Розроблено математичні моделі розбиття графу трубопровідної мережі на підграфи аварійно-ремонтних зон, які визначають послідовність і впорядкованість ребер графа, що забезпечують його безперервну зв'язність. Розглянуто конкретний приклад визначення послідовності та впорядковування ребер графа трубопровідної мережі на початковому етапі розбиття графу трубопровідної мережі на підграфи аварійно-ремонтних зон

Ключові слова: трубопровідна мереж, аварійно-ремонтна зона, функціональна надійність, граф трубопровідної мережі

Разработаны математические модели разбиения графа трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон, которые определяют последовательность и упорядочивание ребер графа, обеспечивающих его непрерывную связность. Рассмотрен конкретный пример определения последовательности и упорядочивания ребер графа трубопроводной сети на начальном этапе разбиения графа трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон

Ключевые слова: трубопроводная сеть, аварийно-ремонтная зона, функциональная надежность, граф трубопроводной сети

УДК 004.02: 628.144
DOI: 10.15587/1729-4061.2015.42811

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ УПОРЯДОЧИВАНИЯ РЕБЕР ГРАФА ТРУБОПРОВОДНОЙ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

Н. И. Самойленко
Доктор технических наук,
профессор, заведующий кафедрой*
E-mail: nn-samoylenko@rambler.ru
И. А. Гавриленко
Ассистент*
E-mail: i.gavrilenko@ukr.net
Т. С. Сенчук
Ассистент*
E-mail: tatyanaps@mail.ru
*Кафедра прикладной математики и информационных технологий
Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. Н. Бекетова
ул. Революции 12, г. Харьков, Украина, 61002

1. Введение

Выявление и учёт зависимости функциональной надёжности трубопроводной сети от её структуры играет важную роль в проектировании, эксплуатации и развитии водо- и газопроводных систем. Под функциональной надёжностью трубопроводной сети понимается вероятность бесперебойной поставки целевого продукта конкретному потребителю в течение определённого периода времени T. Для успешного решения задач проектирования, рациональной эксплуатации и выбора оптимального варианта развития существующих трубопроводных систем необходимо использовать метод расчёта функциональной надёжности, который с высокой точностью позволял бы рассчитывать вероятность непрерывного транспортирования целевого продукта от источника к потребителю в трубопроводных системах со сложной структурой. Структура трубопроводных сетей оказывает непосредственное влияние на функциональную надёжность как положительное, так и отрицательное. Параллельные трубопроводные участки позволяют повысить надежность, последовательные – уменьшить.

Наличие точных методов расчета надежности не является достаточным условием для решения задач проектирования и эксплуатации трубопроводных систем. Очень важным моментом является доведение методов расчета показателей надежности до информационной технологии, позволяющей в режиме реального времени получать их точные значения. Именно на этой стадии возникают новые инженерные задачи, требующие квалифицированного анализа и решения. Некоторые из этих задач рассматриваются в настоящей статье.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Среди существующих работ, в которых рассматриваются методы расчета надежности трубопроводных систем, наибольший интерес представляют работы [1–4]. В работе [1] наиболее полно рассматриваются проблемы расчета надежности для трубопроводных систем с параллельно-последовательными участками и системы с «мостиковыми соединениями». Для параллельно-последовательных систем автор предлагает использовать тривиальные методы расчета надежности смешанных систем. Однако трубопроводные системы имеют в своем составе запорную арматуру (задвижки, вентили и пр.), которая имеет различное функциональное назначение. Без дополнительных исследований трудно однозначно сказать, какому типу соединения она соответствует: параллельному или последовательному. Следовательно, тривиальный метод расчета требует непростой адаптации к трубопроводным системам. Аналогичный недостаток присущ и методам расчета трубопроводных систем с «мостиковыми соединениями». Более того, метод носит комбинаторный характер, что делает его непригодным для сложных трубопроводных систем, какими являются реальные городские водопроводные, тепловые и газовые сети.

В работе [2], автор предлагает расчёт вероятности безотказной подачи воды потребителю для сложно структурированных водопроводных сетей методом поперечных сечений сети между источником и потребителями. Основным недостатком метода является то, что результат расчета представляет собой оценку. Неоднозначность результата не позволяет решать такие задачи, как задача оптимального оперативного управления функционированием сети или ее проектирования по критерию надежности, как задача установления виновника аварии в спорных ситуациях между эксплуатационниками и потребителями и тому подобные.

