

Література

1. Тевяшев, А. Д. Стохастические модели и методы оптимизации режимов работы газотранспортных систем [Текст] / А. Д. Тевяшев // Технологический аудит и резервы производства. – 2013. – Т. 6, № 4 (14). – С. 49–51. – Режим доступа: <http://journals.urau.ru/article/view/19647/17337>
2. Shuanggen, J. An improvement of GPS height estimations: stochastic modeling [Text] / J. Shuanggen, J. Wang, P.-H. Park // Earth, Planets and Space. – 2005. – Vol. 57. – P. 253–259. doi: 10.1186/bf03352561
3. Shapiro, A. Application of Stochastic Approaches to Modelling Suspension Flow in Porous Media Shapiro [Text] / A. Shapiro, H. Yuan; Skogseid, V. Fasano (Eds.). – Statistical Mechanics and Random Walks: Principles, Processes and Applications. Nova Science Publishers, Incorporated, 2012. – P. 1–36.
4. Тевяшев, А. Д. Оценивание параметров и метрологическая аттестация математической модели неизотермического режима транспорта природного газа по линейному участку магистрального газопровода [Текст] / А. Д. Тевяшев, В. А. Фролов, В. Б. Коток, О. А. Сендеров // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2005. – Вып. 131. – С. 157–167.
5. Дубницкий, В. Ю. Сравнительный анализ результатов планирования нормативов банковской безопасности средствами классической и нестандартной интервальной математики [Текст] / В. Ю. Дубницкий, А. М. Кобылин // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2014. – № 5 (69). – С. 29–33.
6. Евдокимов, А. Г. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях [Текст] / А. Г. Евдокимов, А. Д. Тевяшев. – Харьков: «ВИЩА ШКОЛА», 1980. – 144с.
7. Павловский, Ю. Н. Имитационное моделирование [Текст]: учеб. пос. / Ю. Н. Павловский, Н.В. Белотелов, Ю.И. Бродский. – М.: Издательский центр академия, 2008. – 236 с.
8. Koucher, E. Interval Analysis in the Extended Interval Space IR [Text] / E. Koucher // Computing Supplementum. – 1980. – Vol. 2. – P. 33–49. doi: 10.1007/978-3-7091-8577-3_3
9. Стоян, Ю. Г. Введение в интервальную геометрию [Текст]: учеб. пос. / Ю. Г. Стоян. – Х.: ХНУРЭ, 2006. – 98 с
10. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей. 4-е изд. [Текст] / Е. С. Вентцель. – Москва: Наука, 1969. – 576 с.

В роботі показано актуальність проблематики створення бібліотечних функцій локалізації розв'язків систем нелінійних рівнянь, зокрема для застосування у вбудованому програмному забезпеченні. Запропоновано алгоритм локалізації точок перетину кривих і поверхонь другого порядку, реалізований на мікроконтролері STM32F407VG з дотриманням вимог MISRA. Реалізація алгоритму може бути використана у мікропрограмному забезпеченні інтелектуальних сенсорів векторних величин

Ключові слова: інтелектуальні сенсори векторних величин, мікроконтролер, відділення коренів, локалізація, квадрика, ARM

В работе показана актуальность проблематики создания библиотечных функций локализации решений систем нелинейных уравнений, в том числе для встроенного программного обеспечения. Предложен алгоритм локализации точек пересечения кривых и поверхностей второго порядка, реализованный на микроконтроллере STM32F407VG с учетом требований MISRA. Реализация алгоритма может быть использована в микропрограммном обеспечении интеллектуальных сенсоров векторных величин

Ключевые слова: интеллектуальные сенсоры векторных величин, микроконтроллер, отделение корней, локализация, квадрика, ARM

УДК 004.4, 519.688

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.42609

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ТА МІКРО- ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ЛОКАЛІЗАЦІЇ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ КВАДРИК

Т. А. Марусенкова

Кандидат технічних наук, асистент*

E-mail: tetyana.marus@gmail.com

Д. О. Горман*

E-mail: hordon@ya.ru

*Кафедра програмного забезпечення

Національний університет

“Львівська політехніка”

вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013

1. Вступ

Сучасний стан розвитку техніки характеризується зростаючою значущістю інтелектуальних сенсорів

[1–3] завдяки ряду їхніх характеристик, зокрема, самокалібруванню та самодіагностиці. Інтелектуальний сенсор є самостійним, логічно завершеним пристроєм, здатним обробляти дані, зібрані з давачів тих чи інших

величин, що входять до його складу, перетворювати їх за заданими математичними моделями, та представляти результати у вигляді, зручному для користувача. Відомими прикладами інтелектуальних сенсорів є “електронний ніс”, “електронний язик” та складові розумного будинку.

