

УДК 621.6.035: 620.1.08

DOI: 10.15587/1729-4061.2014.27978

Показано, що проектування процесів і апаратів тепломасообміну потребує методів неруйнівного вимірювання площі обмінної поверхні. Для цього запропоновані згортки зображень, які отримуються в комп'ютерному томографі. Експериментально підтверджена наявність максимуму на залежності інтенсивності тепломасообміну від значень таких згорток, що дозволяє ставити та розв'язувати задачі оптимізації технологічних процесів і конструкцій обмінних апаратів

Ключові слова: тепломасообмін, поверхня тепломасообміну, гетерогенні матеріали, комп'ютерна томограма, фрактальна згортка

Показано, что проектирование процессов и аппаратов тепло-массообмена нуждается в методах неразрушающего измерения площади обменной поверхности. Для этого предложены свертки изображений, получаемых в компьютерном томографе. Экспериментально подтверждено наличие максимума на зависимости интенсивности тепло-массообмена от значений таких сверток, что позволяет ставить и решать задачи оптимизации параметров технологических процессов и конструкций обменных аппаратов

Ключевые слова: тепло-массообмен, поверхность тепло-массообмена, гетерогенные материалы, компьютерная томограмма, фрактальная

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛОМАСООБМЕНА С ПОМОЩЬЮ ФРАКТАЛЬНЫХ СВЕРТОК КОМПЬЮТЕРНЫХ ТОМОГРАММ

А. Л. Становский

Доктор технических наук, профессор*

E-mail: stanovsky@mail.ru

О. С. Савельева

Доктор технических наук, доцент*

E-mail: okssave@gmail.com

И. В. Прокопович

Кандидат технических наук, доцент

Кафедра технологий и управления литейными процессами**

E-mail: igor.prokopovich@gmail.com

А. В. Торопенко*

E-mail: alla.androsyk@gmail.com

М. А. Духанина

Кафедра металлорежущих станков, метрологии и сертификации**

E-mail: marianna.dukhanina@gmail.com

*Кафедра нефтегазового и химического машиностроения**

**Одесский национальный политехнический университет
пр. Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044

1. Введение

Во многих отраслях машиностроения, химической, нефтегазовой, фармацевтической, пищевой и прочих областях промышленности реализуются процессы, основанные на тепло-массообмене на границах между составляющими технологию гетерогенными материалами, компоненты которых могут находиться в любых агрегатных состояниях: твердом, жидком, газообразном и плазменном. Автоматизированное проектирование таких процессов, а также оборудования для их реализации, невозможно без адекватных моделей явлений, происходящих при тепло-массообмене, и новых расчетных методов в САПР.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Процессы, в которых обмен веществом и/или энергией осуществляется через границы между элементами гетерогенных сред, весьма разнообразны. Это, прежде всего, теплообмен, массообмен, адсорбция, абсорбция и многие другие. Научный и практический интерес к ним огромен и не затухает уже столетия, т. к. именно транзит субстанции через границу определяет интенсивность обмена, а значит, все его технико-экономические показатели, включая конструкцию оборудования, создаваемого для проведения этих процессов. Данные процессы относятся к термодинамиче-

ским, самопроизвольным и описываются, на первый взгляд, простыми законами.

Так, в качестве основного закона *теплоотдачи* принят закон Ньютона, в соответствии с которым количество тепла dQ , отданное элементом поверхности dF с температурой t_n в окружающую среду с температурой t_{cp} за время dt , прямо пропорционально разности температур $(t_n - t_{cp})$ и величинам dF и dt [1, 2]:

$$dQ = \alpha(t_{ct} - t_{ж})dFdt, \quad (1)$$

а при установившемся состоянии процесса теплоотдачи, когда температура среды и поверхности остаются неизменными:

$$Q = \alpha(t_{ct} - t_{ж})F\tau \text{ Дж}, \quad (2)$$

где α – коэффициент теплоотдачи.

Как сказано выше, величина коэффициента теплоотдачи α , в свою очередь, зависит от большого числа факторов:

- рода жидкости (газ, пар, капельная жидкость);
- характера течения жидкости (вынужденное или свободное);
- формы поверхности и ее линейных размеров;
- состояния поверхности (растворение, осаждение);
- состояния и свойств жидкости (температура, давление, плотность или удельный вес, теплоемкость, теплопроводность, вязкость и т.п.);
- параметров движения (скорость, турбулентность);
- температуры поверхности.

