frac{2+\epsilon}{2\epsilon} J_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} \right) + \frac{d}{dx} J_\alpha \left(\frac{2}{3\epsilon} \right) \right)}, \quad \alpha = \frac{1}{3}, \end{aligned}$$

где J_α, Y_α – функции Бесселя порядка α соответственно первого и второго рода.

Проведем замену переменной и получим эквивалентную (7) задачу вида

$$\epsilon z' = -z^2 + x - 1, \quad z(0) = 1, \quad 0 < \epsilon \ll 1. \quad (9)$$

В соответствии с предлагаемым методом приближение имеет вид

$$z = 1 - \frac{2x}{\epsilon} + \left(\frac{1}{2\epsilon} + \frac{2}{\epsilon^2} \right) x^2 - \frac{x^3}{3\epsilon^2}. \quad (10)$$

Диагональные аппроксиманты Паде первого порядка имеют вид

$$z_\epsilon = 1 + \frac{3}{2} \frac{x(x-4)^2}{2x^2 + (3\epsilon-12)x - 12\epsilon}, \quad z_x = z_2 = \frac{4\epsilon + (\epsilon-4)x}{4\epsilon + (\epsilon+4)x}. \quad (11)$$

Как видно из приведенных выражений, в существенно нелинейном случае практически все приближения различны. Это происходит из-за быстрого роста порядка исходного ряда, поэтому аппроксиманты Паде по искусственному параметру являются аналогом недиагонального 2-D PAs. Они оценивают решение снизу, что хорошо видно из анализа численных результатов при $\epsilon = 0,2$, представленных на рис. 2.

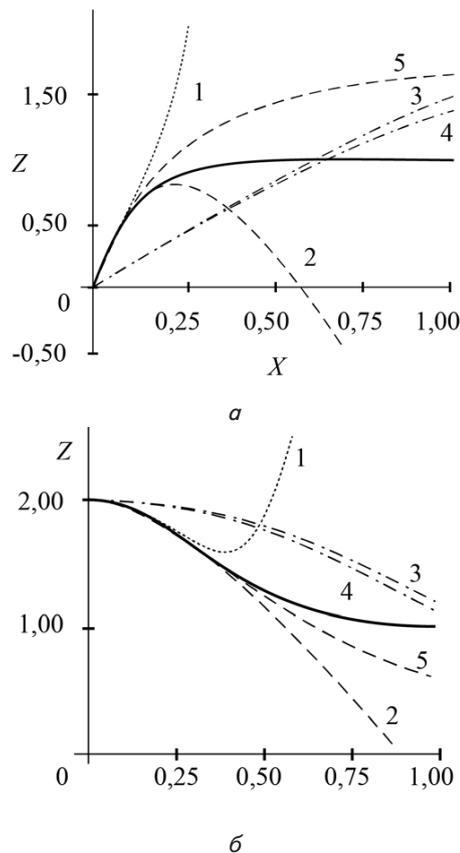


Рис. 1. Поведение решений начальных задач для ОДУ: жирная линия – точное решение, 1 – ADM, 2 – MADM-Padé по ϵ , 3 – НРМ, 4 – МНРМ-Padé по x , 5 – MADM-Padé по x , МНРМ-Padé по ϵ , двумерные PAs по всем методам и одномерные по предлагаемому методу: а – для задачи (6а), б – для задачи (6б)

В целом же поведение приближений соответствует описанию для линейных задач.

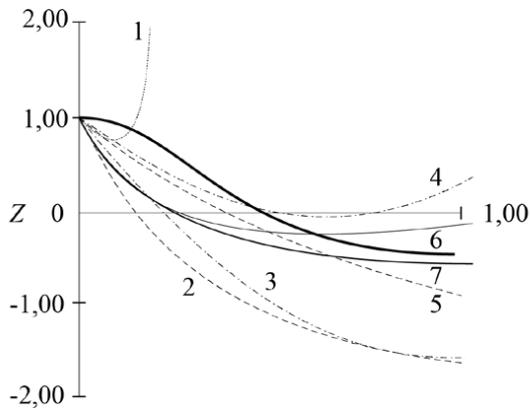


Рис. 2. Поведение решений для уравнения Риккати: 1 – ADM, 2 – MADM-Padé по x , 3 – MADM-Padé по ϵ_1 , 4 – НРМ, 5 – МНРМ-Padé по x , 6 – МНРМ-Padé и PAs по предлагаемому методу по ϵ_1 , 7 – PAs по x и 2-D PAs по предлагаемому методу

