

В роботі запропоновано математичне забезпечення для моделювання термомеханічних процесів, напружень і система автоматичної стабілізації теплофізичних явищ при механічній обробці з урахуванням робастних методів управління. Синтез робастної системи забезпечує гарантії необхідної якості оброблюваних поверхонь незалежно від змін параметрів моделі. Робастна система управління має необхідну якість, не дивлячись на невизначеність характеристик об'єкту управління

Ключові слова: управління, робастна система, теплофізичні процеси, механічна обробка, якість поверхневого шару

В работе предлагается математическое обеспечение для моделирования термомеханических полей, напряжений и система автоматической стабилизации теплофизических процессов при механической обработке с учетом робастных методов управления. Синтез робастной системы обеспечивает гарантии необходимого качества обрабатываемых поверхностей независимо от изменений параметров модели. Робастная система управления имеет необходимое качество, несмотря на неопределенность характеристик объекта управления

Ключевые слова: управление, робастная система, теплофизические процессы, механическая обработка, качество поверхностного слоя

РОБАСТНЫЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ДЕТАЛЕЙ

А. В. Усов

Доктор технических наук, профессор,
Лауреат Государственной премии Украины в области науки и техники, заведующий кафедрой
Кафедра высшей математики
и моделирования систем*
E-mail: usov-a-v@mbei.opu.ua

Е. Н. Богданова

Старший преподаватель
Кафедра физики*

*Одесский национальный
политехнический университет
пр. Шевченка, 1, Одесса, Украина, 67044

1. Введение

При проектировании технологического процесса изготовления деталей машин возникает необходимость в создании системы управления качеством рабочих поверхностей изделий, формирование которой зависит от различных явлений, сопровождающих механическую обработку, и которые существенно влияют на их эксплуатационные характеристики [1].

Для этого могут быть использованы робастные методы, основанные на идентификации объектов в условиях неопределенности, методах адаптивного управления, методах стабилизации семейств систем автоматического управления, математическом описании системы. При имитационном моделировании модель ставится в те же условия и подвергается тем же внешним воздействиям, при которых будет работать реальная система [2]. По мере совершенствования процедур синтеза возникает потребность в проведении числовых экспериментов в условиях, наиболее приближенных к реальности [3].

Среди процессов, присущих механической обработке, важное место принадлежит термомеханическим явлениям. Они оказывают существенное влияние на уровень нагрева элементов технологической системы, на контактные явления трущихся пар, на энергозатраты в процессе обработки, на качество поверхностного слоя [4].

Поэтому проведение теплофизического анализа с целью управления термомеханическим состоянием

технологических систем является одним из резервов повышения качества изделий. Однако такой анализ требует знаний физических основ термомеханики, методов аналитического и экспериментального исследования температурных и напряженно-деформированных полей, а также умения производить расчеты оптимального термического режима элементов технологической системы [5].

2. Анализ литературных источников

Качество поверхностного слоя деталей формируется под действием термомеханических явлений, сопровождающих механическую обработку. Исследованию этих процессов при механической обработке и их влиянию на эксплуатационные свойства деталей посвящены исследования Якимова А. В., изложенные в монографии [1]. Влиянию тепловых процессов на энергозатраты посвящена работа [2]. В работе [3] рассматривается робастная устойчивость механических систем с непараметрической неопределенностью. В приведенных работах приводится доминирующая роль термомеханических процессов в формировании свойств поверхностного слоя изготавливаемых деталей, однако отсутствуют сведения по влиянию предшествующих видов обработки на его качество, в частности, изменение их физико-механических характеристик, определяющих их эксплуатационные показатели.

3. Цель и задачи исследования

Целью данной работы являются исследования возможности управления термомеханическими явлениями робастными методами для повышения качества обрабатываемых поверхностей деталей.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать математическую модель стабилизации теплофизических процессов при обработке с учетом робастных методов управления.
2. Провести вычислительный эксперимент на конкретном объекте.
3. Разработать устройство автоматической стабилизации параметров качества обработки.
4. Синтезировать робастную систему, которая обеспечит требуемое качество независимо от погрешностей и изменения параметров модели.

4. Постановка задачи

В настоящей работе предлагается математическое обеспечение для моделирования термомеханических полей и напряжений и система автоматической стабилизации теплофизических процессов при механической обработке с учетом робастных методов управления. Исходную нелинейную задачу теплопроводности методом последовательных приближений сведем к итерационному процессу, где на каждом шаге решается задача, описываемая линейным уравнением параболического типа с нелинейными фазовыми ограничениями [4].