В работе [3] авторами с помощью компьютерного эксперимента подтверждается состоятельность расчета функциональной надежности трубопроводных систем методом аварийно-ремонтных зон (АРЗ). Авторы предложили информационную технологию проверки адекватности математических моделей, полученных методом АРЗ. Однако информационной технологии получения самих моделей они не рассматривают.

Один из этапов метода АРЗ, доведенного до программной реализации и апробированного на реальных водопроводных сетях, рассматривается в работе [4]. Это этап разбиения графа трубопроводной сети на аварийно-ремонтные зоны. В основу компьютерной программы положен рекурсивный алгоритм, требующий значительных объемов памяти и нарушающий требование реального времени выполнения.

Топологические методы расчета надежности в [5] хорошо демонстрируют принципы расчета сложно структурированных систем, но требуют существенной адаптации к трубопроводным системам.

Методы расчета тепловых сетей в [6], как и в работах [1, 2], при составлении расчетных схем надежности не учитывают функциональные особенности запорной арматуры, что на практике может привести к ошибочным результатам.

Статистические методы надежности в [7, 8] дают наиболее объективные значения для показателей надежности трубопроводных систем, но в силу их неспособности работать в режиме реального времени, делают их неприемлемыми в информационной технологии расчета функциональной надежности.

Работы [9, 10] имеют большое теоретическое значение для любых исследований по надежности технических систем, но для данной статьи они полезны как обоснование математической корректности и состоятельности полученных математических моделей.

На основании анализа литературных источников по теме статьи авторы считают наиболее перспективным направлением в разработке информационной технологии расчета функциональной надежности трубопроводной сети направление, ориентированное на использование метода АРЗ, который включает семь последовательных этапов [3]:

1. Формирование математической модели трубопроводной сети со сложной топологической структурой в виде взвешенного графа.
2. Разбиение исходного взвешенного графа сложной трубопроводной сети на подграфы (макроэлементы), каждый из которых соответствует одной аварийно-ремонтной зоне (АРЗ).
3. Расчет технической надежности АРЗ как независимого макроэлемента в функционировании трубопроводной сети.
4. Преобразование исходного взвешенного графа сети большой размерности во взвешенный макрограф АРЗ малой размерности (замена микрографа каждой АРЗ одной вершиной).
5. Построение упрощенного макрографа АРЗ относительно конкретного потребителя трубопроводной сети.
6. Построение расчётной модели функциональной надёжности трубопроводной сети относительно конкретного потребителя.
7. Формирование математической модели функциональной надёжности сети относительно конкретного потребителя с помощью классических методов теории надёжности технических систем и непосредственный расчёт функциональной надёжности.

Метод учитывает как протяженность трубопроводов, так и любую особенность структуры трубопроводной системы, влияющую на искомую функциональную надёжность.

В основу метода положено разбиение трубопроводной сети на АРЗ и замена структуры трубопроводной сети макроструктурой АРЗ, которая полностью наследует функциональную надёжность системы.

3. Цель и задачи исследования

Целью работы является разработка математических моделей в задаче разбиения графа трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон, которые будут определять последовательность и упорядочивание ребер графа, обеспечивающих его непрерывную связность в процессе построения. При этом алгоритмы, реализующие данные математические модели, должны быть достаточно просты и не требовать больших объемов оперативной памяти.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

1. Разработать математическую модель процедуры определения последовательности ребер, обеспечивающую непрерывную связность графа в процессе его построения. В качестве исходных данных взять данные, определяющие структуру и состав графа трубопроводной сети с произвольно указанной нумерацией ребер, которая используется на коммунальном предприятии, эксплуатирующем трубопроводную сеть.
2. Разработать математическую модель перенумерации ребер, для последующей разработки упрощенного (однопроходного) алгоритма разбиения графа

трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон. В качестве исходных данных использовать результаты предыдущей задачи (п. 1).

3. Подтвердить состоятельность разработанных математических моделей с помощью цифрового моделирования и провести контрольный просчет на конкретном примере.

4. Материалы и методы исследования в задаче разработки математических моделей упорядочивания ребер графа трубопроводной распределительной сети

Для компьютерного решения задачи разбиения графа трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон необходимо предварительно подготовить исходный массив ребер графа M^t таким образом, чтобы последовательная нумерация ребер обеспечивала непрерывную связность графа сети в процессе его построения. Такая подготовка необходимо только в том случае, если исходная нумерация ребер производилась произвольным образом. Если условие связности графа учитывалось при исходной нумерации ребер, то процедуру подготовки массива можно пропустить. Однако для полной гарантии правильного разбиения графа на подграфы рекомендуется все-таки ее проводить.