В інтелектуальних сенсорах векторних величин, зокрема, магнітних, електромагнітних та електричних полів, можуть використовуватися давачі з нелінійними вихідними характеристиками, які залежать від однієї чи декількох компонент вимірюваного вектора. Польові характеристики ряду сенсорів є функціями, що описують криві або поверхні другого порядку [4]. Відтак, важливим етапом обробки даних в інтелектуальних сенсорах векторних величин є розв’язання систем нелінійних рівнянь з трьома невідомими, кожне з яких є компонентою вимірюваного вектора. Оскільки аналітичний спосіб застосовний лише для вузького класу рівнянь, типово для розв’язання нелінійних рівнянь і їхніх систем програмним шляхом є чисельні методи, що передбачають вирішення задачі у два етапи: спочатку знаходять наближені розв’язки (проводять відділення коренів), а тоді їх уточнюють.

“Мозком” інтелектуальних сенсорів, що здійснюють обробку даних, є мікроконтролери. Спостерігається постійне вдосконалення характеристик мікроконтролерів різних виробників та готових бібліотек для вирішення типових задач, що виникають при розробці вбудованого програмного забезпечення. Незважаючи на те, що чимала кількість задач зводиться до розв’язання систем нелінійних рівнянь, аналіз математичних бібліотек, як загального призначення, так і спеціалізованих для мікроконтролерів, виявив відсутність уніфікованого підходу до відділення розв’язків систем нелінійних рівнянь та бібліотечних функцій, що розв’язують цю задачу.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Огляд існуючих бібліотек, що містять реалізацію чисельних методів для розв’язання нелінійних рівнянь [5–8] показує, що більшість з цих бібліотек надають функції для знаходження коренів нелінійних рівнянь і їхніх систем, які є реалізаціями методу Ньютона [6], методу половинного ділення або методу хорд. Бібліотечні функції для пошуку нулів поліноміальних функцій однієї змінної потребують, щоб в якості параметрів їм були передані межі числового проміжку, які містить шуканий розв’язок, тоді як для розв’язання систем поліноміальних рівнянь вимагається передача в якості параметра якогось наближеного розв’язку системи.

У ході дослідження зазначених бібліотечних функцій виявлено, що їхня робота є нестабільною, якщо в якості параметра передано некоректно сформований інтервал (недостатньо вузький або такий, що містить декілька коренів рівняння) або недостатньо наближений розв’язок. Крім того, на числовий проміжок $[a; b]$, переданий як параметр бібліотечній функції уточнення коренів, накладається умова $f(a) \cdot f(b) < 0$.

Зокрема, якщо на проміжку $[a; b]$, знаходяться три корені, але не виконується умова $f(a) \cdot f(b) < 0$, функція повертає результат, що коренів на проміжку немає.

Багатомірний метод Ньютона дозволяє уточнювати наближений розв’язок системи нелінійних рівнянь, однак, для будь-якого вектора початкових наближень метод зможе знайти лише один розв’язок (найближчий). Отже, для відшукання усіх розв’язків необхідно знати кількість коренів і проміжки, в яких вони знаходяться.

Слід зазначити, що використання множини стандартних бібліотек для розв’язання нелінійних рівнянь у мікропрограмному забезпеченні обмежується тим фактом, що вбудоване програмне забезпечення повинно відповідати правилам MISRA [9], тоді як значна частина бібліотечних функцій не є сумісною з MISRA, оскільки використовує рекурсію або функції для роботи з динамічною пам’яттю. Оскільки можливості мікроконтролерів усе ще є обмеженими, зокрема, за обсягом доступної пам’яті, цей факт необхідно враховувати при розробці алгоритмів локалізації розв’язків нелінійних рівнянь і їхніх систем.