Процесс нагрева поверхностного слоя под действием механической обработки описывается следующими соотношениями [5]:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad x \in (0, l), t \in (0, \infty), \quad (1)$$

$$T(x, 0) = T^0 = \text{const}, \quad x \in [0, l], \quad (2)$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T(l, t)}{\partial x} = \alpha [v(t) - T(l, t)], \quad t \in [0, \bar{t}], \quad 0 < \bar{t} < \infty, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = -\frac{q}{\lambda(T)}, \quad t \in [0, \bar{t}], \quad (4)$$

где T – температура ($^{\circ}\text{C}$); t – время; c – коэффициент теплоемкости; ρ – плотность; λ – коэффициент теплопроводности; l – толщина поверхностного слоя; x – пространственная координата; α – коэффициент теплообмена; $v(t)$ – управление, $v(t) \in V, V = \{v = v(t): v(t) \in L_2 [0, \bar{t}]\}$; q – тепловой поток, поступающий на поверхностный слой.

Кроме того, предположим, что в рамках возможных значений рабочих температур $T \in [T_1, T_2]$ значения функции $\lambda(T)$ определяются выражением:

$$0 < \beta_1 \leq \lambda(T) \leq \beta_2. \quad (5)$$

При указанных условиях система уравнений (1)–(4) при каждом фиксированном $v(t) \in V$ имеет обобщенное решение из пространства $V_2^{1,0}(\Omega_i)$, где $\Omega_i = \{(x, t): x \in (0, l), t \in (0, \bar{t})\}$.

По условию задачи недопустимо, чтобы обрабатываемый слой под действием контактной температуры был нагрет за пределами упругопластической зоны деформации и потерял несущие свойства [6].

Обычно в деталях используются материалы, разрушающиеся при нагреве хрупко, без сколь-нибудь заметных деформаций, или материалы, переходящие под воздействием термонапряжений в пластическое состояние.

Задача термоупругости в квазистатической постановке и в предположении, что α_T – коэффициент линейного расширения, E – модуль упругости не зависят от температуры, решается аналитически. Анализ термонапряжений показывает, что в условиях рассматриваемой задачи растягивающие напряжения наибольших значений достигают на оси, а сжимающие – на поверхности нагреваемой детали. С учетом вышесказанного, ограничения на термонапряжения можно записать в виде:

$$\frac{\alpha_T E}{1 - \psi} \left(-T(0, t) + \frac{1 + 3\Gamma}{l} \int_0^l T(\xi, t) d\xi - \frac{6\Gamma}{l^2} \int_0^l \xi T(\xi, t) d\xi \right) \leq \sigma_1 [T(0, t)], \quad (6)$$

$$\frac{\alpha_T E}{1 - \psi} \left(-T(0, t) + \frac{1 + 3\Gamma}{l} \int_0^l T(\xi, t) d\xi - \frac{6\Gamma}{l^2} \int_0^l \xi T(\xi, t) d\xi \right) \leq \sigma_1 [T(0, t)],$$

$$\frac{\alpha_T E}{1 - \psi} \left(T(l, t) - \frac{1 - 3\Gamma}{l} \int_0^l T(\xi, t) d\xi - \frac{6\Gamma}{l^2} \int_0^l \xi T(\xi, t) d\xi \right) \leq \sigma_2 [T(l, t)],$$

где

$$\sigma_1 [T(0, t)] = \begin{cases} \sigma_b [T(0, t)] & \text{– для хрупких материалов,} \\ \sigma_{0,2} [T(0, t)] & \text{– для пластичных материалов,} \end{cases}$$

$$\sigma_2 [T(l, t)] = \begin{cases} \sigma_c [T(l, t)] & \text{– для хрупких материалов,} \\ \sigma_{0,2} [T(l, t)] & \text{– для пластичных материалов,} \end{cases} \quad (7)$$

ψ – коэффициент Пуассона; $\Gamma \in [0, 1]$ – параметр, характеризующий степень защемления от поворота края обрабатываемого слоя; $\sigma_b(T)$, $\sigma_c(T)$, $\sigma_{0,2}(T)$ – пределы прочности на растяжение, сжатие и предел текучести соответственно.

Кроме выполнения неравенств (6), (7), потребуем выполнения ограничения на максимальную температуру в поверхностном слое. Она не должна превышать, например, температуру структурных превращений T_s в материале поверхностного слоя, т.е.:

$$T(l, t) \leq T_s. \quad (8)$$

Найдем управление $v^{\circ}(t) \in V, t \in [0, t^{\circ}]$, переводящее за минимальное время $t^{\circ}, 0 < t^{\circ} < \bar{t}$, термомеханическое состояние поверхностного слоя, которое описывается системой уравнений (1)–(4) из начального положения (2) в заданное конечное тепловое положение $\bar{T}(x)$ с фиксированной точностью:

$$\int_0^l [T(x, t^{\circ}, v^{\circ}) - \bar{T}(x)]^2 dx \leq \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0,$$

так, чтобы при всех $t \in [\varphi, t^{\circ}], \varphi = \text{const} > 0$, были бы выполнены неравенства (6)–(8).

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом последовательных приближений [6]. В силу принципа максимума [7]:

$$m \leq T(x, t) \leq M,$$

где $M = \min_{t \in [0, \tilde{T}]} \left\{ \min v(t), T^0 \right\}$.