Предложенный метод был применен для расчета деформирования и устойчивости длинной гибкой упругой круговой цилиндрической оболочки радиуса R с половинным центральным углом β_0 в случае цилиндрического изгиба под действием равномерного внешнего давления при шарнирном опирании продольных торцов. Соответствующая система разрешающих уравнений в нормальной форме приведена в [14]. Зависимости «безразмерная интенсивность давления P – относительный прогиб w/R » для вершины поперечного сечения оболочки при различных половинных углах и безразмерной гибкости $C=10^{-4}$ приведены на рис. 3, а, а зависимость безразмерной интенсивности предельной нагрузки P_b от величины половинного угла β_0 – на рис. 3, б. Для сравнения на рис. 3, б приведена также зависимость от β_0 критических нагрузок для нерастяжимой оболочки, полученная С. П. Тимошенко [14]. Видно, что зависимости хорошо согласуются, при этом учет продольного деформирования оси существенно влияет на величину критических нагрузок конструкции.

Предложенный метод может быть применен в комбинации с известными асимптотическими методами. Рассмотрим свободные колебания гибкой упругой круговой цилиндрической оболочки радиуса R , толщины h , и длины L , равномерно подкрепленной набором стрингеров, при шарнирном опирании по торцам.

Расчет произведем на основании смешанных динамических уравнений теории оболочек после расщепления их по естественным малым параметрам [15]. Форма радиального прогиба w , удовлетворяющая граничным условиям, задается в виде

$$w = f_1(t) \sin s_1 x_1 \cos s_2 x_2 + f_2(t) \sin^2 s_1 x_1. \quad (12)$$

Здесь f_1, f_2 – временные функции, связанные условием непрерывности перемещений $f_2 = 0,25R^{-1} s_2^2 f_1^2$; $s_1 = \pi m l^{-1}, s_2 = n$ – параметры, характеризующие волнообразование вдоль образующей и направляющей соответственно.

Разрешающие уравнения сводятся методом Бубнова – Галеркина к начальной задаче относительно

$\xi = f_1 / R$ по $t_1 = t \sqrt{\frac{B_1}{\rho R^2}}$ (здесь все обозначения взяты в соответствии с [15])

$$\ddot{\xi} + \alpha \dot{\xi} \left[\left(\dot{\xi} \right)^2 + \xi \ddot{\xi} \right] + A_1 \xi + A_2 \xi^3 + A_3 \xi^5 = 0,$$

$$\left(\dot{\ } \right) \equiv \frac{d(\)}{dt_1}, t_1 = 0: \xi = f_1, \dot{\xi} = 0. \quad (13)$$

Применение к задаче (13) предлагаемого метода продолжения по параметру позволяет получить приближение второго порядка по искусственному параметру для частоты нелинейных колебаний Ω в виде

$$\Omega = \sqrt{\frac{1 + f^2 (A_2 / A_1) + f^4 (A_3 / A_1)}{(1 + \alpha f)}}. \quad (14)$$

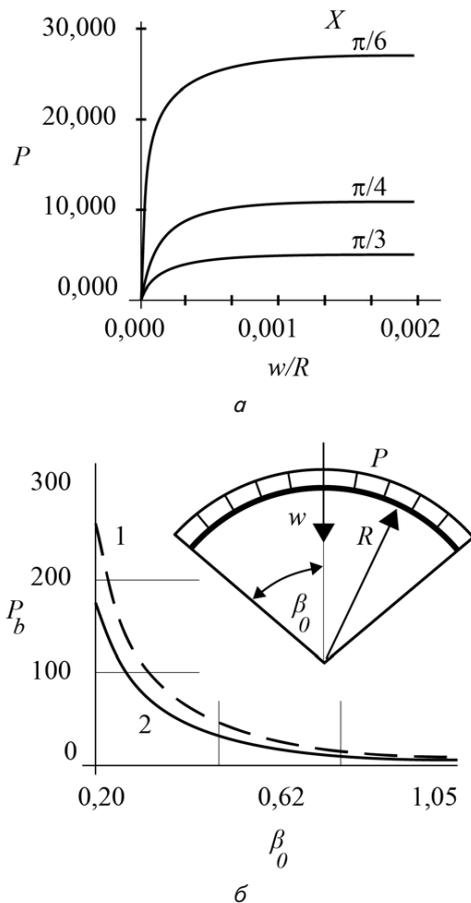


Рис. 3. Расчет оболочки при равномерно распределенной радиальной нагрузке: а – зависимость интенсивности давления P от прогиба w при различных значениях β_0 (величина указана возле кривых); б – зависимость предельных нагрузок P_b от β_0 (1 – данные [14], 2 – расчет)

Видно, что колебания являются неизохронными. Это хорошо согласуется с ранее полученными результатами (рис. 4).

