

На базі інтерпретації даних макроекспериментів з проникнення вологи побудована спрощена модель проникнення вологи крізь пористі матеріали на елементарному рівні. Отримана залежність включає явні експериментальні дані, що можуть бути одержані в макроекспериментах і передбачає знаходження концентрації рідини в будь-якій точці матеріалу. Дана модель дозволяє прогнозувати стан пористого матеріалу при його змочуванні

**Ключові слова:** проникнення вологи, пористі матеріали, макроексперимент, накопичення рідини, регресійна математична модель

На базе интерпретации данных макроэкспериментов по проникновению влаги построена упрощенная модель прохождения влаги через пористые материалы на элементарном уровне. Полученная зависимость включает явные экспериментальные данные, которые могут быть получены в макроэкспериментах и предусматривает нахождение концентрации жидкости в любой точке материала. Данная модель позволяет прогнозировать состояние пористого материала при его смачивании

**Ключевые слова:** проникновение влаги, пористые материалы, макроэксперимент, накопление жидкости, регрессионная математическая модель

# МЕТОД ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОНИКНЕННЯ РІДИНИ КРІЗЬ ПОРИСТІ МАТЕРІАЛИ

Г. В. Щуцька

Кандидат технічних наук, доцент  
Державний вищий навчальний заклад  
“Київський коледж легкої промисловості”  
вул. Івана Кудрі, 29, м. Київ, Україна, 01042  
E-mail: polischuka@mail.ru

## 1. Вступ

Матеріали з несучільною структурою широко використовуються в різних галузях. Найширше використання вони одержали в легкій промисловості, виходячи з їх основних властивостей. До таких властивостей можна віднести їх пружність, гігієнічні властивості, які включають можливість стримувати проходження тепла, регулювати проходження повітря, вологи.

В теперішній час актуальною задачею є створення багатошарових матеріалів (текстильних, шкіряних, різних їх комбінацій), які можуть забезпечувати нові властивості. Створення подібних матеріалів багато в чому засновано на інтуїтивних засадах.

Реальне прогнозування властивостей подібних матеріалів стримується відсутністю реально працюючих моделей, що описують процес проходження різноманітних факторів. Подібні моделі повинні базуватися на нестационарних диференціальних рівняннях масо- і теплопереносу, загальні методи рішення яких відсутні. Особлива складність додається при виникненні нелінійних складових в рівняннях.

Існуючі дані експериментів подібних матеріалів описують подібний матеріал, як суцільний об'єкт. Прогнозування стану матеріалу вимагає визначення даних в окремих його точках. Побудова моделі проходження вологи на елементарному рівні на основі даних макроекспериментів може дозволити створити реально функціонуючу модель.

## 2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Проблемою дослідження проходження вологи і тепла крізь матеріали в останні роки займалися ряд дослідників [1–3].

Основна характеристика, що характеризує волого проникнення, – діаграма в координатах «концентрація рідини – час» (рис. 1), яка описана в ряді робіт [4, 5].

На діаграмі означені параметри  $t$  – час експерименту,  $u$  – концентрація вологи в матеріалі. В деяких роботах [6] відзначається, як характерна точка  $t_0$ , що на погляд авторів є визначальною точкою при знаходженні часу повного насичення.

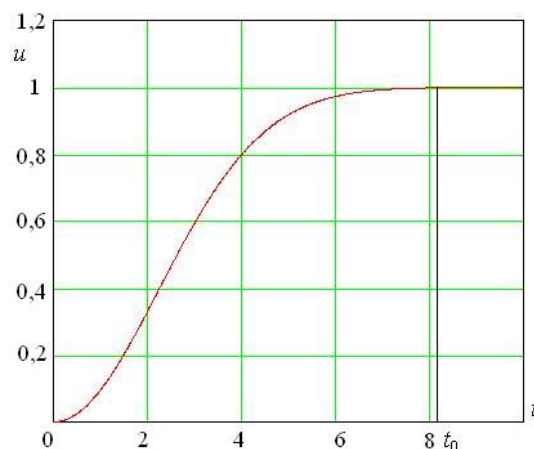


Рис. 1. Крива накопичення вологи в матеріалі

Хотілося б відзначити, що, незважаючи на безпечність процесу насичення взагалі, точка  $t_0$  може бути визначена умовно, зважаючи на асимптотичну залежність концентрації від часу на цій ділянці.