Разбиение исходного взвешенного графа сложной трубопроводной сети на подграфы АРЗ возможно выполнить с помощью рекурсивного алгоритма [10], который реализован на AutoLISP. Однако применение такого алгоритма требует больших затрат памяти, что затрудняет его использование при расчетах сетей большой размерности.

4. 1. Формирование исходных данных

Матрица (двухмерный массив) ребер M^t размерности $(4\times n)$ содержит основные исходные данные, определяющие структуру и состав графа сети.

Для описания алгоритма разбиения графа сети на подграфы АРЗ и его компьютерной реализации матрицу M^t удобно представлять в виде четырех строк, имеющих следующее назначение:

– первая строка матрицы – вектор-строка t для обозначения ребер графа сети t_j, $t=\left\{t_j\right\}_1^n$;

– вторая строка матрицы – вектор-строка s для обозначения начальных вершин s_j, соответствующих ребрам t_j, $s=\left\{s_j\right\}_1^n$;

– третья строка матрицы – вектор-строка f для обозначения конечных вершин f_j, соответствующих ребрам t_j, $f=\left\{f_j\right\}_1^n$;

– четвертая строка матрицы – вектор-строка z для указания значений z_j, определяющих наличие и расположение задвижек на ребре t_j, $z=\left\{z_j\right\}_1^n$.

Элементы z_j вектор-строки z могут принимать одно из четырех значений в зависимости от наличия и расположения задвижек на трубопроводе, соответствующем ребру t_j, а именно:

– 0, если на трубопроводе нет задвижек;

– 1, если задвижка находится в начале трубопровода;

– 2, если задвижка находится в конце трубопровода;

– 3, если имеются задвижки в начале и в конце трубопровода.

4. 2. Подготовка массива ребер для проведения разбиения графа трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон

Подготовка массива ребер включает две подзадачи:

– подзадачу определения последовательности ребер, обеспечивающей непрерывную связность графа в процессе его построения;

– подзадачу упорядочивания (сортировку) исходного массива ребер в соответствии с последовательностью ребер, обеспечивающей непрерывную связность графа в процессе его построении.

Первая подзадача заключается в преобразовании исходной последовательности (нумерации) ребер графа таким образом, чтобы процесс построения графа, начатый с первого ребра последовательности и законченный последним ребром, не сопровождался нарушением условия связности построенного фрагмента графа.

Для искомой последовательности ребер предназначен вектор $d=\left\{d_j\right\}_1^n$, $d_j\in\left\{1,2,...,n\right\}$. В исходном состоянии все элементы вектора d равны нулю. По завершению решения рассматриваемой подзадачи элемент d_j указывает на порядковый номер ребра t_j в искомой последовательности.

4. 3. Определение последовательности ребер, обеспечивающей непрерывную связность графа в процессе его построения

Определение искомой последовательности производится поэтапно. По мере построения искомой последовательности параллельно строится связный граф, причем считается, что первый элемент искомой последовательности известен. Он соответствует ребру t_1. При этом параллельно строящийся граф уже имеет это ребро t_1 и две вершины s_1 и f_1. Этапы обозначаются индексом l (l=1,2,...). Каждый этап включает n шагов. Шаги обозначаются индексом j (j =1,2,...,n). На каждом шаге обрабатывается одно ребро t_j. Если оно еще не входит в построенный фрагмент графа, но хотя бы одна из его двух вершин (s_j или f_j) уже входит в него, то данное ребро включают в искомую последовательность, т. е. теперь ребро t_j в новой последовательности должно занимать j-е место.

Исходными данными для решения данной задачи являются те же данные, что и для решения основной задачи разбиения графа на подграфы АРЗ, т.е. массив ребер M^t. В процессе решения подзадачи он остается неизменным.