Пусть $T_1 = m, T_2 = M, \lambda_0 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$, (10)

Системе уравнений (1)–(4) поставим в соответствие следующий итерационный процесс:

$$c\rho \frac{\partial T_{k+1}}{\partial t} - \lambda_0 \frac{\partial^2 T_{k+1}}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} [(\lambda(T_k) - \lambda_0) \frac{\partial T_k}{\partial x}], \quad (11)$$

$$T_{k+1}(x, 0) = T^0, \quad x \in (0, l), \quad (12)$$

$$\lambda_0 \frac{\partial T_{k+1}}{\partial x} - \alpha [v(t) - T_{k+1}(x, t)] \Big|_{x=1} = [\lambda_0 - \lambda(T_k)] \frac{\partial T_k}{\partial x} \Big|_{x=1}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_{k+1}}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{q}{\lambda(T_k)}. \quad (14)$$

Решение задачи (1)–(4) будем искать как предел решений задач (11)–(14) в пространстве $W_2^{1,0}(\Omega_1)$.

Так как функция $l(T)$ положительна, удовлетворяет соотношению (5) и имеет ограниченную по T производную на отрезке $[T_1, T_2]$, то при любом фиксированном управлении $v(t) \in V$ решения T_{k+1} системы уравнений (11)–(14) сходятся при $k \rightarrow \infty$ к решению системы (1)–(4).

Для удобства последующих выкладок запишем систему уравнений (11)–(14) и ограничения (6), (7) в безразмерных единицах:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\lambda_0}{c\rho}, \quad u = \alpha_T(v - T^0), \quad u^- = \alpha_T(v^- - T^0), \\ u^+ &= \alpha_T(v^+ - T^0), \\ r &= \frac{x}{l}, \quad \theta = \alpha_T(T - T^0), \quad \tau = \frac{a_0 t}{l^2}, \quad \sigma_1^* = \frac{(1-\psi)\sigma_1}{E}, \\ \sigma_2^* &= \frac{(1-\psi)\sigma_2}{E}, \quad \theta_g = \alpha_T(T_{cn} - T^0), \quad \tilde{T} = \frac{a_0 \tilde{t}}{l^2}, \quad B_i = \frac{\alpha l}{\lambda_0}, \\ \tilde{\theta} &= \alpha_T(\tilde{T} - T^0), \quad \frac{q}{\lambda_0} = q^*. \end{aligned} \quad (15)$$

Исходная задача (11)–(14) с учетом безразмерных переменных (15) примет вид [8]:

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\frac{\lambda \theta_{k-1}}{\lambda_0} - 1 \right) \frac{\partial \theta_{k-1}}{\partial r} \right], \quad r \in (0, 1), \quad \tau \in (0, \tilde{T}), \quad (16)$$

$$\theta_k(r, 0) = 0, \quad r \in [0, 1], \quad (17)$$

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial \tau} \Big|_{r=1} = B_k [u(\tau) - \theta(1, \tau)] + \frac{\lambda_0 - \lambda \theta_{k-1}}{\lambda_0} \frac{\partial \theta_{k-1}}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial \tau} \Big|_{r=0} = q^*, \quad (19)$$

$$-\theta_k(0, \tau) + (1 + 3\Gamma) \int_0^1 \theta_k(\xi, \tau) d\xi + 6\Gamma \int_0^1 \xi \theta_k(\xi, \tau) d\xi \leq \sigma_1^* [\theta_k(0, \tau)], \quad (20)$$

$$\theta_k(1, \tau) - (1 - 3\Gamma) \int_0^1 \theta_k(\xi, \tau) d\xi - 6\Gamma \int_0^1 \xi \theta_k(\xi, \tau) d\xi \leq \sigma_2^* [\theta_k(1, \tau)]. \quad (21)$$

Ограничения на максимальную температуру соответственно будут иметь вид:

$$\theta_k(1, \tau) \leq \theta_s. \quad (22)$$

Воспользовавшись конечным интегральным преобразованием Фурье [9]:

$$\theta_k(\mu, \tau) = \int_0^1 \theta(r, \tau) \cos(\mu r) dr,$$

запишем решение системы уравнений (16)–(19) в виде ряда:

$$\theta_k(r, \tau, u) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n X_n^{(k)}(u, \tau) \cos(\mu_n r), \quad (23)$$

где

$$D_n = \frac{2B_i}{(\mu_n^2 + B_i^2 + B_i) \cos(\mu_n)},$$

$$\mu_n \geq 0 \text{ – корни уравнения } B_i \cos(\mu_n) = \mu_n \sin(\mu_n).$$

$X_n^{(k)}(u, \tau), n = 1, 2, \dots$ – компоненты вектора решений бесконечной системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dX_n^{(k)}}{d\tau} = -\mu_n^2 X_n^{(k)} + \mu_n^2 (u + I_n^{(k-1)}), \quad X_n^{(k)}(0) = 0, \quad (24)$$

$$I_n^{(k-1)} = \int_0^1 \left(\frac{\lambda \theta_{k-1}}{\lambda_0} - 1 \right) \frac{\partial \theta_{k-1}}{\partial r} \frac{\sin(\mu_n r)}{\sin(\mu_n)} dr. \quad (25)$$