Для локалізації коренів типово застосовують графічний і аналітичний спосіб. Графічний спосіб не може бути використаний як проміжна ланка в розв’язанні нелінійних рівнянь в мікропрограмному забезпеченні, оскільки передбачає участь людини, а коефіцієнти у системі рівнянь можуть бути змінними. Аналітичний спосіб базується на загальновідомих теоремах [6] або ж на специфічних властивостях того чи іншого класу функцій. Для визначення числа розв’язків поліноміальних рівнянь і їхніх систем може бути використаний базис Гребнера [10], однак, застосовність цього методу у програмному забезпеченні мікроконтролерів обмежується його чутливістю до точності проміжних обчислень.

Огляд існуючих бібліотек показує відсутність готових функцій для відділення коренів. У [11] представлено алгоритм відділення коренів поліноміальних функцій однієї змінної і мікропрограмне забезпечення для контролерів сімейства ARM. У [12] описаний спосіб локалізації розв’язків системи рівнянь вигляду $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + a_{14}x + a_{24}y + a_{34}z + a_{44} = 0$ за допомогою обчислення матриці Сильвестра. Однак, існує необхідність у розробці повторно застосовуваних функцій для знаходження наближених розв’язків довільних нелінійних рівнянь і їхніх систем, зокрема систем рівнянь, які описують поверхні другого порядку і, як частинний випадок, криві другого порядку.

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є розроблення алгоритму локалізації точок перетину поверхонь другого порядку (квадрик) і його реалізації для мікроконтролерів сімейства ARM.

Для досягнення поставленої мети були поставлені наступні завдання:

- аналіз математичних бібліотек для мікроконтролерів сімейства ARM та математичних засад і коду бібліотечних функцій уточнення розв’язків нелінійних рівнянь і їхніх систем;

- систематизація математичного апарату, що може слугувати підґрунтям для розроблення алгоритму локалізації точок перетину поверхонь другого порядку, розроблення та реалізація такого алгоритму для мікроконтролера STM32F407VG у складі плати STM32F4Discovery;

– верифікація розробленого алгоритму та дослідження практичності його застосування спільно з існуючими функціями уточнення розв’язків нелінійних рівнянь і їхніх систем.

4. Опис методики локалізації точок перетину квадрик

Нехай маємо систему щонайменше трьох рівнянь, що описують поверхні другого порядку, тобто рівнянь вигляду:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{13}xz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0 . \tag{1}$$

Для локалізації точок перетину поверхонь (1), тобто, знаходження числових проміжків $[x_1; x_2]$ $[y_1; y_2]$ та $[z_1; z_2]$, що потенційно містять точки перетину, застосуємо наступний підхід:

1. Знаходимо області $[x_{i1}; x_{i2}]$, $[y_{i1}; y_{i2}]$, $[z_{i1}; z_{i2}]$ визначення функції, що представляє собою ліву частину кожного з рівнянь (1), де $i=1, N$ – номер рівняння в системі з N рівнянь (1)

2. Обчислюємо перерізи

$$X = [x_{11}; x_{21}] \cap [x_{12}; x_{22}] \cap \dots \cap [x_{1N}; x_{2N}] ,$$

$$Y = [y_{11}; y_{21}] \cap [y_{12}; y_{22}] \cap \dots \cap [y_{1N}; y_{2N}] ,$$

$$Z = [z_{11}; z_{21}] \cap [z_{12}; z_{22}] \cap \dots \cap [z_{1N}; z_{2N}] ,$$

одержуючи таким чином числові проміжки, на яких можуть бути розв’язки, і відкидаючи проміжки, на яких розв’язків завідомо бути не може. Якщо хоча б один із отриманих перерізів X , Y , Z містить порожню множину, то розв’язків системи не існує.

3. Знайдені числові проміжки розбиваємо на N_1 , N_2 і N_3 рівновіддалених проміжків, таким чином область $x \in X$, $y \in Y$ та $z \in Z$ може бути представлена як сукупність паралелепіпедів, вершинами яких є вузлові точки, одержані зазначеним розбиттям числових проміжків X , Y , Z . Вибір значень N_1 , N_2 і N_3 залежить від співвідношення довжин проміжків X , Y , Z .