Основным кинетическим уравнением *массообменных* процессов является уравнение массопередачи, которое основано на общих кинетических закономерностях химико-технологических процессов [3].

Скорость процесса [в кг/(м²с)] равна движущей силе Δ , деленной на сопротивление R :

$$dM / dF = \Delta dR, \quad (3)$$

где dM – количество вещества, перешедшего из одной фазы в другую в единицу времени; dF поверхность контакта фаз.

При установившемся состоянии процесса массоотдачи, когда температура среды и поверхности остаются неизменными, обозначив $1/R=K$, получим

$$M = K\Delta F. \quad (4)$$

В последнем выражении, называемом основным уравнением массоотдачи, величина K характеризует скорость процесса переноса вещества из одной фазы в другую. По аналогии с процессом теплоотдачи коэффициент K называют коэффициентом массоотдачи.

Зависимость коэффициентов теплоотдачи и массоотдачи от большого числа факторов не позволяет дать общую формулу для его определения и в каждом частном случае необходимо прибегать к опытным исследованиям [4].

Из (2) и (4) непосредственно вытекает, что такие исследования должны опираться на знание площади теплообмена F в любом варианте эксперимента, что позволит функционально связать эту площадь с

параметрами технологии и конструкций и получить зависимости для обратного расчета площадей взаимодействия (а, значит, и конструкции обменных аппаратов) в САПР [5, 6]. В то же время, как указывалось выше, площадь теплообмена F в неподвижных, а тем более, подвижных обменниках, также весьма стохастична даже для аппаратов со строго установленными габаритами.

Поэтому непосредственная оценка текущего значения такой площади позволяет разомкнуть круг «для определения K надо знать F , а для определения F надо знать K ».

Очевидно, что эксперименты для такой оценки должны быть неразрушающими, позволяющими получить максимальную информацию о пространственном расположении границ теплообмена для последующего оценивания их площади, дисперсии и других геометрических характеристик. На сегодняшний день существует способ послойного сканирования внутренних зон различных гетерогенных объектов, – это компьютерная томография, однако, она применяется, в основном, в медицине для просвечивания биологических тканей [7, 8]. Кроме того, результатом томографии является серия изображений, содержащаяся в которых интегральную информацию весьма трудно оценить численно.

Основные физические законы, описывающие теплообмен через поверхность, весьма просты и содержат в качестве аргумента первую степень площади этой поверхности. Казалось бы, при прочих равных условиях (интенсивность и время обмена) площадь, как целевая функция оптимизации процессов и аппаратов, должна при проектировании последних монотонно возрастать, – увеличить площадь всегда означает повысить обмен! К сожалению, в реальных условиях всегда находят обстоятельства, не позволяющие наращивать площадь обмена беспредельно, – это и габариты аппарата, и предельное увеличение количества его обменных элементов (трубок, насадок, тарелок), и предельное измельчение гранулированных и порошкообразных теплообменников, и многое другое. Это определяет наличие максимума целевой функции – количества перешедшего через границу энергии и(или) вещества, а значит и поиск таких характеристик процессов и аппаратов, которые доставляют этот максимум.

Парадокс заключается в том, что, назначая в процессе проектирования параметры и размеры, мы не можем даже приблизительно гарантировать их реализацию в реальном объекте. Например, реальная площадь поверхности теплообмена, – величина, лишь весьма приблизительно совпадающая с тем значением этой площади, которое можно получить расчетом, анализируя чертеж теплообменного аппарата. Это связано, во-первых, со сложным, стохастическим рельефом поверхности (шероховатостью на микроуровне и отклонениями от стандартных размеров – на макроуровне), тепловыми деформациями и пр. Кроме того, критическое сближение поверхностей теплообмена, неизбежное при увеличении количества элементов, может исказить всю физическую модель процесса, удаляя ее от описания «простых» физических законов. Еще сложнее и стохастичнее дело обстоит тогда, когда элементы теплообменника не только не имеют «стандартных» размеров (произвольные куски материала), но еще и перемещаются в пространстве и времени.