Неравенства (20), (21) примут вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_{in} X_n^{(k)} - e_i \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (26)$$

где

$$C_{3n} = F_n = \frac{2B_i}{\mu_n^2 + B_i^2 + B_i},$$

$$C_{2n} = F_n \left(1 - \frac{6\Gamma}{\mu_n^2} - \frac{(1+3\Gamma)B_i}{\mu_n^2} + \frac{6\Gamma}{\mu_n^2 \cos(\mu_n)} \right).$$

$$C_{1n} = F_n \left(\frac{(1-3\Gamma)B_i - 6\Gamma}{\mu_n^2} - \frac{1}{\cos(\mu_n)} \left(1 - \frac{6\Gamma}{\mu_n^2} \right) \right), \quad \Gamma \in [0, 1], \quad (27)$$

$$e_1 = \sigma_1 \sum_{n=1}^{\infty} D_n X_n^{(k)}, \quad e_2 = \sigma_2 \sum_{n=1}^{\infty} D_n X_n^{(k)} \cos(\mu_n), \quad e_3 = \theta_s.$$

Система функций $\{\cos(\mu_n r)\}$ ортогональна и полна в пространстве $L_2[0, 1]$. Поэтому при всех $r \in [0, 1]$ для функции $\tilde{\theta}(r)$ справедливо разложение:

$$\tilde{\theta}(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\cos(\mu_n^r)\|^2} g_n \cos(\mu_n^r), \quad (28)$$

где $g_n = \int_0^1 \tilde{\theta}(\tau) \cos(\mu_n^r) d\tau$. Сформулируем конечномерную

задачу оптимального управления. Для этого ограничимся в соотношениях (23), (25), (26) первыми N членами и получим:

$$\frac{dx^N}{d\tau} = -A^N(X^N - I^N) + B^N u, \quad X^N(0) = 0_{RN}, \quad (29)$$

$$C^N X^N \leq E(x^N), \quad (30)$$

где

$$(X^N - I^N) = (X_1^{(s)} - I_1^{(s-1)}, \dots, X_N^{(s)} - I_N^{(s-1)})$$

– N -мерная вектор-функция; $A^N = \text{diag}(\mu_1^2, \dots, \mu_N^2)$ – диагональная матрица $N \times N$; $B^N = (\mu_1^2, \dots, \mu_N^2)^T$, C^N – матрица $3 \times N$ с элементами C_{in} , $i=1, 2, 3$; $n=1, N$; $E = (e_1(X^N), e_2(X^N), e_3(X^N))^T$. Таким образом, можно перейти к следующей конечномерной задаче.

Найти управление $u^N \in V_u$, переводящее систему (29) за минимальное время $\tau^N \in (0, \tilde{T})$ из положения

$$0_{RN} \text{ в множество } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\cos(\mu_n^r)\|^2} (X_n^k \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n} - g_n)^2 \leq \varepsilon, \quad (30)$$

при выполнении для всех $\tau^N \in [0, \tau^N]$ ограничений. В работе [6] приведен алгоритм, позволяющий решать аналогичные задачи независимо от размерности N .

Выпишем условия, при которых конечномерные приближения сходятся по функционалу быстродействия. Будем рассматривать наиболее важный с практической точки зрения случай, когда поверхностный слой не подвергается изгибу, т. е. случай $\Gamma=0$.

Тогда задача оптимального нелинейного нагрева феррокерамических изделий с ограничениями на термонапряжения и на наибольшую температуру сводится к решению системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений [10]:

$$\frac{dx}{d\tau} = A(\tau)x + B(\tau)u + D(\tau), \quad \tau \in [0, T], \quad x(0) = x_0 \neq 0_{RN}, \quad (31)$$

с ограничениями на фазовые переменные и управление [9]:

$$F_i(x, u, \tau) \leq 0, \quad i=1, s, \quad (32)$$

где $x = x(\tau) = (x_1(\tau), \dots, x_N(\tau))$ – N -мерный вектор $A(\tau), B(\tau), D(\tau)$ – известные матрицы размерности соответственно $(N \times N), (N \times 1), (N \times 1)$ с кусочно-непрерывными коэффициентами $u = u(\tau) \in U$ – управление, $U = \{u(\tau) = (u_1(\tau), \dots, u_m(\tau))\} \in L_2^m[0, T]$.

Функции $F_i(x, u, \tau)$, $i=1, s$ – кусочно-непрерывны по τ , выпуклы по совокупности переменных (x, u) и имеют по этим переменным производные, удовлетворяющие условию Липшица по (x, u) .