Моделювання процесу водопоглинання здійснювалось в ряді робіт [7, 8]. В основному ці результати зводилися до описання залежності рис. 1 без аналізу структури матеріалу. Можливість прогнозування ста-

ну матеріалу в різних його точках за допомогою цих моделей залишається проблематичним.

Деякі дослідження [9] визначають різницю в концентрації рідини на зовнішній і внутрішній поверхні матеріалу, однак не зважаються на створення прогностичної моделі внаслідок її складності.

В останній час з'явилися роботи, що намагаються на пряму розв'язати рівняння масопереносу [10, 11]. Незважаючи на досить цікаві результати, слід визнати, що для реальної практичної діяльності їх застосовувати дуже важко в зв'язку зі складністю одержання вхідних умов.

### 3. Мета і задачі дослідження

Мета роботи – розробити метод прогнозування стану внутрішньої поверхні пористих матеріалів на основі показників, які можуть бути визначені на основі макроекспериментів.

Для досягнення поставленої мети слід розв'язати такі задачі:

- провести аналіз існуючих експериментальних даних для визначення показників, що можуть бути визначені явно;
- визначити емпіричну залежність накопичення вологи в матеріалі;
- побудувати модель проходження рідини крізь матеріал;
- визначити основні показники проходження рідини крізь матеріал.

### 4. Аналіз експериментальних даних для визначення явних показників

Ряд джерел [4, 5] описує динаміку проходження рідини крізь пористі матеріали. Частіше всього залежність концентрації рідини від часу має вигляд, показаний на рис. 1.

Точний розв'язок щодо розподілення вологи в матеріалі можна було б знайти за допомогою рівняння дифузії.

Відзначимо, що в загальному вигляді воно має вигляд нелінійного диференційного рівняння в частинних похідних, точний розв'язок якого одержати майже неможливо. До того ж знову ж методи визначення коефіцієнтів дифузії в загальному вигляді знову ж таки залишаються невідомими.

Введемо означення:

$m$  – маса вологи в матеріалі,

$h$  – товщина матеріалу,

$a, b$  – поперечні і повздовжні розміри досліджуваного зразка відповідно,

$U$  – середня концентрація вологи в матеріалі,

$$U = \frac{m}{abh},$$

$t$  – поточний час,

$t_m$  – час, що відповідає максимуму на кривій швидкості поглинання,

$t_0$  – час насичення вологою матеріалу,

$U_0$  – максимальна концентрація вологи в матеріалі після насичення,

$u$  – питома концентрація, що дорівнює відношенню середньої концентрації до максимальної.

Використаємо напівемпіричний підхід, взявши за основу експериментальні залежності, які визначають збільшення концентрації вологи в часі (рис. 1). З цієї діаграми досить явно можна визначити максимальну концентрацію вологи в матеріалі. Надалі будемо працювати з питомими величинами, відносячи поточну концентрацію до максимальної. Тоді границі зміни питомої концентрації обмежуються значеннями від 0 до 1. Причому границя 1 визначає процес насичення, до якого дійсна діаграма наближається асимптотично. Звичайно такі криві описуються експоненціальними функціями, які до речі обґрунтовуються точними рішеннями спрощених диференційних рівнянь, і може мати вигляд  $u=1-e^{-kt}$ .

Це рішення на жаль не зовсім відповідає реальним експериментальним даним, особливо якщо звернути увагу на експериментальні залежності швидкості зміни концентрації від часу (рис. 2), які демонструють яскраво виражений максимум, що не може бути описане виразом, що пропонується. Власне кажучи, цей вираз знаходиться у протиріччі з відомими залежностями для процесу дифузії, в якому є по меншій мірі дві фізичні характеристики – сам коефіцієнт дифузії і коефіцієнт гальмування.