В этих условиях приходится рассчитывать на прямое измерение суммарных поверхностей элементов гетерогенных сред на опытных и лабораторных образцах. Создание методов такого измерения, причем неразрушающего, а также выявление параметров (чем их меньше, тем лучше), которые непосредственно измеряются в этом случае, и является основной проблемой при решении данной задачи.

3. Цель и задачи исследования

Исходя из изложенного, целью работы было принято повышение эффективности оптимизации параметров технологии и конструкции теплообменных аппаратов в САПР путем разработки методов неразрушающего контроля геометрических характеристик такого обмена. Эти характеристики должны включать компьютерную томографию внутренней рабочей зоны аппарата, в котором протекают обменные процессы, и последующую свертку ее результатов к одному числу или вектору малой размерности.

4. Оптимизация параметров теплообмена с помощью фрактальных свертков компьютерных томограмм

Проектировщики стремятся сделать поверхность теплообмена как можно больше, сохранив при этом габаритные размеры соответствующей оснастки или аппарата. Это заставляет их измельчать отдельные элементы, на поверхности которых протекает процесс, и предельно усложнять их форму. Поэтому прямое измерение поверхности обмена в объеме аппарата не представляется возможным. Более реальным выглядит оценка этой поверхности с помощью томограмм. В классической трактовке под томографией понимается метод рентгенологического исследования, которым можно получить один снимок (рис. 1) или множество подобных снимков, являющихся изображением параллельных секущих слоев малой толщины δ , лежащих на заданных глубинах исследуемого объекта.

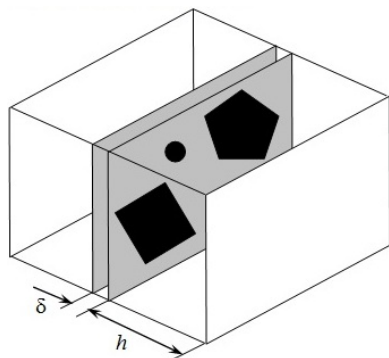


Рис. 1. Схема получения изображения внутреннего слоя объекта методом неразрушающей компьютерной томографии

Наибольшее распространение получил метод съёмки, при котором исследуемый объект остается неподвижным, а рентгеновская трубка и кассета с плён-

кой согласованно перемещаются в противоположных направлениях. При синхронном движении трубки и кассеты, четким на пленке получается только необходимый слой, так как только его вклад в общую тень остаётся неподвижным относительно плёнки, всё остальное смазывается, почти не мешая проводить анализ полученного изображения [8].

Ранее рентгеновская компьютерная томография использовалась, в основном, в медицинской диагностике, в настоящей работе ее применили для объекта неживой природы. В частности, эксперименты производили с таким объектом поверхностного массообмена (адгезии) как синтетический гранит (синтегран, состоящий из гравия, песка и наполняющей смолы). Такая затвердевающая смесь движется по каналам, заполняет оснастку, постоянно перемешиваясь. При этом поверхностные явления протекают не только в пространстве, но и во времени.

С другой стороны, от интенсивности адгезии зависит не только прочность этого конструкционного материала, но и многие его физические свойства и потребительские характеристики.

Томографические изображения технических гетерогенных материалов типа синтегранта получились сложными, выполненными в оттенках серого (256 градаций яркости от 0 – черный до 255 – белый) и содержащими контрастные переходы и мелкие детали (рис. 2). Все это позволяет отнести их к фотореалистическим, требующим значительной мобилизации всех компьютерных ресурсов при их свертке.



Рис. 2. Компьютерная томограмма фрагмента детали из синтегранта, полученная на томографе Siemens R2000 при напряжении 125 кВ и токе 20 мА; $\times 1$

Для изображений подобного типа можно выделить три основных вида фрактальных свертков, обладающих различными свойствами и подходящих для решения различных задач проектирования (табл. 1).

Так, свертка с помощью расчета хаусдорфовой размерности представляет собой одно число, удобное для экспресс-анализа соответствующих процесса и аппарата, свертка с помощью принципа сжимающих отображений представляет собой значительный массив чисел, который позволяет, однако, довольно быстро восстановить исходное изображение. Это удобно для хранения и передачи соответствующих изображений, а свертка с помощью параболического преобразования позволяет сводить к одному числу пространственные изображения.

