

*Досліджено причини низької ефективності основних моделей складської логістики. Проаналізовано побудову моделі управління запасами без дефіциту. Побудовані уточнені математичні моделі для інформаційної системи логістики підприємства. Розроблений алгоритм визначення оптимальної кількості транспортних засобів для доставки партії продукції. Визначені умови застосування моделі з вартістю замовлення, що залежить від об'єму партії*

*Ключові слова: інформаційна система, логістичні процеси, математичні моделі управління запасами, оптимізація, затрати*

*Исследованы причины низкой эффективности основных моделей складской логистики. Проанализировано построение моделей управления запасами без дефицита. Построены уточненные математические модели для информационной системы логистики предприятия. Разработан алгоритм определения оптимального количества транспортных средств для доставки партии продукции. Определены условия применения модели со стоимостью заказа, зависящего от объема партии*

*Ключевые слова: информационная система, логистические процессы, математические модели управления запасами, оптимизация, затраты*

# РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЗАПАСОВ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ЛОГИСТИКИ ПРЕДПРИЯТИЯ

**А. П. Слесаренко**

Доктор физико-математических наук, профессор,  
ведущий научный сотрудник  
Отдел моделирования и  
идентификации тепловых процессов  
Институт проблем машиностроения  
им. А. Н. Подгорного НАН Украины  
ул. Д. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046

**А. В. Несторенко**

Кандидат экономических наук, доцент  
Кафедра экономики предприятия и  
экономической теории  
Бердянский государственный  
педагогический университет  
ул. Шмидта, 4, г. Бердянск, Украина, 71118  
E-mail: anestorenko@mail.ru

## 1. Введение

Логистические процессы предприятия имеют сложную структуру, нелинейную взаимосвязь, влияние множества факторов. Для их описания требуется значительное количество параметров и большой массив информации. Поэтому для эффективной логистики требуется создание эффективной информационной системы, основанной на принятии оптимальных управленческих решений при различной степени информированности. Для этого используются различные интуитивные и формализованные методы принятия решений. Одним из основных теоретических методов считается математическое моделирование, результатом которого являются оптимизационные модели управления запасами [1], которые применяются в логистике [2] и бизнес-администрировании [3] с использованием информационных технологий их поддержки [4]. На практике они используются достаточно редко в связи с их низкой адекватностью реальным логистическим процессам [5, 6].

Следовательно, построение математических моделей управления запасами с высокой степенью адекватности является актуальной проблемой при создании эффективной информационной системы логистики предприятия.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В 1934 году Р. Вильсон определил связь между материальными и финансовыми потоками складской логистики, в результате чего и была создана оптимизационная математическая модель управления запасами без дефицита или модель EOQ (англ. the basic economic order quantity model) [7]. За прошедшее время на основе модели Вильсона был создан комплекс моделей управления запасами для различных вариантов функционирования логистических процессов. По оценке Д. Тектова на 2003 год, «собрано 336 моделей на предмет их классификации» [8]. Но, по мнению А. Стерлиговой, «можно утверждать, что рассматриваемый инструментарий (в т.ч. все модификации формулы Вильсона) имеет негативную репутацию среди специалистов. Его считают чисто теоретическим, неприемлемым для практики» [6]. Одним из основных обстоятельств такого отношения к моделям управления запасами А. Стерлигова считает тот факт, что «результат расчета имеет существенное отклонение от принятых на практике партий заказов» [6]. Трудностями получения информации, заменой значений параметров их прогнозными и оценочными величинами объяснить

эту проблему, в полной мере, не представляется возможным. Следовательно, необходимо определить и устранить причины низкой адекватности математических моделей управления запасами. Для решения этой проблемы ряд авторов предлагает модифицированные модели EOQ «с учетом дополнительно вводимых факторов, что максимально приближает их к практическому применению в бизнесе» [9], например, модель с учетом изменения расходов на поставку, модель с учетом неравномерного времени выполнения заказа и спроса на материал [10], модель с НДС [11] и др. Некоторые исследователи видят эту причину в различной интерпретации параметров логистического процесса [12], т. е. существуют различные подходы к формированию затрат на доставку и хранение продукции [13]. Также существует мнение, что модель Вильсона необходимо видоизменять с учетом специфики различных отраслей народного хозяйства [14, 15].