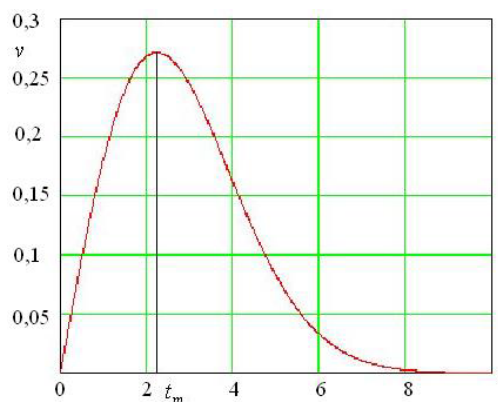


Рис. 2. Діаграма швидкості поглинання

Характерною відмінністю даної залежності від рис. 1 є наявність характерної точки, що визначається явно. Екстремум на кривій дає два параметри (час  $t_m$  і максимальну швидкість накопичення), що можуть використовуватись надалі, як характерні параметри матеріалу. На відміну від параметру повного часу насичення, що має асимптотичний характер, дані параметри визначаються явно і можуть бути характеризовані, як типові.

### 5. Визначення залежності накопичення вологи в матеріалі

Виходячи з аналізу кривої, можна запропонувати емпіричну залежність, яка більш адекватно описує процес поглинання вологи.

Ця залежність може мати вигляд  $u = 1 - e^{-\alpha t^\beta}$ , в якій параметр  $\alpha$  виступає аналогом коефіцієнту дифузії, параметр  $\beta$  аналогом коефіцієнту гальмування.

Знайдемо швидкість зміни концентрації, взявши похідну від запропонованого виразу

$$\frac{du}{dt} = \frac{\alpha\beta t^{\beta-1}}{t_m} e^{-\alpha t^\beta}.$$

Відзначаємо, що умовою екстремуму на кривій залежності швидкості від часу буде рівність похідної від цієї залежності нулю.

Тому беремо ще одну похідну. Одержуємо

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{\alpha\beta\tau^{\beta-2}}{t_m^2} e^{-\alpha\tau^\beta} \cdot [(\beta-1) - \alpha\beta\tau^\beta].$$

Умовою рівності нулю в деякій точці очевидно буде умова рівності нулю в квадратних дужках, причому питомий час в точці екстремуму дорівнює одиниці. Тоді умова екстремуму переписеться у вигляді

$$(\beta-1) - \alpha\beta = 0,$$

або

$$\alpha = \frac{\beta-1}{\beta}.$$

Тоді вихідне рівняння переписеться у вигляді

$$u = 1 - \exp\left(-\frac{\beta-1}{\beta} \tau^\beta\right).$$

Невідому константу будемо шукати з умови досягнення часу насичення  $\tau_0$ , коли зростання концентрації практично закінчиться. Враховуючи асимптотичну залежність, цей час визначити достатньо важко. Припустимо закінчення насичення відповідно досягнення концентрації величини, близької до максимальної  $1 - u_0 = \Delta$  – мала величина.

Тоді можна записати

$$\Delta = \exp\left(-\frac{\beta-1}{\beta} \tau_0^\beta\right),$$

або

$$|\ln \Delta| = \frac{\beta-1}{\beta} \tau_0^\beta.$$

Проаналізувавши можливі значення похибки  $\Delta$ , будемо вважати прийнятною величиною  $\Delta \approx 0,018$  для якого  $\ln \Delta = -4$ .

Умовою досягнення цього значення буде вираз

$$\frac{\beta-1}{\beta} \tau_0^\beta \approx 4, \text{ нагадаємо, що } \tau_0 = \frac{t_0}{t_m}, \text{ параметр, що показує}$$

час гальмування, перевищення загального часу поглинання над часом інтенсивного поглинання.