4. Для кожного паралелепіпеда перевіряємо, чи він перетинається усіма поверхнями другого порядку (1). Якщо так, то у даному паралелепіпеді може міститися розв’язок, інакше в даній області гарантовано відсутні розв’язки системи. Числові проміжки $[x_j; x_k]$, $[y_j; y_k]$, $[z_j; z_k]$, які формують область, що потенційно містить шукані розв’язки системи рівнянь, зберігаємо.

Для визначення, чи поверхня (1) перетинає паралелепіпед $x \in [a_1; b_1]$, $y \in [a_2; b_2]$, $z \in [a_3; b_3]$, застосуємо інтервальну арифметику, підставляючи дані проміжки у рівняння поверхні (1):

$$a_{11}[a_1; b_1]^2 + a_{22}[a_2; b_2]^2 + a_{33}[a_3; b_3]^2 + 2a_{12}[a_1; b_1][a_2; b_2] + 2a_{23}[a_2; b_2][a_3; b_3] + 2a_{13}[a_1; b_1][a_3; b_3] + 2a_{14}[a_1; b_1] + 2a_{24}[a_2; b_2] + 2a_{34}[a_3; b_3] + a_{44} .$$

Якщо для отриманого в результаті інтервал $[c; d]$ справджується $c \cdot d < 0$, паралелепіпед перетинається поверхнею другого порядку. Якщо для всіх інтервалів $[c_i; d_i]$ справджується умова $c_i \cdot d_i < 0$, у даному паралелепіпеді може міститися розв’язок, а інакше він гарантовано не містить точок перетину квадрик.

Недоліком запропонованого підходу є те, що локалізовані проміжки необов’язково містять шукані розв’язки, однак, не буде втрачено жодної області, що містить розв’язки.

Запропонований алгоритм локалізації розв’язків системи рівнянь, що описують поверхні другого порядку, реалізований у вигляді функції згідно з вимогами MISRA C на мікроконтролері STM32F407VG архітектури ARM, встановленого на відлагоджувальній платі STM32F4Discovery, в середовищі Keil μ Vision 5.

5. Оцінювання релевантності розробленого алгоритму і функції локалізації точок перетину квадрик

Оцінювання доцільності застосування розробленої функції спільно з існуючими бібліотечними функціями, що реалізують чисельні методи для уточнення розв’язків нелінійних рівнянь і їхніх систем, проводилося наступним чином. Для поліноміальних функцій однієї змінної, систем з двох рівнянь, що описують криві другого порядку, та систем з трьох рівнянь, які визначають поверхні другого порядку, спочатку викликалася розроблена функція і фіксувалися локалізовані нею числові області, що потенційно містять розв’язки. Далі, для всіх бібліотечних функцій уточнення коренів формувалися числові проміжки трьох типів:

- 1) проміжки, знайдені в результаті роботи розробленої функції;
- 2) проміжки, знайдені графічним методом;
- 3) проміжки, визначені з дуже грубим наближенням, “на око”.

Для бібліотечних функцій, які вимагають у якості аргументів не числового проміжку, а наближеного розв’язку рівняння або системи рівнянь, бралися середини проміжків усіх типів.

Правильність результатів роботи функцій уточнення коренів встановлювалася зв’язанням кількості знайдених коренів рівняння з зв’язанням з істинним числом розв’язків на кожному проміжку, а також порівнянням знайдених коренів з відомими коренями.

Загалом оцінювання виконувалося за допомогою 8 відомих бібліотечних функцій, що реалізовували метод Ньютона, метод хорд і метод дихотомії.

У табл. 1 подано результати описаної вище перевірки доцільності розробленої функції на прикладі знаходження коренів рівняння

$$8x^6 - 10x^5 - 7x^4 - 9x^3 - 5x^2 + 3x = 0 ,$$

а в табл. 2 – результати аналогічної перевірки для системи рівнянь

$$\begin{cases} -35x^2 + 64x + 12y - 52z = 0, \\ 98x^2 - 21 = 0, \\ x^2 + 24yz - 38x + 26y - 48 = 0. \end{cases}$$

Для одновимірного випадку перевірялися функції, що застосовують три чисельні методи, тоді як для випадку розв'язання зазначеної системи рівнянь використовувалася лише бібліотечна функція, що реалізує багатомірний метод Ньютона. Оскільки більшість бібліотечних функцій реалізують методи Ньютона, дихотомії або хорд, то результати тестування в табл. 1 згруповані по відношенню до цих методів, а не до їхніх конкретних функцій-реалізацій.