### 3. Цель и задачи исследования

Целью работы является повышение адекватности математических моделей управления запасами для увеличения эффективности информационной системы логистики предприятия.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить причины низкой адекватности математических моделей управления запасами;
- устранить эти причины и построить новые математические модели управления запасами;
- определить условия применения этих моделей на практике.

### 4. Анализ построения модели EOQ

Основной экономико-математической моделью в управлении запасами является модель EOQ, которая характеризуется следующими допущениями:

- интенсивность потребления является априорно известной и постоянной величиной;
- заказ доставляется со склада, на котором хранится ранее произведенный товар;
- время поставки заказа является известной и постоянной величиной;
- каждый заказ поставляется в виде одной партии;
- затраты на осуществление заказа не зависят от размера заказа;
- затраты на хранение запаса пропорциональны его размеру;
- отсутствие запаса (дефицит) является недопустимым;
- сумма денег, необходимая для закупки и доставки партии продукции, есть в наличии и «работает» ( $r > 0$ ,  $r$  – процентная ставка в день).

Введем следующую систему обозначений:

$T$  – горизонт планирования (дн.);

$D$  – спрос за период (ед./);

$c_s$  – стоимость подачи одного заказа (€);

$c_1$  – стоимость хранения единицы товара за период (€/ед.);

$t_s$  – время между выполнениями заказов (дн.);

$\mu$  – ежедневный спрос (ед./дн.);

$p$  – закупочная цена (€/ед.);

$r$  – процентная ставка в день;

$q$  – объем заказа (ед.);

$TC$  – общие затраты за период (€);

$R$  – наценка на единицу товара;

$\Pi$  – прибыль за период (€/ед.).

Постановка задачи:

Определить время между поставками  $t_s$  (дн.) (объем партии поставки  $q$  (ед.)), чтобы общие издержки  $TC$  на закупку и доставку товара за период  $T$  были минимальны при полном удовлетворении спроса за этот период.

В [16] представлен подход Вильсона при построении модели EOQ в описательном виде:

$$\begin{aligned} & \text{Общая\_стоимость\_запасов\_за\_период\_T} = \\ & \text{Общая\_стоимость\_подачи\_заказа\_за\_период\_T} + \\ & \text{Общая\_стоимость\_хранения\_запасов\_за\_период\_T}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} & \text{Общая\_стоимость\_подачи\_заказа\_за\_период\_T} = \\ & \text{Стоимость\_подачи\_одного\_заказа} \times \\ & \times \text{Число\_заказов\_за\_период\_T}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \text{Общая\_стоимость\_хранения\_запасов\_за\_период\_T} = \\ & \text{Стоимость\_хранения\_ед.\_продукции\_за\_период\_T}^* \\ & \text{Средний\_размер\_запаса}. \end{aligned} \quad (3)$$

Что эквивалентно принципу:

$$\begin{aligned} & \text{Общая\_стоимость\_запасов\_за\_период\_T} = \\ & (\text{Стоимость\_подачи\_одного\_заказа} + \\ & \text{Стоимость\_хранения\_запасов\_за\_один\_цикл}) \times \\ & \times \text{Число\_заказов\_за\_период\_T}. \end{aligned} \quad (4)$$

Графическая интерпретация вывода уравнения представлена на рис. 1.

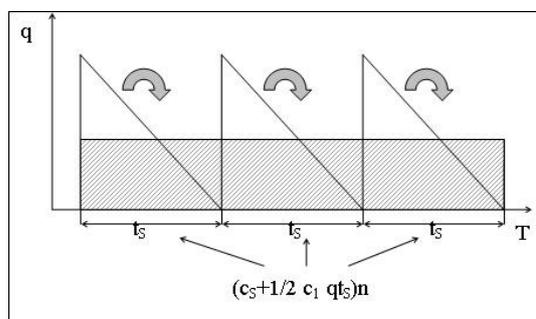


Рис. 1. Графическая интерпретация вывода уравнения общей стоимости запасов за период  $T$  в модели EOQ

Аналитическая зависимость общих издержек в модели Вильсона  $TC_w$  от объема поставки (времени между поставками) имеет вид:

$$TC_w(q) = \frac{c_s D}{q} + \frac{1}{2} c_1 T q \quad (TC_w(t_s) = \frac{c_s T}{t_s} + \frac{1}{2} c_1 D t_s). \quad (5)$$