Наше завдання знайти залежність параметра  $\beta$  від часу поглинання  $\tau_0$ . Прямими методами можна знайти зворотню залежність

$$\tau_0 = \left(\frac{4\beta}{\beta-1}\right)^{\frac{1}{\beta}}.$$

Дана залежність графічно має вигляд рис. 3.

Методами регресійного аналізу була знайдена аналітична залежність, що описує зворотною кривою. Така залежність має вигляд

$$\beta = 1 + 5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}.$$

Таким чином, шукана залежність інтенсивності поглинання буде мати вигляд

$$u = 1 - \exp\left(-\frac{5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45} t}{1 + 5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45} t_m}\right).$$

Дана залежність включає явні експериментальні дані, що можуть бути одержані в макроекспериментах і може бути використана для подальших досліджень.

Реальні задачі поглинання вологи мають справу з матеріалами, що мають певну товщину і поглинають вологу поступово, починаючи від контактної поверхні.

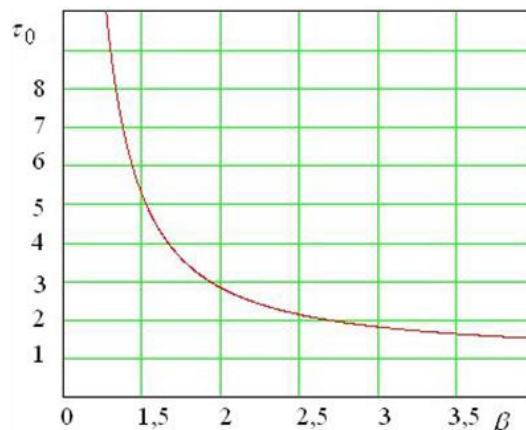


Рис. 3. Залежність часу поглинання від параметру  $\beta$

## 6. Обговорення результатів для побудови моделі проходження рідини крізь матеріал

Для розв'язання задачі поглинання по товщині бажано розв'язати рівняння дифузії, яке може бути записане у вигляді

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ D(U, z) \frac{\partial U}{\partial z} \right\},$$

де  $u$  – концентрація рідини;  $z$  – координата, що йде по товщині матеріалу;  $\tau$  – час;  $D$  – коефіцієнт дифузії.

Методи розв'язку таких рівнянь дуже громіздкі, використання їх в реальних інженерних задачах знаходиться під великим питанням.

Між тим треба враховувати, що товщини матеріалів, що досліджуються досить малі. Розповсюдження вологи в них приблизно можна вважати лінійним.

В цих умовах можна визначити чотири можливі етапи процесу проходження рідини крізь матеріал (рис. 4,  $a-z$ ). На всіх етапах вважаємо концентрацію рідини на поверхні, що змочуються стовідсотковою.

Перший етап ( $a$ ) відзначає поступове проходження вологи крізь матеріал. Концентрація вологи в матеріалі визначається лінійною залежністю. Середня концентрація вологи в матеріалі визначається, як площа закресленої фігури, що уявляє з себе трикутник.

Введемо додаткові означення:

$u_1$  – концентрація вологи на зовнішній поверхні. Для зовнішнього шару матеріалу  $u_1=1$ .

$u_2$  – концентрація вологи на внутрішній поверхні. Експериментально визначити досить складно. Однак ця концентрація є визначальною в комфортності особи, що використовує матеріал.

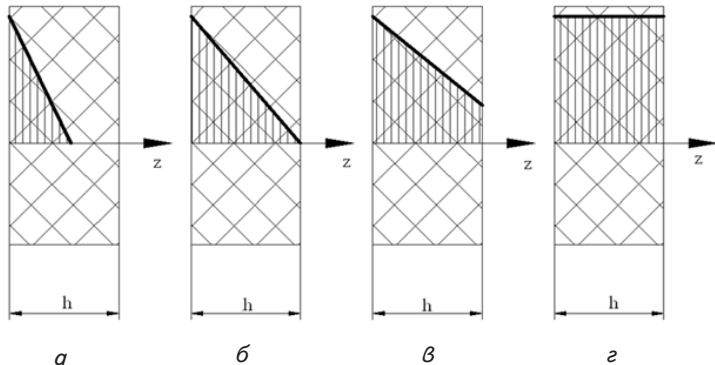


Рис. 4. Етапи проходження рідини крізь матеріал: а – початковий процес накопичення рідини; б – досягнення рідиною зовнішньої поверхні; в – розповсюдження рідини зовнішнюю поверхнею; г – повне накопичення рідини