Таблиця 1

Результати перевірки доцільності розробленого алгоритму на прикладі знаходження нулів функції однієї змінної

Алгоритм	Проміжок	Результат алгоритму	Висновок
Метод дихотомії	[0.5; 3]	$x=2.0148$ $F(x)=-0.4394$	Усі методи, крім методу хорд, дали правильний результат. Методом хорд знайдено нуль функції не із заданого проміжку.
Метод Ньютона	[0.5; 3] (коректний проміжок з одним розв'язком, знайдений розробленою функцією локалізації)	$x=2.015$ $F(x)=0.00117$	
Метод хорд		$x=0.3322$ $F(x)=-0.0001$	
Метод дихотомії	[-1; -0.5]	$x=-0.7334$ $F(x)=-0.01508$	Усі методи дали правильний результат.
Метод Ньютона	[-1; -0.5] (коректний проміжок з одним розв'язком, знайдений функцією локалізації)	$x=-0.73327318$ $F(x)=0$	
Метод хорд		$x=-0.73215496$ $F(x)=-0.0198$	
Метод дихотомії	[1; 1.5]	$F(1)=-20$ $F(1.5)=-57.375$ $F(1) \cdot F(1.5) > 0$	Методи дали правильний результат, що коренів на даному проміжку немає, оскільки $F(1) \cdot F(1.5) > 0$
Метод Ньютона	[1; 1.5] (проміжок, що не містить коренів, але був знайдений функцією локалізації коренів)		
Метод хорд			
Метод дихотомії	[-0.4; 2.3] (три корені на проміжку, проміжок взято навмання)	$x=2.0146$ $F(x)=-0.4394$	Методами було уточнено лише один корінь із трьох
Метод Ньютона		$x=2.01498$ $F(x)=0.0005$	
Метод хорд		$x=-0.02823$ $F(x)=-0.0885$	
Метод дихотомії	[-1; 0.25] (два корені на проміжку, взято об'єднані проміжки з коренями, виявленими графічним методом)	$F(-1)=12$ $F(0.25)=0.262$ $F(-1) \cdot F(0.25) > 0$	Методи дали хибний результат, спираючись на умову $F(-1) \cdot F(0.25) > 0$
Метод Ньютона			
Метод хорд			

Таблиця 2

Результати перевірки доцільності розробленого алгоритму на прикладі знаходження точок перетину трьох квадратів

Проміжок	Наближення кореня	Результат алгоритму	Висновок
	$x_0=-0.5$ $y_0=-3.5$ $z_0=-1.5$	$x=-0.4629$ $y=-3.2685$ $z=-1.4682$	Проміжок з одним розв'язком, знайдено функцією локалізації Розв'язок знайдений успішно.
$x \in [-0.8; -0.1]$ $y \in [-3.8; -2.5]$ $z \in [-2; -1]$	$x_0=-0.8$ $y_0=-3.8$ $z_0=-2$	$x=-0.463$ $y=-3.269$ $z=-1.468$	Сформовано проміжок з одним розв'язком. Перевірено результати алгоритму уточнення у середині проміжку та на кінцях. Розв'язок було знайдено успішно із заданою точністю для усіх трьох випадків.
	$x_0=-0.45$ $y_0=-3.15$ $z_0=-1.5$	$x=-0.4629$ $y=-3.2685$ $z=-1.4682$	
	$x_0=-0.1$ $y_0=-2.5$ $z_0=-1$	$x=-0.4629$ $y=-3.2685$ $z=-1.4682$	
$x \in [-0.8; -0.1]$ $y \in [-5; 5]$ $z \in [-3; 2]$	$x_0=-0.8$ $y_0=-5$ $z_0=-3$	$x=-0.4629$ $y=-3.2685$ $z=-1.4682$	Сформовано проміжок із двома розв'язками. Досліджено результат на кінцях та всередині проміжку. Розв'язки були уточнені успішно. Різні значення наближення дали різні розв'язки.
	$x_0=-0.45$ $y_0=0$ $z_0=-0.5$	$x=-0.46290$ $y=1.66790$ $z=-0.3290$	
	$x_0=-0.1$ $y_0=5$ $z_0=2$	$x=-0.46290$ $y=1.66790$ $z=-0.32900$	
$x \in [-5; -3]$ $y \in [-6; 8]$ $z \in [-4; 2]$	$x_0=-5$ $y_0=-6$ $z_0=-4$	$x=-0.4629$ $y=-3.2685$ $z=-1.4682$	Сформовано проміжок без розв'язків. Знайдено два різні розв'язки навіть при неправильно заданому проміжку.
	$x_0=-4$ $y_0=1$ $z_0=-1$	$x=-0.4629$ $y=1.66797$ $z=-0.3290$	
	$x_0=-3$ $y_0=8$ $z_0=2$	$x=-0.4629$ $y=1.66797$ $z=-0.3290$	
Проміжок відсутній, наближений розв'язок взято навмання	$x_0=1000$ $y_0=1000$ $z_0=1000$	$x=0.4629$ $y=1.4733$ $z=0.7655$	Задано хибний наближений розв'язок. Один з розв'язків знайдено успішно.