Оптимальный размер заказа (оптимальное время между заказами) находится по формуле Вильсона:

$$q_{0w} = \sqrt{\frac{2c_s D}{c_1 T}} = \sqrt{\frac{2c_s \mu}{p r}} \quad (t_{s0w} = \sqrt{\frac{2c_s T}{c_1 D}} = \sqrt{\frac{2c_s}{p \mu r}}). \quad (6)$$

Минимальные издержки равны:

$$TC_{0w} = TC(q_{0w}) = \sqrt{2c_s c_1 D T}. \quad (7)$$

Перепишем задачу управления запасами с минимизации издержек на максимизацию прибыли.

Прибыль  $\Pi$  за период  $T$  определяется по следующей формуле:

$$\Pi_w(q) = pDR - \left( \frac{c_s D}{q} + \frac{1}{2} c_1 T q \right). \quad (8)$$

Максимальная прибыль равна

$$\Pi_{0w} = pDR - \sqrt{2c_s c_1 D T}. \quad (9)$$

После проведенного анализа вывода формулы (5) были сделаны следующие замечания [17]:

– в модели EOQ общие издержки за период  $t_s$  находились как сумма стоимости доставки, относящейся к началу цикла, и стоимости хранения, относящейся к концу цикла, т. е. при суммировании не приводились к одному моменту времени (4);

– в модели EOQ общие издержки за период  $T$  рассчитывались как произведение стоимости доставки и хранения партии размера  $q$  за один цикл на количество циклов  $n$  ( $n = D/q$ ) за период  $T$ , и не учитывалось, что эти суммы относились к разным моментам времени, т. е. при суммировании не приводились к одному моменту времени (4).

Достаточно часто, при реализации модели EOQ на практике, возникает проблема: рассчитанный по формуле Вильсона (2) оптимальный размер партии завоза меньше вместимости транспортного средства  $V_S$ . Обосновать доставку товара несколькими транспортными средствами одновременно при помощи этой модели не представляется возможным [18]. В этом случае стоимость доставки складывается из двух составляющих: постоянной  $c_{s0}$  (стоимость инициализации доставки) и переменной, зависящей от стоимости доставки единицы продукции  $c_{s1}$  и объема партии, т. е.

$$c_s = c_{s0} + c_{s1} q = c_{s0} + c_{s1} \mu t_s. \quad (10)$$

Подставив (6) в (1), получим

$$TC_w(q) = \frac{(c_{s0} + c_{s1} q) D}{q} + \frac{1}{2} c_1 T q = \frac{c_{s0} D}{q} + c_{s1} D + \frac{1}{2} c_1 T q. \quad (11)$$

Из вида функции (11) следует, что оптимальный объем заказа не зависит от стоимости доставки единицы продукции. Так как, по логике экономического процесса, стоимость доставки единицы продукции увеличивает закупочную цену товара, некоторые исследователи [18] советуют при использовании формулы Вильсона добавлять ее к цене и оптимальный объем (оптимальное время между заказами) находить по формуле

$$q_{0w} = \sqrt{\frac{2c_{s0} \mu}{(c_{s1} + p)r}} \quad (t_{s0w} = \sqrt{\frac{2c_{s0}}{(c_{s1} + p)\mu r}}). \quad (12)$$

При этом аналитического подтверждения этого предложения не существует.

## 5. Измененные модели управления запасами

### 5.1. Построение новой модели EOQ

Учитывая замечания к построению модели EOQ, приведя все суммы, относящиеся к разным моментам времени, к моменту  $T$ , получим измененную модель EOQ(N) (англ. the basic economic order quantity model (new)) (рис. 2).

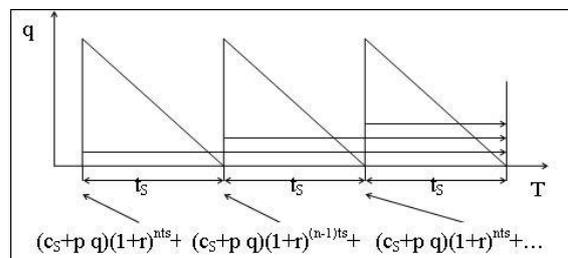


Рис. 2. Графическая интерпретация вывода уравнения общей стоимости запасов за период  $T$  в измененной модели EOQ(N).