Свертки первого и третьего видов начинаются с того, что у исходного изображения (рис. 3, а) осуществляется выделение границ (рис. 3, б) между элементами гетерогенной смеси [9, 10].

Таблица 1

Виды сверток и их характеристики

№ пп	Вид свертки	Результат свертки	Область применения	Возможность обратного преобразования
1	С помощью расчета хаусдорфской размерности	Число	Неподвижное изображение	Нет
2	С помощью принципа сжимающих отображений	Массив чисел		Есть
3	С помощью параболического преобразования	Число	Подвижное изображение	Нет

Для свертки второго вида выделение границ не производится, вместо этого кадры томограммы подвергают бинаризации – сведению всего многообразия серых полутонов томограммы к двум: черному и белому. Информационные технологии выполнения трех видов сверток томографических изображений выглядят следующим образом.

1. *Свертка с помощью расчета хаусдорфской размерности* [11, 12].

Как правило, определение корреляционной размерности и энтропии осуществляется для мультифракталов – неоднородных фрактальных объектов, которые имеют не только геометрические, но и статистические характеристики. Другими словами неоднородные фракталы имеют неравномерное распределение точек множества или разную плотность «заселенности» множества.

Поэтому при исследовании мультифракталов говорят об обобщенной фрактальной размерности [11, 13], которая может быть представлена фрактальными (хаусдорфовскими) размерностями.

Как отмечено в работе [13], величина функции мультифрактального спектра фактически равна хаусдорфовой размерности (D) некоторого однородного фрактального подмножества из исходного множества, которое дает доминирующий вклад в статистические характеристики множества. Поэтому в первом приближении можно считать, что D является фрактальной размерностью относительно однородных фракталов в мультифрактальном множестве.

Хаусдорфская свертка начинается (рис. 3 в) с покрытия изображения небольшими квадратами со стороной n . Далее подсчитывается количество таких квадратиков, в которые попадают фрагменты выделенных границ [14, 15].

2. *Свертка с помощью принципа сжимающих отображений*.

Как известно, фотореалистичные изображения не являются в точности (полностью) самоподобными, т. е. не содержат такого самоподобия, которое наблюдается во фракталах [16, 17]. Тем не менее, в любом изображении имеются области, которые подобны при различном масштабе.

Отличие такого локального (ограниченного, кусочного) самоподобия от самоподобия, присутствующего во фракталах, состоит в том, что изображение формируется из преобразованных копий частей самого себя, а не всего самого себя. Эти преобразованные части не образуют точную копию оригинального изображения,

и, следовательно, допускается некоторая ошибка в подобном представлении изображения. Это означает, что изображение, которое кодируется как множество преобразований, применяемых к определённым частям изображения, будет не идентичной копией оригинального изображения, а его аппроксимацией [18].

Фрактальная свертка с помощью принципа сжимающих отображений начинается с разбиения изображения на фрагменты – блоки (рис. 3, з). Основная идея блочного разбиения изображения заключается в том, что изображение μ_{origin} разделяется на N неперекрывающихся ранговых блоков $R_i, i \in \{1...N\}$, которые покрывают всё изображение, т. е. содержат каждый пиксель изображения.