При этом существенно сокращается объем вычислений (в [15] для получения близкого результата потребовалось приближение четвертого порядка).

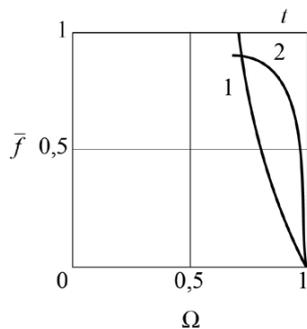


Рис. 4. Зависимость частоты колебаний стрингерной оболочки от амплитуды начального возмущения. 1—по предлагаемому методу, 2— [15]

7. Выводы

В работе предложен новый асимптотический метод моделирования сложных технических систем типа тонкостенных оболочек, ориентированный на численный расчёт их параметров при наличии технологических отклонений от форм идеальной конструкции.

Разработана схема метода как последовательности формализованных действий для получения эффективной математической модели технической системы с отклонениями. Вначале производится редукция граничной задачи для системы уравнений в частных производных к задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений путем разложения всех величин в ряды Фурье. Затем полученная система преобразуется к нормальной форме и производится ее модификация путем разложения всех компонент в многомерные ряды Маклорена по степеням незави-

симой переменной и искомым функциям. В уравнения, граничные условия и форму границы вводятся по специальной схеме искусственный параметр, решения ищется в виде асимптотических рядов по степеням параметра.

Схема обеспечивает получение решения в виде ряда Тейлора по независимой переменной. Доказана устойчивость коэффициентов моделей при увеличении числа итераций и расчете по разработанной схеме и сходимость приближений к точному решению в области его мероморфности.

Показано улучшение сходимости асимптотических разложений в математических моделях технических систем, построенных на основании разработанного метода, за счет обобщенного мероморфного суммирования на основе двумерных преобразования Паде. Выбрана специальная схема преобразований, обеспечивающая их существование, единственность и сходимость к точному решению задачи.

Проведена численная верификация разработанного метода моделирования на классах сингулярных и нелинейных задач. Продемонстрированы преимущества метода, такие как высокая скорость сходимости в области мероморфности точного решения, устойчивость вычисления коэффициентов модели при возрастании числа итераций, вычисление начального приближения и всех последующих исходя из формы системы дифференциальных уравнений.

Построены математические модели устойчивости гладкой тонкостенной цилиндрической оболочки при равномерном внешнем давлении и свободных колебаний стрингерной цилиндрической оболочки.

Предложенный асимптотический метод моделирования может быть использован для решения проблемы надежного прогнозирования состояния тонкостенных оболочек с несовершенствами.

Литература

1. Дородницын, А. А. Применение метода малого параметра к численному решению дифференциальных уравнений [Текст] / А. А. Дородницын. – Соврем. проблемы матем. физики и вычисл. матем. – М.: Наука, 1982. – С. 145–155.
2. Adomian, G. A review of the decomposition method and some recent results for nonlinear equations [Text] / G. Adomian // *Comp. Math. Appl.* – 1989. – Vol. 21. – P. 101–127. doi 10.1016/0898-1221(91)90220-X
3. Teng, J. G. Buckling of thin shells: Recent advances and trends [Text] / J. G. Teng // *Appl. Mech. Rev.* – 1996. – Vol. 49, Issue 4. – P. 263–274.
4. Teng, J. G. Buckling of Thin Metal Shells [Text] / J. G. Teng and , J. M. Rotter. – London and New York: Spon Press, 2006. – 520 p.
5. Соколов, В. Ф. Основы теории робастного управления в I_1 постановке [Текст] / В. Ф. Соколов // *Известия Коми НЦ УрО РАН.* – 2011. – № 7. – С. 13–23.
6. Andrianov, I. V. Asymptotic Approaches in Mechanics: New Parameters and Procedures [Text] / I. V. Andrianov, J. Awrejcewicz, R. G. Barantsev // *Appl. Mech. Rev.* – 2003. – Vol. 56, Issue 1. – P. 87–110. doi:10.1115/1.1521436
7. Андрианов, И. В. Модифицированный метод декомпозиции Адомяна [Текст] / И. В. Андрианов, В. И. Олевский, С. Токажевский // *ПММ.* – 1998. – Т. 62, №2. – С. 334–339.
8. He, J. H. Recent developments of the homotopy perturbation method [Text] / J. H. He // *Top. Meth. Nonlin. Anal.* – 2008. – Vol. 31. – P. 205–209.
9. Андрианов, И. В. Применение метода Паде-аппроксимант для устранения неоднородностей асимптотических разложений [Текст] / И. В. Андрианов // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* – 1984. – № 3. – С. 166–167.
10. Vavilov, V. V. Design of multidimensional Recursive Systems through Padé Type Rational Approximation [Text] / V. V. Vavilov, M. K. Tchobanou, P. M. Tchobanou // *Nonlinear Analysis: Modelling and Control.* – 2002. – Vol. 7, Issue 1. – P. 105–125.
11. Wasov, W. Asymptotic Expansions for Ordinary Differential Equations [Text] / W. Wasov. – New York: John Wiley & Sons, 1965. – 464 p.
12. Chrysos, M. Improvement of convergence of Adomian's method using Pade approximants [Text] / M. Chrysos, F. Sanchez, Y. Cherruault // *Kybernetes.* – 2002. – Vol. 31, Issue 6. – P. 884–895. doi: 10.1108/03684920210432835