Общая стоимость запасов за период  $T$

Обозначим  $z = t_s \ln(1+r)$ ,  $z_{0w} = t_{s0w} \ln(1+r)$ . Тогда формула (13) превратится в выражение

$$TC(t_s) = (c_s + p \mu t_s) \frac{(1+r)^{t_s} ((1+r)^T - 1)}{(1+r)^{t_s} - 1} - \frac{p \mu ((1+r)^T - 1)}{\ln(1+r)}. \quad (13)$$

$$TC(z) = \frac{p \mu ((1+r)^T - 1)}{\ln(1+r)} \left( \frac{1}{2} z_{0w}^2 + z \right) \frac{E^z}{E^z - 1} - 1. \quad (14)$$

Функция (14) достигает своего минимума в решении уравнения

$$E^{z_0} = 1 + z_0 + \frac{1}{2} z_{0w}^2. \quad (15)$$

Приближенное решение равно

$$z_0 \approx z_{0w} \left( 1 - \frac{1}{6} z_{0w} \right) \approx z_{0w}, \quad t_{s0} \approx t_{s0w}, \quad (16)$$

т. е. оно совпадает с решением, полученным по формуле Вильсона (6). Оптимальные общие издержки находятся по формулам

$$TC_0 = TC(t_{s0}) = \frac{p \mu ((1+r)^T - 1)}{\ln(1+r)} ((1+r)^{t_{s0}} - 1), \quad (17)$$

$$TC_0 = TC(t_{s0}) = (c_s + p \mu t_{s0}) ((1+r)^T - 1) \quad (18)$$

Выводы: при допущениях, сделанных для этой модели, оптимальным решением является закупка и завоз партии товара, рассчитанной по формуле Вильсона (6), общие издержки находятся по формуле (13), оптимальные – по формулам (17, 18).

Оптимальное решение в измененной модели совпадает с решением в модели EOQ, но оптимальные общие

издержки больше приблизительно в  $1 + \frac{1}{2} r(T + t_{s0w})$  раза (рис. 3).

Перепишем задачу управления запасами с минимизации издержек на максимизацию прибыли. Прибыль за период  $T$  в модели EOQ(N) имеет вид:

$$\Pi(t_s) = ((1+r)^T - 1) \left( \frac{p\mu(1+R)}{\ln(1+r)} - (c_s + p\mu t_s) \frac{(1+r)^{t_s}}{(1+r)^{t_s} - 1} \right). \quad (19)$$

Оптимальная прибыль за период T находится по формулам

$$\Pi(t_{s0}) = \frac{((1+r)^T - 1)}{\ln(1+r)} p\mu(1+R - (1+r)^{t_{s0}}), \quad (20)$$

$$\Pi(t_{s0}) = ((1+r)^T - 1) \left( \frac{Rp\mu}{\ln(1+r)} - (c_s + p\mu t_{s0}) \right). \quad (21)$$

Из (20) следует, что прибыль будет положительной если

$$R > (1+r)^{t_{s0}} - 1 \approx rt_{s0}(1 + 0,5rt_{s0}) \approx rt_{s0}. \quad (22)$$

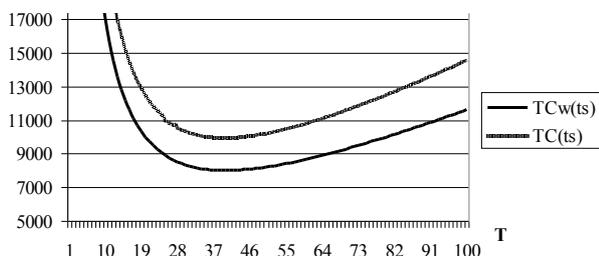


Рис. 3. График общих издержек TC(ts) модели EOQ(N) и график общих издержек TC<sub>w</sub>(ts) модели EOQ

**5. 2. Построение модели EOQ со стоимостью доставки, зависящей от объема партии**

Стоимость доставки партии продукции c<sub>s</sub> складывается из постоянной c<sub>s0</sub> (стоимость инициализации доставки) и условно-переменной составляющей, зависящей от стоимости доставки единицы продукции c<sub>s1</sub> и объема партии q при некоторых условиях.