Искомое управление $u^*(\tau) \in U$, переводит систему (31) из положения x_0 в положение 0_{RN} за минимальное время $\tau^* \in (0, T]$ так, что при всех $\tau \in [0, \tau^*]$ выполнялись бы неравенства (32).

Согласно алгоритму [7] строим последовательные оценки снизу времени быстродействия $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_k \leq \tau^*$. В качестве нормали на шаге k рекомендуется брать [10] антиградиент функционала $\rho(p, \tau_k)$, характеризующий расстояние от точки θ_s до множества $S(\tau_k)$:

$$\rho(p, \tau_k) = \sum_{i=1}^s \int_0^{\tau_k} g_i(x(u, t), u(t), v_i(t), \tau_k) dt + \frac{1}{2} (x(u, \tau_k), x(u, \tau_k)). \quad (33)$$

Если $\tau_k < \tau^*$, то направление нормали определяется по формуле:

$$l_k = (-1_{L_2[0, T]} - \tilde{x}(\tau_k)) \quad (34)$$

где \tilde{x} находится из решения задачи

$$P(\tilde{p}, \tau_k) = \inf\{\rho(p, \tau_k) : p \in S(\tau_k)\}.$$

Минимизация функционала (33) обеспечивается, если на k – итерации в конечный момент времени τ_k^* выполняются неравенства:

$$\begin{aligned} \frac{\|x(u, \tau_k^*)\|}{\|x_0\|} &\leq \varepsilon_1, \quad \theta_k = \theta(u_k, \tau_k) = \\ &= \sum_{i=1}^3 \int_0^{\tau_k^*} [\max\{F_i(x(u_k, t), u_k, t), 0\}]^2 dt < 0, 1 \varepsilon \tilde{\sigma} = \varepsilon_2, \end{aligned} \quad (35)$$

где $\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{\theta} + \tilde{\sigma}_p + \tilde{\sigma}_c}{3}$ – среднее значение величин $\tilde{\theta}, \tilde{\sigma}_p, \tilde{\sigma}_c$.

В работе [10] доказано, что реализация приведенного алгоритма обеспечивает существование $\lim_{k \rightarrow \infty} \tau_k = \tau^*$, при любых $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, зависящих от номера $k(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ таких, что при $k > k(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ $\|x(u_k, \tau_k)\|_{RN} < \varepsilon_1$, $\sum_{i=1}^s \int_0^{\tau_k} [\max\{F_i(x(u_k, t), u_k, t), 0\}] dt < \varepsilon_2$, $u^*(\tau) = \lim\{u_k(\tau)\}$ оптимального управления.

5. Результаты вычислительного эксперимента

Предложенный подход к решению нелинейных задач теплопроводности с фазовыми ограничениями был апробирован на следующей задаче: нагреть магний-цинковый феррит марки 7М62 толщиной $2l=0,01$ м с начальной температурой 20°C до конечной (постоянной по сечению) температуры 900°C за минимальное время с учетом ограничений на термонапряжения σ_i и температуру $T_{сн}$, которая не должна превышать 900°C . Температура греющей среды (градиент температуры) менялась в диапазоне $[400^\circ\text{C}, 1000^\circ\text{C}]$. Зависимость предела прочности от температуры [8] представлена в табл. 1.

Таблица 1

Изменение прочности магний цинкового феррита в зависимости от температуры

Температура, °C		20	400	600	800	1000
Предел прочности, МПа	σ_c	1015	960	805	660	585
	σ_p	710	700	600	400	195

После перехода к безразмерным величинам зависимости $\sigma_c(\theta)$ и $\sigma_p(\theta)$ аппроксимировались с использованием метода наименьших квадратов нелинейными соотношениями вида $\sigma(\theta) = ae^{k\theta} + b$.

Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры приведены в табл. 2 [8].

Таблица 2

Изменение коэффициента теплопроводности магний цинкового феррита от температуры

Температура, °С	20	200	400	600	800	900	1000	1100
λ (Т°), Вт/(т·°С)	32	38	40,5	41,3	43	45	46,5	47,5

В безразмерном виде экспериментальная зависимость $\lambda(T)$ аппроксимировалась линейной функцией $\lambda(\theta) = k\theta + d$.

На каждом шаге итерационного процесса линейризованная задача решалась для $N=6$. Выбор такой размерности конечномерной системы объясняется тем, что для меньших N медленно сходящиеся ряды в термоограничениях не позволяют получить хорошее приближение к точному решению линейризованной задачи $\lambda(T) = \text{const}$. Результаты вычислительного эксперимента, приведенные в [13] для аналогичной линейной задачи с линейными фазовыми ограничениями показывают, что при $N=3$ время быстрогодействия составляет 3,0 мин., при $N=5$ 4,0 – мин., а при $N=6$ – 4,5 мин. При дальнейшем увеличении N рост времени быстрогодействия незначителен.