13. Орлов, В. Н. Критерий существования подвижных особых точек решений дифференциального уравнения Риккати [Текст] / В. Н. Орлов // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2006. – № 6/1(46). – С. 64–69.
14. Григолоук, Э. И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики деформируемого твердого тела [Текст] / Э. И. Григолоук, В. И. Шалашилин. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 232 с.
15. Andrianov, I. V. Approximate non-linear boundary value problems of reinforced shell dynamics [Text] / I. V. Andrianov, E. G. Kholod, V. I. Olevsky // J. Sound Vibr. – 1996. – Vol. 194, Issue 3. – P. 369 – 387. doi: 10.1006/jsvi.1996.0364

УДК 681.121

ОПТИМИЗАЦИЯ АНАЛОГОВОГО ИНТЕРФЕЙСА ИНФОРМАЦИОННО- ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ДИСТАНЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В. П. Квасников

Доктор технических наук, профессор,
заслуженный метролог Украины*

E-mail: kvp@nau.edu.ua

Д. П. Орнатский

Кандидат технических наук, доцент**

E-mail: ornatskydp@gmail.com

А. И. Осмоловский

Кандидат технических наук, доцент

E-mail: osmo5@ukr.net

*Кафедра компьютеризованных электротехнических систем и технологий***

Кафедра информационно-измерительных систем*

***Национальный авиационный университет
пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, Украина, 03680

Розглядається аналіз похибки узагальненої структури аналогового інтерфейсу з уніфікованим сигналом 4–20 мА. Наведено алгоритми розрахунку (як в квадратичній, так і в лінійній метриці) параметрів фільтра запобігання ефекту накладення спектрів при дискретизації вхідного сигналу, дано обґрунтування вибору частоти дискретизації і розрядності АЦП. Запропонована методика оптимізації аналогових інтерфейсів ІВС для дистанційних вимірювань дозволяє більш якісно підійти до питань врахування похибок аналогових інтерфейсів

Ключові слова: аналоговий інтерфейс, частота дискретизації, співвідношення сигнал/шум, фільтр придушення накладення спектрів

Рассматривается анализ погрешности обобщенной структуры аналогового интерфейса с унифицированным сигналом 4–20 мА. Приведены алгоритмы расчета (как в квадратичной, так и в линейной метрике) параметров фильтра предотвращения эффекта наложения спектров при дискретизации входного сигнала, дано обоснование выбора частоты дискретизации и разрядности АЦП. Предложенная методика оптимизации аналоговых интерфейсов ИИС для дистанционных измерений позволяет более качественно подойти к вопросам учета погрешностей аналоговых интерфейсов

Ключевые слова: аналоговый интерфейс, частота дискретизации, соотношение сигнал/шум, фильтр подавления наложения спектров

1. Введение

Одним из основных показателей, обеспечивающих необходимую точность при дистанционных измерениях (проводная линия связи), является соотношение сигнал/шум на входе АЦП, определяемое

эффективностью подавления помех общего и нормального вида [1]. Следует отметить, что вопросам оптимизации аналоговых интерфейсов в отечественной литературе уделяется недостаточное внимание [2], особенно в связи с современной тенденцией интеллектуализации аналоговых интерфейсов [3], что