В случае доставки партии продукции непрерывно (трубопроводным транспортом, транспортером и т. д.), стоимость доставки определяется по формуле (10).

Зависимость общих издержек для этой ситуации будет иметь вид:

$$TC(t_s) = (c_{s0} + (c_{s1} + p)\mu t_s) \times \frac{(1+r)^{t_s} ((1+r)^T - 1)}{(1+r)^{t_s} - 1} - \frac{p\mu((1+r)^T - 1)}{\ln(1+r)}. \quad (23)$$

Оптимальное время между поставками (оптимальный размер заказа)

$$t_{s0} = \sqrt{\frac{2c_{s0}}{(c_{s1} + p)\mu r}} \quad (q_0 = \sqrt{\frac{2c_{s0}\mu}{(c_{s1} + p)r}}), \quad (24)$$

что совпадает с предположением (12).

Оптимальные издержки и прибыль, соответственно, равны

$$TC_0 = TC(t_{s0}) = (c_{s0} + (c_{s1} + p)\mu t_{s0})((1+r)^T - 1), \quad (25)$$

$$\Pi_0 = \Pi(t_{s0}) = ((1+r)^T - 1) \times \left( \frac{Rp\mu}{\ln(1+r)} - (c_{s0} + (c_{s1} + p)\mu t_{s0}) \right). \quad (26)$$

В случае доставки партии продукции k транспортными средствами вместимостью V<sub>s</sub>, стоимость доставки определяется следующим образом

$$c_s = c_{s0} + kc_{s1}V_s \geq c_{s0} + c_{s1}\mu t_s. \quad (27)$$

Неравенство возникает из-за неполной загрузки одного транспортного средства.

Для определения оптимального объема заказа (оптимального времени между заказами) предлагается следующий алгоритм.

1-й шаг. Находим объем заказа q\* по формуле (24).

2-й шаг. Находим возможное количество необходимых транспортных средств (целое число k из неравенства (28)).

$$\frac{q^*}{V_s} - 1 \leq k < \frac{q^*}{V_s}. \quad (28)$$

3-й шаг. Находим объем заказа q\*\* по формуле

$$q^{**} = \sqrt{\frac{2(c_{s0} + (k+1)c_{s1}V_s)\mu}{rp}}. \quad (29)$$

4-й шаг. Если q\*\* > (k+1)V<sub>s</sub>, рассчитываем прибыль по формуле

$$\Pi(l) = ((1+r)^T - 1) \left( \frac{p\mu(1+R)}{\ln(1+r)} - (c_{s0} + l(c_{s1} + p)V_s) \frac{(1+r)^{\frac{V_{s_l}}{V_s}}}{(1+r)^{\frac{V_{s_l}}{V_s}} - 1} \right), l = k, k+1. \quad (30)$$

5-й шаг. Если Π(k) > Π(k+1), оптимальное количество транспортных средств k<sub>0</sub> = k, в противном случае k<sub>0</sub> = k+1. Оптимальный объем заказа q<sub>0</sub> = k<sub>0</sub>V<sub>s</sub>, оптимальное время между заказами t<sub>s0</sub> = k<sub>0</sub>  $\frac{V_s}{\mu}$ .

6-й шаг. Если q\*\* < (k+1)V<sub>s</sub>, рассчитываем прибыль Π(k) по формуле (30) и Π(q\*\*) по формуле

$$\Pi(q^{**}) = ((1+r)^T - 1) \left( \frac{p\mu(1+R)}{\ln(1+r)} - (c_{s0} + (k+1)c_{s1}V_s + pq^{**}) \frac{(1+r)^{\frac{q^{**}}{V_s}}}{(1+r)^{\frac{q^{**}}{V_s}} - 1} \right). \quad (31)$$

7-й шаг. Если Π(k) > Π(q\*\*), оптимальное количество транспортных средств k<sub>0</sub> = k, оптимальный объем заказа q<sub>0</sub> = k<sub>0</sub>V<sub>s</sub>, оптимальное время между заказами t<sub>s0</sub> = k<sub>0</sub>  $\frac{V_s}{\mu}$ , в противном случае k<sub>0</sub> = k+1,

$$q_0 = q^{**}, t_{s0} = \frac{q_0}{\mu}.$$

В случае, когда стоимость инициализации относительно небольшая или отсутствует (q\* < V<sub>s</sub>), из неравенства (28) получим k = 0. Тогда, начиная с третьего шага, алгоритм меняется.