Всего потребовалось 6 итераций, чтобы получить заданную точность. На рис.1 приведены графики зависимостей от времени оптимального управления, температур поверхности и центра образца после шестой итерации. Время быстрогодействия составило 4,0 мин., оптимальное управление имеет 25 переключений. На рис. 2, 3 приведены соответственно графики зависимости пределов прочности на сжатие и растяжение, а также сжимающих и растягивающих термонапряжений от времени при оптимальном режиме нагрева. Как видно из рис. 2, скорость нагрева ограничивают не только растягивающие, но и сжимающие термонапряжения. Традиционно же учитывались только растягивающие термонапряжения [10] и ограничения на температуру поверхности.

Предложенный подход решения задачи оптимального нелинейного нагрева с ограничениями на термонапряжения и наибольшую температуру можно использовать для управления термомеханическими процессами при спекании феррокерамических изделий и их термомеханической обработке.

Состав феррита, режим термомеханической обработки являются определяющими в получении изделий с требуемыми характеристиками к которым в первую очередь относятся прочностные свойства и магнитная проницаемость.

Поэтому для реализации технологического процесса изготовления деталей из феррокерамики с обеспечением необходимых свойств, предлагается следующий алгоритм оптимального управления термомеханическими процессами на операциях спекания и термомеханической обработки (рис. 4).

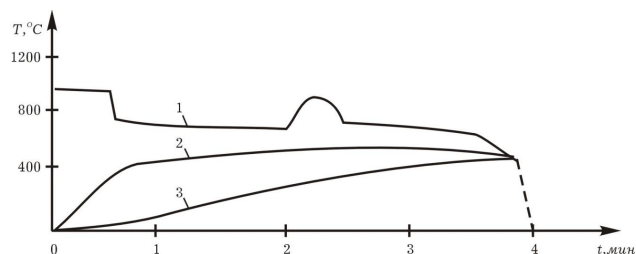


Рис. 1. Графики зависимостей от времени оптимального управления (1), температур поверхности (2) и центра (3) после шестой итерации

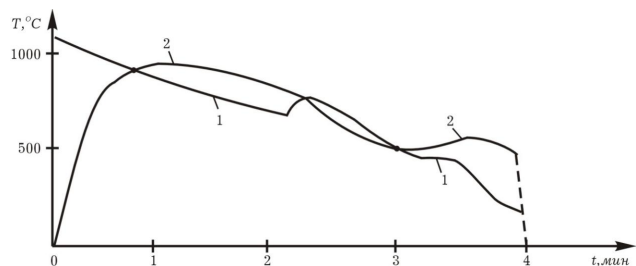


Рис. 2. Графики зависимостей пределов прочности на сжатие (1) и растяжение (2) от времени при оптимальном режиме нагрева

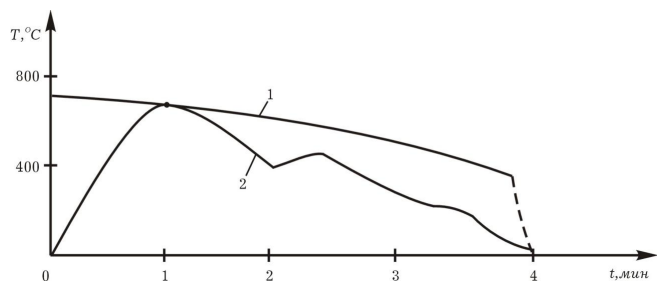


Рис. 3. Графики зависимостей сжимающих (1) и растягивающих (2) термонапряжений от времени при оптимальном режиме нагрева

Для оптимизации управления технологической системой необходимо в ограничительную часть внести критерии качества обрабатываемых поверхностей при максимальных показателях механической обработки [11].

Известны автоматические устройства, стабилизирующие силы резания. Они снабжены датчиками мощности, логическим блоком выбора исполнительных органов, органами сравнения и задающими устройствами.

Недостатком этих устройств является отсутствие программного обеспечения и то, что управление осуществляется без оптимизации управляющих параметров, гарантирующих стабильное сохранение качественных характеристик обрабатываемых изделий.

Реализация представленного алгоритма возможна устройством автоматической стабилизации параметров качества механической обработки, принципиальная схема которого приведена на рис. 4.

Устройство, управляющее технологической системой 1, содержит датчики 2 контактных температур в зоне обработки и сил резания 3, промежуточные усилители 4–6, интегрирующий блок 7, дифференцирующие блоки 8 и 9, орган сравнения 10, задающее устрой-

ство 11, блок 12 закона управления, логические блоки 13 и 14 выбора параметра управления и исполнительных органов, арифметические блоки 15 и 16 контроля текущего значения глубины прижога в зависимости от времени теплового воздействия и текущих значений термомеханических составляющих T_k и $\sigma_{1,2}$, а также исполнительные органы 17–19.