Концентрація вологи для випадку (а) може бути визначена, як  $u = \frac{1}{2} u_1 \cdot \frac{z}{h}$ . Звідки можна знайти глибину проникнення вологи в матеріал

$$z = 2h \left[ 1 - \exp \left( - \frac{5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}}{1 + 5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \left(\frac{t}{t_m}\right)^{1+5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \right) \right]$$

Другий етап (схема б) визначає досягнення вологою внутрішньої поверхні матеріалу. Загальна концентрація визначається площею трикутника (закреслена фігура). Умова визначає час досягнення вологою внутрішньої поверхні матеріалу.

$$\frac{1}{2} = 1 - \exp \left( - \frac{5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}}{1 + 5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \left(\frac{t}{t_m}\right)^{1+5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \right)$$

Шуканий час відповідно знаходиться з умови

$$t_k = t_m \left\{ \frac{\ln 2 \cdot \left( 1 + 5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45} \right)}{5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \right\}^{\frac{1}{1+5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}}}$$

Після досягнення цього часу волога починає концентруватися на внутрішній поверхні (схема в). Загальна концентрація знаходиться, як площа трапеції

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

Тоді концентрація на внутрішній поверхні може бути знайдена, як

$$u_2 = 1 - 2 \times \exp \left( - \frac{5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}}{1 + 5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \left(\frac{t}{t_m}\right)^{1+5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \right)$$

Граничну комфортну концентрацію  $u_b$  (boundary – граничний) бажано визначати методом експертних оцінок для певної кількості споживачів, або виходячи з санітарно гігієнічних вимог. Для цієї граничної величини можна знайти відповідний граничний час комфортно перебування.

$$t_b = t_m \left\{ \frac{\left| \ln \frac{1-u_b}{2} \right| \cdot \left( 1 + 5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45} \right)}{5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}} \right\}^{\frac{1}{1+5,053 \cdot \left(\frac{t_0}{t_m}\right)^{-1,45}}}$$

Залежність  $\frac{t_b}{t_m}$  для різних рівнів комфортної концентрації наведено на рис. 5

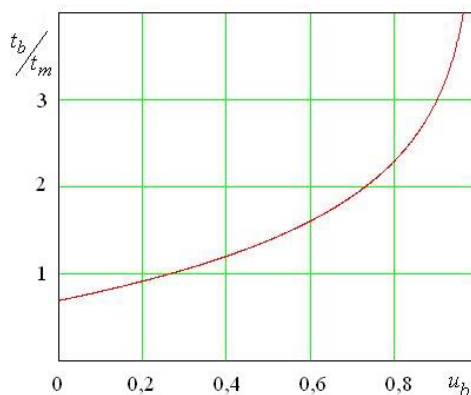


Рис. 5. Знаходження часу функціонування від різних параметрів концентрації

Дані результати можна використовувати для прогнозування часу використання виробу з даного матеріалу. При цьому умовою закінчення експлуатації може бути досягнення вологою границі матеріалу або досягнення концентрації вологи граничного значення.

### 7. Висновки

В статті описані результати дослідження з прогнозування стану внутрішньої поверхні пористих матеріалів на основі показників, які можуть бути визначені на основі макроекспериментів.

1. Проведений аналіз існуючих експериментальних даних для визначення показників, що можуть бути визначені явно. У якості нормованих показників матеріалів, що визначаються на основі макроекспериментів запропоновані час, що відповідає максимуму на кривій швидкості поглинання і максимальна швидкість поглинання.