3-й шаг. Находим объем заказа q\*\* по формуле

$$q^{**} = \sqrt{\frac{2(c_{s0} + c_{s1}V_s)\mu}{rp}}. \quad (32)$$

4-й шаг. Если  $q^{**} > V_s$ , оптимальное количество транспортных средств  $k_0 = 1$ . Оптимальный объем заказа  $q_0 = V_s$ , оптимальное время между заказами

$$t_{s0} = \frac{V_s}{\mu}$$

5-й шаг. Если  $q^{**} < V_s$ , оптимальное количество транспортных средств  $k_0 = 1$ . Оптимальный объем заказа  $q_0 = q^{**}$ , оптимальное время между заказами  $t_{s0} = \frac{q_0}{\mu}$ . В этом случае получаем модель EOQ(N).

Так как в окрестности  $(0,87q^*; 1,15q^*)$  решения  $q^*$  общие издержки увеличиваются незначительно (менее чем на 1%), то даже при относительно небольшом  $k$  из неравенства (28), оптимальное количество транспортных средств  $k_0$  равняется, округленному до целого, числу  $\frac{q^*}{V_s}$ . Оптимальный объем заказа  $q_0 = k_0 V_s$ , оптимальное время между заказами  $t_{s0} = \frac{q_0}{\mu}$ .

## 6. Сравнительный анализ результатов применения модели Вильсона и построенных моделей управления запасами

### 6.1 Сравнительный анализ модели EOQ и модели EOQ(N)

Модельный пример.

Спрос на продукцию равномерно распределен в течении  $T = 360$  дн. со средним ежедневным спросом  $\mu = 25$  ед./дн., стоимость доставки партии товара  $c_s = 400$  €, закупочная цена  $p = 20$  €/ед., наценка на единицу товара 20% ( $R = 0,2$ ), процентная ставка 0,1% в день ( $r = 0,001$ ). Найти оптимальные характеристики процесса: время между заказами, объем заказа, прибыль за период  $T$ .

Решение, полученное при использовании модели EOQ (6,7,9):

$$t_{s0w} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400}{0,001 \cdot 20 \cdot 25}} = 40 \text{ (дн.)},$$

$$q_{0w} = 25 \cdot 40 = 1000 \text{ (ед.)},$$

$$TC_{0w} = 360 \cdot \sqrt{2 \cdot 400 \cdot 0,001 \cdot 20 \cdot 25} = 7200 \text{ (€)},$$

$$\Pi_{0w} = 36000 - 7200 = 28800 \text{ (€)}.$$

Т. е., необходимо привозить за один раз 1000 ед. товара на 40 дн. При этом за 360 дн. издержки составят 7200 €, прибыль – 28800 €.

Решение, полученное при использовании модели EOQ(N) (16, 18, 21):

$$t_{s0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400}{0,001 \cdot 20 \cdot 25}} = 40 \text{ (дн.)},$$

$$q_0 = 25 \cdot 40 = 1000 \text{ (ед.)},$$

$$TC_0 = (1,001^{360} - 1)(400 + 20 \cdot 25 \cdot 40) = 8835 \text{ (€)},$$

$$\Pi_0 = 43328 - 8835 = 34493 \text{ (€)}.$$

Т. е., необходимо привозить за один раз 1000 ед. товара на 40 дн. При этом за 360 дн. издержки составят 8835 €, прибыль – 34493 €.

Общие издержки  $TC_0$  больше общих издержек  $TC_{0w}$  на 22,7% ( $TC_0/TC_{0w} = 8835/7200 = 1,227$ ), что согласуется с приближенным значением 20% ( $1 + 0,5^* \cdot 0,001(360 + 40) = 1,2$ ). Прибыль будет положительной, согласно (22), при наценке на единицу товара больше 4% ( $R > 1,001^{40} - 1 = 0,04079 \approx 0,04$ ).