6. Апробація результатів дослідження

Запропонований алгоритм був верифікований у три етапі. На першому етапі в якості тестових прикладів були вибрані системи рівнянь, що описують криві та поверхні другого порядку, точки перетину яких є відомими. В усіх тестових випадках розроблена функція гарантовано повертала числові проміжки, що містили точки перетину кривих і поверхонь, однак, серед результатів роботи функції траплялися і такі, що насправді не містили розв'язків тестових систем рівнянь.

На другому етапі оцінювалася доцільність застосування розробленої функції як проміжної ланки у процесі розв'язання систем поліноміальних рівнянь. Для 8 поліноміальних функцій однієї змінної, 8 систем рівнянь, що описують криві другого порядку, та для 10 систем рівнянь поверхонь другого порядку викликала розроблена функція для локалізації їхніх розв'язків. Вибіркові результати цього тестування представлені у табл. 1, 2. Як видно з представлених ре-

зультатів, бібліотечні функції для уточнення розв'язків нелінійних рівнянь можуть повертати некоректні результати або ж знаходити не всі розв'язки в залежності від переданого їм наближеного розв'язку. Зокрема, некоректний результат в роботі функцій знаходження нулів функцій однієї змінної спостерігається у випадках, якщо сформований проміжок містить декілька розв'язків (буде знайдено лише один) або ж для меж проміжку $[a; b]$ порушена умова $F(a) \cdot F(b) < 0$. У випадку розв'язання системи нелінійних рівнянь з трьома змінними багатомірним методом Ньютона один з розв'язків гарантовано буде знайдений, однак, усі інші лишаться незнайденими.

Для всіх числових областей, знайдених розробленою функцією локалізації точок перетину квадрат, вдавалося правильно провести уточнення розв'язків за умови, що розв'язки насправді містилися в цих областях.

На третьому етапі перевірялася відповідність розробленої функції вимогам MISRA C.

Результати тестування показали працездатність і доцільність розробленої функції локалізації точок перетину квадрат.

7. Висновки

Проаналізовано математичні бібліотеки функцій, що реалізують чисельні методи (переважно, метод Ньютона, метод хорд і метод дихотомії) для розв'язання нелінійних рівнянь і їхніх систем. Проведено тестування залежності результатів роботи цих функцій від переданих їм параметрів. У процесі перевірки ряду бібліотечних функцій виявлено, що коректність результатів їхньої роботи залежить від того, наскільки правильно

сформовано цей параметр. Якщо задано проміжок, який не містить шуканих розв'язків або ж, навпаки, містить більше ніж один розв'язок, буде одержано хибний результат, що доводить необхідність у програмних реалізаціях функцій, які б дозволяли коректно локалізувати розв'язки. Виявлено відсутність уніфікованого підходу до локалізації розв'язків нелінійних рівнянь і їхніх систем, а також готових програмних реалізацій.