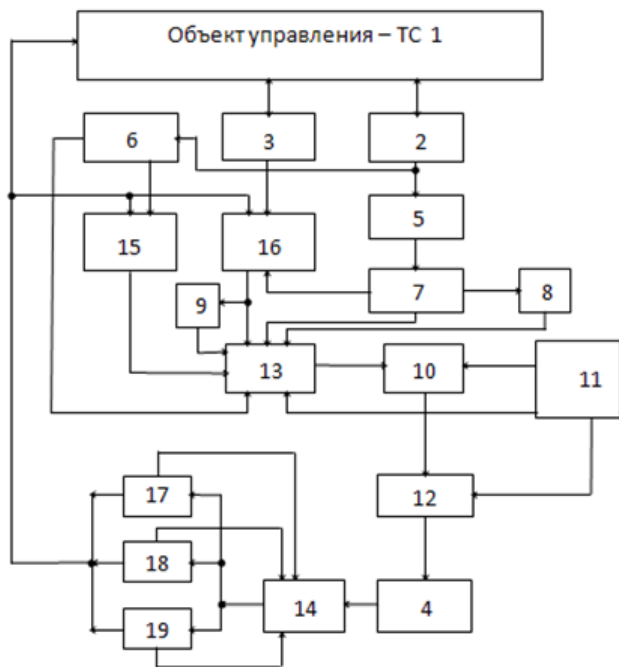


Рис. 4. Устройство автоматической стабилизации параметров качества механической обработки

При управлении процессом механической обработки по контактной температуре T_k и термомеханическим напряжениям $\sigma_{1,2}$ текущие значения T_k в зоне обработки, поступающие с выхода датчика 2 на вход интегрирующего блока 7, который производит интегрирование дискретных значений T_k , формируя на выходе непрерывный сигнал, усиливаются вспомогательными усилителями 4,5 и 6. После усиления сигналы поступают на вход арифметических блоков 15 и 16. В этих блоках определяются текущие значения $\sigma_{1,2}$ в зависимости от температур T_k , сил резания и времени теплового воздействия их на обрабатываемую поверхность, которое подается на входы логического блока 13, выбора параметра управления, осуществляющего выбор управляемого параметра – T_k или термомеханические напряжения $\sigma_{1,2}$ и дифференцирующего на выходе сигнал, соответствующий первой или второй производной по времени сигнала с выхода блока 16, позволяющий вести управление и прогнозирование. После соответствующей обработки сигналы с выхода блока 13 сравниваются органом сравнения 10 с заданными значениями из устройства 11. Сигналы рассогласования поступают на вход блока 12 закона управления контактной температурой T_k от управляющих параметров, а с его выхода через промежуточный усилитель 4 мощности – на логический блок 14 выбора исполнительных органов, который осуществляет выбор исполнительных органов 17, 18 и 19 механообрабатывающего оборудования.

Анализ и синтез системы управления осуществляется более эффективно, если этот процесс сопровождается имитационным моделированием.

Методы синтеза систем управления, рассмотренные в [4], предполагали, что модели объекта и регулятора известны, и они имеют постоянные параметры. Однако модель реальной физической системы всегда будет неточной по следующим причинам:

- изменение параметров в силу тех или иных обстоятельств;
- динамические свойства, не учтенные в модели;
- неучтенное запаздывание по времени;
- изменение положения рабочей точки (положения равновесия);
- шум датчика;
- непредсказуемые внешние возмущения.

Целью синтеза робастной системы является гарантия требуемого качества независимо от погрешностей и изменения параметров модели. Робастная система управления обладает требуемым качеством, несмотря на существенную неопределенность характеристик объекта управления.

Структура системы, включающая потенциальные неопределенности, должна учитывать шум датчика $N(s)$, непредсказуемое возмущение $D(s)$ и объект управления $G(s)$ с неучтенной динамикой или параметрами, подверженными изменению. Все эти факторы могут быть весьма значительными, поэтому проблема заключается в том, чтобы синтезируемая система сохраняла желаемое качество.

При малых изменениях параметров в качестве меры робастности можно использовать дифференциальные чувствительности, о которых идет речь в [10] (чувствительность системы, чувствительность корней).

Чувствительность системы определяется как

$$S_{\alpha}^T = \frac{\delta T / T}{\delta \alpha / \alpha}, \tag{36}$$

где α – параметр, а T – передаточная функция системы. Чувствительность корней определяется как

$$S_{\alpha}^r = \frac{\delta r_i}{\delta \alpha / \alpha}, \tag{37}$$

Для системы n -го порядка ранее было показано, что, если нули функции $T(s)$ не зависят от параметра α , то

$$S_{\alpha}^T = \sum_{i=1}^r S_{\alpha}^{r_i} \frac{1}{(s+r_i)}. \tag{38}$$

Например, если в замкнутой системе есть варьируемый параметр, то $T(s)=1/[s+(\alpha+1)]$ или