### 6.2 Сравнительный анализ модели EOQ и модели EOQ со стоимостью доставки, зависящей от объема партии

Пусть стоимость инициализации  $c_{s0} = 100$  €, стоимость доставки единицы продукции  $c_{s1} = 3$  €/ед., вместимость транспортного средства  $V_s = 100$  ед.

Решение, полученное при использовании модели EOQ.

Так как оптимальный объем поставки 1000 ед., полученный по формуле Вильсона (6), больше вместимости транспортного средства, то оптимальный объем партии равен 100 ед., время между поставками 4 дня и, согласно (5,8),

$$TC_{0w} = 400 \cdot 90 + 0,5 \cdot 7,2 \cdot 100 = 36360 \text{ (€)},$$

$$\Pi_{0w} = 36000 - 36360 = -360 \text{ (€)}.$$

Т. е. необходимо привозить за один раз 100 ед. товара на 4 дн. При этом за 360 дн. издержки составят 36360 €, убыток – 360 €. Т. е. такой процесс планировать экономически неэффективно.

Решение, полученное при использовании модели EOQ(N):

1-й шаг (24).

$$q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 25}{0,001 \cdot 23}} = 450 \text{ (ед.)}.$$

2-й шаг. Из неравенства (28)  $450/100 - 1 \leq k \leq 450/100$  находим количество необходимых транспортных средств  $k = 4$ .

3-й шаг (29).

$$q^{**} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1600 \cdot 25}{0,001 \cdot 20}} = 2000 \text{ (ед.)}.$$

4-й шаг. Так как 2000 ед. больше 500 ед., которые вмещают 5 транспортных средств, находим прибыль при доставке четырьмя и пятью транспортными средствами по формуле (30). Так как  $\Pi(4) = 5650$  € >  $\Pi(5) = 3589$  €, то оптимальное их количество четыре.

Т. е., необходимо привозить за один раз 400 ед. товара на 16 дн. четырьмя транспортными средствами. При этом за 360 дн. прибыль составит 5650 €.

Следовательно, выводы, полученные по результатам использования модели EOQ и модели EOQ со стоимостью доставки, зависящей от объема партии, могут кардинально различаться. В первом случае логистический процесс убыточный, во втором – прибыльный.

Если за единицу продукции взять, например, тонну жидкости, которая поставляется трубопроводом, то решение задачи будет иметь вид (24)–(26):

$$t_{s0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{0,001 \cdot 23 \cdot 25}} = 18 \text{ (дн.)}, \quad q_0 = 25 \cdot 18 = 450 \text{ (т)},$$

$$TC_0 = (1,001^{360} - 1)(100 + 23 \cdot 25 \cdot 18) = 4525 \text{ (€)},$$

$$П_0 = 43328 - 4525 = 38803 \text{ (€)}.$$

Т. е. необходимо доставлять за один раз 450 т жидкости на 18 дн. При этом за 360 дн. издержки составят 4525 €, прибыль – 38803 €.

## 7. Выводы

В работе рассмотрены проблемы низкой адекватности модели EOQ. Проведенный анализ этой модели выявил, что при ее построении не учитывалось, что суммы денег относились к разным моментам времени, т. е. при суммировании не приводились к одному моменту времени. Это и является одной из основных причин низкой адекватности модели EOQ реальным логистическим процессам и других математических моделей управления запасами, построенных на основе этой модели. Также эта модель не объясняет логичный вариант принятия решения о доставке партии продукции

несколькими транспортными средствами одновременно при соблюдении определенного комплекса условий.

Предложена измененная модель EOQ, позволившая повысить эффективность ее использования и аналитически обосновать возможность доставки партии продукции несколькими транспортными средствами одновременно.

В связи с дискретностью такого процесса доставки продукции, разработан алгоритм, позволяющий за минимальное количество операций определить оптимальный объем партии (оптимальное время между поставками) и необходимое для осуществления этого решения количество транспортных средств.

Проведен сравнительный анализ результатов модели EOQ и ее измененного варианта, показаны различия в принятии решений, основанных на применении этих моделей.

Предложенный подход к построению новой модели EOQ(N), который заключается в приведении денежных сумм, относящихся к разным моментам времени, к одному моменту, может быть применен для уточнения других математических моделей управления запасами.