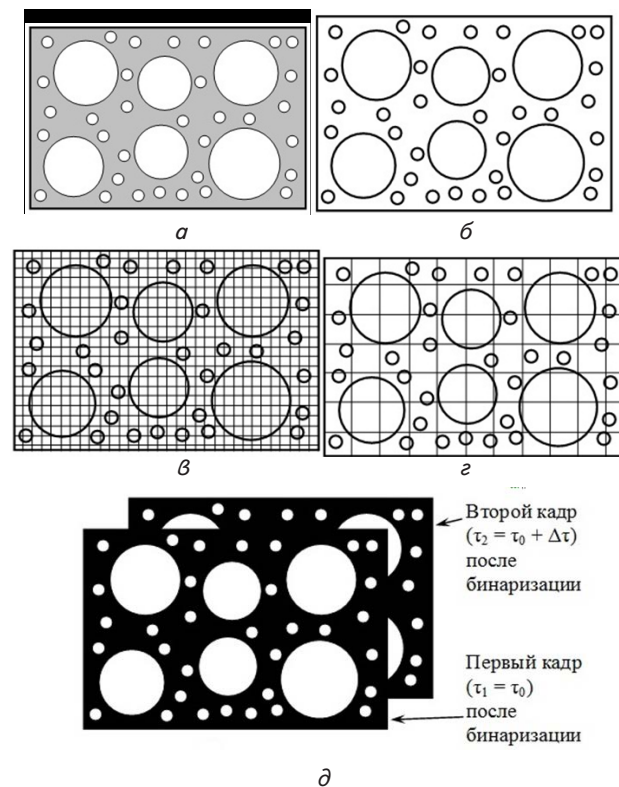


Рис. 3. Схемы этапов свертки поверхности теплообмена: а – томограмма (сечение); б – выделенные границы в сечении; в – к расчету хаусдорфской размерности границ в сечении; з – к свертке с помощью принципа сжимающих отображений; д – два последовательных кадра после бинаризации, готовые к свертке с помощью параболического преобразования

Затем формируется множество D , состоящее из больших по площади, чем ранговые, доменных блоков $D_j, j \in \{1...M\}$ того же изображения μ_{origin} , которые могут перекрываться и не содержать каждый пиксель изображения.

Далее производится подбор каждому ранговому блоку некоторого доменного, наиболее близкого ему по заданному критерию [19–21].

3. *Свертка в результат параболического преобразования*.

Эта свертка осуществляется не только в пространстве изображения, но и во времени, т. е. несет в себе

признаки изменения этого изображения или видеопотока (оцифрованного видеопотока) [22–24]. Параболическое преобразование заключается в попиксельной обработке двух кадров потока в соответствии с конечно-разностным приближением параболического закона распределения фазовой переменной: температуры, концентрации и т. п.

В результате параболического преобразования на границах подвижных участков изображения с постоянной на каждом участке, но разной между участками яркостью, создается белая линия толщиной в один пиксель на общем черном фоне полученного кадра. Из двух последовательных фотореалистических изображений, подобных изображенному на рис. 2, результат такого преобразования создает картину, напоминающую звездное небо: хаотически расположенные белые точки на черном фоне. Простое суммирование количества этих точек в итоговом изображении превращает результат параболического преобразования в число.

Наличие сверток изображений и видеопотоков *в виде одного числа* позволяет получить экспериментальные зависимости технологических и конструктивных параметров от этого числа.

Рассмотрим, в качестве второго примера массообменный абсорбционный аппарат – насадочный скруббер, работающий в системе газоочистной установки, удаляющей из выбрасываемых в атмосферу газов такие очень токсичные вещества, как фтористый водород, диоксид серы и оксид углерода. В процессе очистки эти газы абсорбируются пленками жидкости, содержащими растворенные в ней вещества (фтористый натрий, кальцинированная сода, бикарбонат натрия, сульфат натрия), и химически нейтрализуются. В насадочных аппаратах жидкость распределяется по поверхности насадочных элементов (например, небольших полых цилиндров), образуя на них жидкую пленку. Газ движется между элементами в каналах сложной формы, образованных насадкой и стекающей по ней жидкостью [25, 26].

Технические характеристики используемых скрубберов приведены в табл. 2

Таблица 2

Технические характеристики насадочных скрубберов

Типоразмер скруббера	Диаметр аппарата, мм	Производительность, м ³ /ч	Масса, кг
СДК 2,4-2-01	2400	64000–120000	6284
СДК 1,6-2-01	1600	32000–60000	3535
СДК 1,2-2-01	1200	16000–30000	2035

Как видно из табл. 2, производительность скруббера в значительной мере зависит от его габаритов, так как при увеличении внутреннего объема аппарата в нем можно разместить большее количество насадки – множества мелких предметов, как правило, сложной формы, что неизбежно приводит к увеличению их суммарной поверхности, а значит, и интенсивности поверхностного массообменного процесса.