$$S_{\alpha}^T = \frac{\alpha}{s+\alpha+1}. \tag{39}$$

Кроме того, корень $r_1 = +(\alpha+1)$ и

$$S_{\alpha}^{r_1} = -\alpha. \tag{40}$$

Следовательно,

$$S_{\alpha}^T = S_{\alpha}^{r_1} \cdot \frac{1}{(s+\alpha+1)}. \tag{41}$$

Исследуем чувствительность системы второго порядка. Замкнутая система имеет передаточную функцию

$$S_{\alpha}^T = \frac{1}{1+GH(s)} = \frac{s(s+1)}{s^2+s+K}. \quad (42)$$

Согласно выражению (42) чувствительность системы к параметру K равна

$$S_{\alpha}^T = \frac{1}{1+GH(s)} = \frac{s(s+1)}{s^2+s+K}. \quad (43)$$

Полученные результаты можно представить в виде асимптот диаграммы Боде для $20 \lg |T(j\omega)|$ и $20 \lg |S(j\omega)|$ при $K=1/4$, что соответствует критическому затуханию [4]. Заметим, что на низких частотах чувствительность является малой, тогда как передаточная функция соответствует полному пропусканию этих частот. Интересно также, что в данном случае $T(s)=1-S(s)$.

Разумеется, чувствительность S характеризует робастность системы только при малых изменениях коэффициента K [12]. Если изменить K от $1/4$ до $K=1/16$ в одну сторону и до $K=1$ в другую, то получим переходные характеристики. Поэтому если ожидать, что коэффициент K будет изменяться в широком диапазоне, то очевидно, такую систему нельзя считать робастной. Робастная система должна обладать реакцией на выбранный входной сигнал, достаточно близкой к той, которая соответствует номинальному значению параметра [11].

5. Выводы

1. Разработана математическая модель оптимизации физико-механических характеристик изделий теплофизических процессов при обработке с учетом робастных методов управления.

2. Проведен вычислительный эксперимент для задачи оптимального нелинейного нагрева на конкретном объекте феррокерамических изделий с ограничениями на термонапряжения и на наибольшую температуру

3. Разработано устройство автоматической стабилизации параметров качества обработки, робастность которого характеризуется чувствительностью системы к факторам, которые не учитывались на этапах анализа параметров системы.

4. Наличие функциональных связей между параметрами технологической системы и теплофизическими процессами при механической обработке позволяет осуществлять проектирование системы управления качественными характеристиками обрабатываемых поверхностей деталей машин, используя робастные методы, основанные на идентификации объектов в условиях неопределенности, методах адаптивного управления, методах стабилизации семейств систем автоматического управления.

Литература

1. Якимов, А. В. Теплофизика механической обработки [Текст] / А. В. Якимов, П. Т. Слободяник, А. В. Усов. – К.; Одесса: Лыбидь, 1991. – 240 с.
2. Мазур, Н. П. Моделирование тепловых явлений процесса резания инструментом с покрытием методом конечных элементов [Текст] / Н. П. Мазур, А. С. Гаюр, Ю. Бень // Современные технологии в машиностроении. Сб. науч. тр. НТУ «ХПИ». – 2014. – Вып. 9. – С. 183–190.
3. Bhattacharyy, S. P. Robust control: the parametric approach [Text] / S. P. Bhattacharyy // Recent Advances in Robust Control. – N.Y.; IEEE Press, 1990. – P. 17–22.
4. Дорф, Р. Современные системы управления [Текст] / Р. Дорф. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. – 832 с.
5. Петраков, Ю. В. Теория автоматического управления в металлургии [Текст] / Ю. В. Петраков. – К.: ИСМН, 1998. – 218 с.
6. Усов, А. В. Введение в методы оптимизации и теорию технических систем [Текст] / А. В. Усов, Г. А. Оборский, Ю. А. Морозов. – Одесса: Астропринт, 2005. – 496 с.
7. Усов, А. В. Моделирование систем с распределенными параметрами [Текст] / А. В. Усов, А. Н. Дубров, Д. В. Дмитришин. – Одесса: Астропринт, 2002. – 664 с.
8. Попов, Г. Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений [Текст] / Г. Я. Попов. – М.; Наука, 1982. – 344 с.
9. Усов, А. В. Повышение эффективности процесса бездефектного шлифования материалов и сплавов, предрасположенных к трещинообразованию [Текст]: дис. ... д-р тех. наук / А. В. Усов. – К.; 1991. – 324 с.
10. Смирнов, Е. Я. Управление движением механических систем [Текст] / Е. Я. Смирнов, А. В. Юрков. – Л.; 1988. – 81 с.
11. Маталин, А. А. Точность механической обработки и проектирование технологических процессов [Текст] / А. А. Маталин. – Л.; Машиностроение, 1985. – 320 с.
12. Справочник по теории автоматического управления [Текст] / под ред А. А. Красовского. – М.; Наука, 1987. – 712 с.