Построенные модель EOQ(N) и модель со стоимостью доставки, зависящей от объема партии могут быть использованы для создания эффективной информационной системы поддержки принятия решений в складской логистике.

## Литература

1. Алесинская, Т. В. Экономико-математические методы и модели [Текст] / Т. В. Алесинская. – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2002. – 153 с.
2. Крикавський, Є. Логістика. Для економістів [Текст] : підручник / Є. Крикавський. – Львів : Вид-во НУ „Львівська політехніка”, 2004. – 448 с.
3. Nievergelt, Y. Mathematics in business administration [Text] / Y. Nievergelt. – Boston : Richard D. Irwin, Inc., 1989. – 496 p.
4. Lotfi, V. Decision support systems for production and operations management (DSSPOM) [Text] / V. Lotfi, C. C. Pegels; Second edition. – Boston : Richard D. Irwin, Inc., 1991. – 359 p.
5. Дзюба, С. А. Управление запасами: верна ли формула Вильсона? [Текст] / С. А. Дзюба // Менеджмент в России и за рубежом. – 2011. – № 4. – С. 3–12.
6. Стерлигова, А. Н. О сугубой практичности формулы Вильсона [Текст] / А. Н. Стерлигова // Логистика & система. – 2005. – № 4, 5. – С. 42–52, 56–61.
7. Wilson, R. H. A Scientific Routine for Stock Control [Text] / R. H. Wilson // Harvard Business Review. – 1934. – Vol. 13. – P. 116–128.
8. Тектов, Д. А. Динамические и статистические модели управления запасами в розничной торговле [Текст] : дис. ... канд. экон. наук : 08.00.13 / Д. А. Тектов. – С.-Петербург. гос. политехнический ун-т. – СПб, 2003. – 159 с.
9. Гамкрелидзе, Л. И. Логистика. Теория и практика [Текст] : учеб. пос. / Л. И. Гамкрелидзе, Е. Л. Гамкрелидзе. – М. : МГИУ, 2009. – 279 с.
10. Соляник, Л. Г. Оптимізація параметрів управління товарно-матеріальними запасами на промисловому підприємстві [Текст] / Л. Г. Соляник. // The Economic Messenger of the NMU. – 2006. – № 1. – С. 16 – 24.
11. Стерлигова, А. Н. Оптимальный размер заказа или Загадочная формула Вильсона [Текст] / А. Н. Стерлигова, И. Семенова // Логистика & система. – 2005. – № 2. – С. 64–69.
12. Мещанкин, А. Умеете ли вы применять формулу Вильсона? [Текст] / А. Мещанкин // Логистика & система. – 2005. – № 2. – С. 37–42.
13. Лукинский, В. С. Варианты решения логистической задачи определения оптимального размера заказа [Текст] / В. С. Лукинский, И. А. Цвиринько // Организация международных и внутренних перевозок с применением принципов логистики. – СПб. : СПбГИЭУ, 2001. – 228 с.
14. Котлярова, В. Г. Разработка модели определения оптимальной партии поставок в условиях непрерывного производства (на примере коксохимической подотрасли) [Текст] / В. Г. Котлярова // Економіка розвитку. – Харків : ХНЕУ, 2010. – № 1 (53). – С. 96 – 99.
15. Кожамкулова, Ж. Ж. Разработка модели и методов информационной системы анализа и принятия решений в агробизнесе [Текст] : дис. ... д-ра философии (PhD) : 6D070300 – Информационные системы / Кожамкулова Ж. Ж. – Алматы, 2012. – 97 с.
16. Эддоус, М. Методы принятия решений [Текст] : пер. с англ. / М. Эддоус, Р. Стэнфилд. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.
17. Несторенко, А. В. Альтернативный подход к построению EOQ модели управления запасами [Текст] / А. В. Несторенко // Управління економікою рекреаційних територій, галузей і підприємств [Ін-т економіко-правових досліджень НАН України]. : – Донецьк: ООО “Юго-Восток, ЛТД”, 2007. – С. 270 – 276.
18. Феклисов, Г. И. Математические методы оптимального распределения ресурсов в экономических системах [Текст] / Г. И. Феклисов – М. : МЭСИ, 1981. – 116 с.