Такого увеличения суммарной площади поверхности насадки можно добиться и по-другому: для этого достаточно, не изменяя объема аппарата, уменьшить габаритный размер применяемых насадок. Уравнение, связывающее площадь этой поверхности с интенсивностью процесса абсорбции выглядит так [27]:

$$M = F \cdot K_x \cdot \Delta X_{cp}, \tag{5}$$

где M – количество вещества, переходящее из газовой смеси в жидкую фазу в единицу времени, или нагрузка аппарата, кг/с; K_x – коэффициенты массопередачи по фазам, кг/(м²с); ΔX_{cp} – средняя движущая сила процесса абсорбции, кг/кг.

Как следует из (5), при увеличении суммарной площади насадок F интенсивность процесса абсорбции должна линейно и монотонно возрастать (1, рис. 4). Практически это не так, и увеличение суммарной площади поверхности насадки за счет ее измельчения не приводит к линейному возрастанию интенсивности.



Рис. 4. Теоретическая (1) и реальная (2) зависимости интенсивности абсорбции от площади поверхности насадки

Как показывает лабораторный эксперимент, измельчение насадки приводит к тому, что кривая зависимости интенсивности абсорбции от площади поверхности насадки проходит через максимум и при дальнейшем измельчении начинает убывать (2, рис. 4). Это связано со снижением проницаемости пористой среды внутри корпуса абсорбера для жидкости и газа, а также с усилением взаимовлияния на процесс абсорбции на поверхностях близко расположенных насадок.

В эксперименте интенсивность процесса абсорбции определяли непосредственно на аппарате, удельную площадь поверхности насадки $F_{уд}$ – расчетом по формуле $F_{уд} = 4\pi/R$, где R – характерный размер элемента насадки, а сверткой томографии сечения насадки являлась хаусдорфская размерность.

Как сказано выше, экспериментально определить площадь рабочей поверхности насадки очень сложно, а хаусдорфская размерность ее сечения – параметр вполне доступный. Именно по нему и вели оптимизацию конструкции абсорбера, что дало возможность повысить его производительность на 17 % без увеличения исходных габаритов.

5. Выводы

Исследования процессов тепломассобмена на границах между элементами гетерогенных сред показали, что такой распространенный параметр как площадь обмена не всегда может быть использован в качестве оптимизирующего аргумента в процессе проектирования тепломассобменного оборудования. Вместо этого параметра предложены числовые характеристики, представляющие собой свертки изображений сечений активной зоны тепломассобмена.

Предложен метод получения сечений гетерогенных сред с помощью рентгеновского компьютерного томографа, получены реальные томограммы сечений синтетического гранита, при формировании которого происходит интенсивный поверхностный массообмен.

Предложена математическая модель формирования поверхности массообмена в насадочном абсорбере, экспериментально определена зависимость интенсивности массообмена от характерного раз-

мера элементов насадки и подтверждена гипотеза о том, что эта зависимость проходит через максимум, что позволило поставить и решить задачу оптимизации конструктивных параметров массообменного аппарата.

Практическое испытание такого метода в САПР теплообменного аппарата – абсорбера позволило повысить производительность последнего на 17 % при сохранении его внешних габаритов.