Запропоновано алгоритм локалізації точок перетину поверхонь другого порядку і їхнього частинного випадку – кривих другого порядку, що був реалізований та верифікований для мікроконтролера STM32F407VG на основі архітектури ARM (у складі плати STM32F4Discovery) в середовищі Keil μ Vision 5 з дотриманням стандарту MISRA C.

Результати апробації розробленої функції дозволяють стверджувати, що вона може бути використана для формування і доповнення бібліотек математичних функцій, які реалізують поширені чисельні методи уточнення наближених значень розв'язків нелінійних рівнянь. Застосування функції доцільне передусім в інтелектуальних сенсорах векторних величин, польові характеристики яких описуються рівняннями квадрат.

Недоліком запропонованого алгоритму є те, що з-поміж результатів його роботи можуть бути «паразитні» проміжки, що насправді не містять точок перетину квадрат. Однак, цей факт не впливає на результати розв'язання системи нелінійних рівнянь, оскільки функції для уточнення коренів не знаходять розв'язків на інтервалах, де їх немає. Плануються подальші пошуки шляхів розроблення алгоритмів і мікропрограмного забезпечення на їхній основі для локалізації розв'язків систем рівнянь, які описуються довільними функціями трьох змінних.

Література

1. Riviere, J. M. Design of smart sensors: towards an integration of design tools [Text] / J. M. Riviere, D. Luttenbacher, M. Robert, J. P. Jouane // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 1995. – Vol. 47, Issue 1-3. – P. 509–515. doi: 10.1016/0924-4247(94)00952-e
2. Bowen, M. Consideration for the design of smart sensors [Text] / M. Bowen, G. Smith // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 1995. – Vol. 47, Issue 1-3. – P. 516–520. doi: 10.1016/0924-4247(94)00953-f
3. Chaudhari, M. Study of Smart Sensors and their Applications [Text] / M. Chaudhari, S. Dharavath // *International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering*. – 2014. – Vol. 3, Issue 1. – P. 5031–5034.
4. Bolshakova, I. A. Methods of modeling and calibrating 3D magnetic sensors based on splitted Hall structures [Text] / I. A. Bolshakova, R. L. Holyaka, Z. Yu. Hotra, T. A. Marusenkova // *Electronics and communications. Electronics and nanotechnologies*. – 2011. – Vol. 2, Issue 61. – P. 34–38.
5. Swanson, D. Signal Processing for Intelligent Sensor Systems with MATLAB [Text] / D. Swanson. – CRC Press, 2011. – 380 p.
6. Deuffhard, P. Newton Methods for Nonlinear Problems [Text] / P. Deuffhard // *Affine Invariance and Adaptive Algorithms. Springer Series in Computational Mathematics*. – 2004. – Vol. 35.
7. Gay, D. M. Solving systems of nonlinear equations by Broyden's method with projected updates, in *Nonlinear Programming* [Text] / D. M. Gay, R. B. Schnabel. – Academic Press, New York, 1978. – P. 245–281. doi: 10.1016/b978-0-12-468660-1.50014-1
8. Dennis, J. E. Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations [Text] / J. E. Dennis, R. B. Schnabel. – Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1983.
9. «MISRA C:2012 Guidelines for the use of the C language in critical systems» [Electronic source] / Available at: <http://www.misra.org.uk>
10. Lauritzen, N. Concrete Abstract Algebra: From Numbers to Gröbner Bases [Text] / N. Lauritzen. – Cambridge University Press, 2003. – 252 p.
11. Marusenkova, T. Approach To Roots Separation For Solving Nonlinear Equations On ARM Cortex-Based Microcontrollers [Text] / T. Marusenkova, I. Yurchak // XXII Ukrainian-Polish Conference on “CAD in Machinery Design. Implementation and Educational Issues”. – Lviv, 2014. – P. 101–103.
12. Горман, Д. О. Алгоритм відділення коренів поліноміальних функцій для мікроконтролерів на основі ARM [Текст] / Д. О. Горман, Т. А. Марусенкова, І. Ю. Юрчак // XIII Міжнародна науково-технічна конференція CADSM “Досвід розробки та застосування приладо-технологічних САПР в мікроелектроніці”. – Львів-Поляна, 2015. – С. 50–52.