2. Визначена емпірична залежність накопичення вологи в матеріалі, основана на даних експериментальних досліджень. Така залежність представляє собою експоненціальну функцію концентрації від часу у ступені  $\beta$ , причому  $\beta$  є характеристикою матеріалу.

3. Побудована математична модель, що дозволяє визначити основні показники проходження рідини крізь матеріал у явному вигляді. Виділені чотири

етапи проходження рідини крізь матеріал. Ця модель представляє собою алгоритм використання функцій концентрації рідини для різних фаз проходження рідини.

4. Визначені основні показники проходження рідини крізь матеріал. До них відносяться: визначення параметрів волого поглинання матеріалу на основі макроекспериментів; визначення граничної комфортної вологості внутрішнього шару методом експертних досліджень або з санітарно гігієнічних вимог; визначення часу проникнення вологи крізь матеріал (доки внутрішня поверхня залишається сухою); визначення глибини проникнення при  $t < t_k$ ; визначення часу комфортної роботи.

### Література

1. Fangueiro, S. Moisture Management Performance of Multifunctional yarns based on Wool Fibers [Text] / S. Fangueiro, R. M. Cunha, H. F. Soutinho // *Advanced Materials Research*. – 2010. – Vol. 123-125. – P. 1247–1250. doi: 10.4028/www.scientific.net/amr.123–125.1247
2. Johnson, N. G. Wool as a technical fibre. Part 3 [Text] / N. G. Johnson, E. J. Wood, P. E. Ingham, S. J. McNeil, I. D. McFarlane. – Cambridge UK: Text Inst., 2003. – 94 p.
3. Ковтун, С. І. Дослідження здатності багатшарових текстильних матеріалів до змочування [Текст] / С. І. Ковтун, В. І. Власенко, С. М. Березненко, Н. П. Супрун // *Проблеми легкой и текстильной промышленности Украины*. – 2006. – № 2 – С. 92–95.
4. Norman, R. S. Water transport mechanisms in textile material. Part II: Capillary-type penetration in yarns and fabrics [Text] / R. S. Norman, H. Kassinger // *Textile Research Journal*. – 1997. – Vol. 8. – P. 132-134
5. Crow, R. M. The Interaction of water with Fabric [Text] / R. M. Crow, J. Randall // *Textile Research Journal*. – 1998. – Vol. 68, Issue 4. – P. 280-288. doi: 10.1177/004051759806800406
6. Yoneda, M. Measurement of water absorption perpendicular to fabric plane in two- and multi-layered fabric systems [Текст] / M. Yoneda, Y. Mizuno, J. Yoneda // *Textile Research Journal*. – 1993. – Vol. 29, Issue 12. – P. 940–949.
7. Ковтун, С. І. Кінетика процесу водовбирання багатшаровими текстильними композиційними матеріалами. Математична модель процесу водовбирання. Повідомлення 2 [Текст] / С. І. Ковтун, М. Л. Рябчиков // *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну*. – 2008. – № 6. – С. 82-88.
8. Ковтун, С. І. Кінетика процесу водовбирання багатшаровими текстильними композиційними матеріалами [Текст] / С. І. Ковтун // *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну*. – 2008. – № 5. – С. 86–90.
9. Suprun, N. P. Modeling of mass transfer processes in textiles [Text] / N. P. Suprun // *Vlakna a textil*. – 2001. – Vol. 2. – P. 125.
10. Рябчиков, М. Л. Нестационарна модель водовбирання текстильними матеріалами по товщині [Текст] / М. Л. Рябчиков, В. І. Власенко, С. І. Ковтун // *Вісник східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля*. – 2009. – № 2 (132). – С. 325–334.
11. Riabchykov, N. Linear mathematical model of water uptake perpendicular to fabric plane [Text] / N. Riabchykov, V. Vlasenko, S. Arabuli // *Vlakna a textil*. – 2011. – № 2 (18). – P. 24–29.