Литература

1. prEN ISO 13790. Thermal performance of buildings – Calculation of energy use for space heating [Text] / Sweden, 2002. – P. 10 – 31.
2. Valancius, K. Transient heat conduction process in the multilayer wall under the influence of solar radiation [Text] / K. Valancius, A. Skriniska. – Improving human potential program. – Almeria, Spain: PSA, 2002. – P. 179–185.
3. Кавецкий, Г. Д. Процессы и аппараты пищевой технологии [Текст] / Г. Д. Кавецкий, В. П. Касьяненко. – М.: КолосС, 2008. – 591 с.
4. Реальная структура твердого тела [Электронный ресурс] / М.: МГУ, 2006. – Режим доступа: <<http://www.fnm.msu.ru/documents/15real15.pdf>>. – 12.07.2014.
5. Дытнерский, Ю. И. Процессы и аппараты химической технологии [Текст] / Ю. И. Дытнерский. – М.: Химия, 1995. – Т. 1, 2.
6. Кострова, Г. В. Обладнання нафтогазової та хімічної галузі [Текст] / Г. В. Кострова, О. С. Савельева, О. Л. Становський. – Одеса: ОНПУ, 2011. – 145 с.
7. Левин, Г. Г. Оптическая томография [Текст] / Г. Г. Левин, Г. Н. Вишняков. – М.: Радио и связь, 1989. – 224 с.
8. Наттерер, Ф. Математические аспекты компьютерной томографии [Text] / Ф. Наттерер. – М.: Мир, 1990. – 288 с.
9. Canny, J. A Computational Approach to Edge Detection [Text] / J. A. Canny. – Transactions on pattern analysis and machine intelligence, IEEE. – V. PAMI-8, 1986. – №. 6. – P. 679–698.
10. Aizenberg, I. Image Processing Using Cellular Neural Networks Based on Multi-Valued and Universal Binary Neurons [Text] / I. Aizenberg, C. Butakoff // Journal of VLSI Signal Processing Systems for Signal, Image and Video Technology. – 2002. – Vol. 32. – P. 169–188.
11. Федер, Е. Фракталы [Текст] / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
12. Номоев, А. В. Фрактальная размерность границ зерен керамики с нанодисперсными добавками [Текст] / А. В. Номоев, Л. С. Викулина // Журнал технической физики. – 2012. – Т. 82, Вып. 12. – С. 139–142.
13. Божокин, С. В. Фракталы и мультифракталы [Текст] / С. В. Божокин, Д. А. Паршин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 128 с.
14. Измеров, М. А. Методы определения фрактальной размерности инженерных поверхностей [Текст] / М. А. Измеров // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2006. – № 3(11). – С. 10–19.
15. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы [Текст] / Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
16. Lauwerier, H. A. Fractals (Mathematics, Programming and Applications) [Text] / H. A. Lauwerier, J. A. Kaandorp // Report CS-R8762 – Centre for Mathematics and Computer Science, Amsterdam, The Netherlands, 1987. – P. 1–33.
17. Lin, H. Fast pyramidal search for perceptually based fractal image compression [Text] / H. Lin, A. N. Venetsanopoulos – Department of Electrical and Computer Engineering, Toronto University, Canada, 1996. – P. 1–4. doi: <http://dx.doi.org/10.1109/icip.1996.559461>
18. Fisher, Y. Fractal image compression [Text] / Y. Fisher – SIGGRAPH'92 Course Notes: From Folk Art to Hyperreality, P. Prusinkiewicz, ed., 1992. – P. 1 – 21.
19. Востров, Г. Н. Принцип сжимающих отображений и его применение для фрактального сжатия изображений [Текст] / Г. Н. Востров, Т. А. Абу Айаш – Труды Одесского политехнического университета. – 2001. – Вып. 2 (14). – С. 96–99.
20. Кроновер, Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах [Текст] / Р. М. Кроновер. – М.: Постмаркет, 2000. – 198 с.
21. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М.: Наука, 1989. – 267 с.
22. Востров, Г. М. До питання про фрактальне кодування відеопотоків [Текст] / Г. М. Востров, Т. А. Абу Айаш, П. О. Становський. – Наукові нотатки. Міжвузівський збірник. – 2005. – Вип. 17. – С. 41–48.
23. Тонконогий, В. М. Видеообработка изображений в системе автоматического измерения дефектности износостойких покрытий на режущем инструменте [Текст] / В. М. Тонконогий, П. А. Становський // Труды ОНПУ. – 2005. – Вып. 1 (23). – С. 112–115.
24. Становський, П. О. Розробка методу фрактального кодування-декодування відеопотоків [Текст] / П. О. Становський, Є. В. Малахов, О. О. Арсірій // Труды ОНПУ. – 2007. – Вып. 2 (28). – С. 113–116.
25. Лаптев, А. Г. Основы расчета и модернизация тепломассообменных установок в нефтехимии [Текст] / А. Г. Лаптев, М. И. Фарахов, Н. Г. Минеев. – Казань: КГЭУ, 2010. – 574 с.
26. Лаптев, А. Г. Методы интенсификации и моделирование тепломассообменных процессов [Текст] / А. Г. Лаптев, Н. А. Николаев, М. М. Башаров. – М.: Теплотехник, 2011. – 335 с.
27. Скобло, А. И. Процессы и аппараты нефтегазопереработки и нефтехимии [Текст] / А. И. Скобло, Ю. К. Молоканов, А. И. Владимиров, В. А. Щелкунов. – М.: Нефтяно-Газовый Бизнесцентр, 2000. – 677 с.