Для решения подзадачи, кроме вектора d, вводятся вспомогательные данные: целочисленная переменная $k_{l,j}$ и переменное множество вершин $V_{l,j}$. Значение переменной $k_{l,j}$ определяет номер очередного ребра в искомой последовательности. Начальное значение данной переменной $k_{0,n}=1$ говорит о том, что построение графа обязательно начинается с ребра t_1. Множество $V_{l,j}$ в начальный момент построения графа содержит два элемента: начальную и конечную вершины ребра t_1, т. е. $V_{0,0}=\left\{s_1,f_1\right\}$. После завершения построения искомой последовательности переменная $k_{l,n}=n$, а множество $V_{l,n}$ будет включать все вершины графа.

Математическая модель, определяющая искомую последовательность d для исходного массива M^t, представляет собой рекуррентное соотношение:

$$d_l = \left(\begin{cases} F\left(M^t, d_l, k_{l,n}\right) \mid k_{l-1} < n, \\ d^* = d_{l-1} \mid k_{l-1,n} = n, \end{cases} \right), \; l = 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

где $d_0 = 0$; $k_{0,n} = 1$; $\left(k_{l-1,j} \geq n\right)$ – условие завершения построения искомой последовательности;

$$F\left(M^t, d_l, k_{l,n}\right) =$$

$$= \left(\begin{cases} \left(\begin{cases} d_{l,j} = k_{l,j-1}; \\ k_{l,j} = k_{l,j-1} + 1; \\ V_{l,j} = V_{l,j-1} \cup \{s_j, f_j\} \end{cases} \right) \Bigg| \left(\left(s_j \in V_{l,j-1}\right) \vee \left(f_j \in V_{l,j-1}\right)\right) \& \left(d_{l,j} = 0\right), \\ \left(V_{l,j} = V_{l,j-1};\; k_{l,j} = k_{l,j-1}\right) \Big| \left(s_j \notin V_{l,j-1}\right) \& \left(f_j \notin V_{l,j-1}\right) \vee \left(d_{l,j} \neq 0\right) \end{cases} \right),$$

$$j = \overline{1, n}. \tag{2}$$

Здесь $k_{l,0} = k_{l-1,n} \mid l \neq 0$, $V_{0,n} = \{s_1, f_1\}$, $V_{l,0} = V_{l-1,n} \mid l \neq 0$.

4. 4. Упорядочивание массива ребер в соответствии с последовательностью ребер, обеспечивающей непрерывную связность графа в процессе его построения

Вторая подзадача (упорядочивание массива) заключается в сортировке исходного массива M^t по возрастанию новых номеров ребер в соответствии с последовательностью d^*. Данная процедура требует ввода дополнительного массива S^t той же размерности, что и массив M^t. Ввод массива S^t обусловлен необходимостью исключить искажение исходной информации в процессе сортировки. Именно в S^t первоначально получаем отсортированный массив. Завершения решения подзадачи упорядочивания массива M^t заключается в перезаписи массива S^t на место массива M^t.

Математическая модель, описывающая процедуру сортировки исходного массива M^t в соответствии с последовательностью d^*, описывается выражениями:

$$\left(s^t_{i,l} = m^t_{i,j} \;\middle|\; j = d^*_l\right), \quad i = \overline{0,3}, \quad j = \overline{0, n-1}, \quad l = \overline{0, n-1}; \tag{3}$$

$$m^t_{i,j} = s^t_{i,j}, \quad i = \overline{0,3}, \quad j = \overline{0, n-1}. \tag{4}$$

4. 5. Конкретный пример упорядочивания ребер графа трубопроводной сети

Предположим, трубопроводная сеть соответствует схеме, которая изображена на рис. 1. Данная сеть питается от одного активного источника $O_И$ и обеспечивает целевым продуктом пять потребителей: $O_{П1}$, $O_{П2}$, $O_{П3}$, $O_{П4}$ и $O_{П5}$. Сама трубопроводная сеть состоит из пятнадцати колодцев (вершины графа с номерами от 1 до 15), двенадцати задвижек с обозначениями и шестнадцати трубопроводных участков (ребра графа) с обозначениями.

Каждая задвижка изображена на схеме условно около вершины, в соответствующем колодце которой она реально размещается. Запорная арматура играет непосредственную роль в решении производственного задания по прекращению доступа целевого продукта в одну из аварийно-ремонтных зон и решении аналитической задачи расчета функциональной надежности сети относительно потребителей этой же АРЗ.

Программа, реализующая процедуру упорядочивания массива , реализована на языке С++.

Результатом работы программы для конкретной трубопроводной сети, приведенной на рис. 1, является вывод исходного и отсортированного массивов ребер (рис. 2).

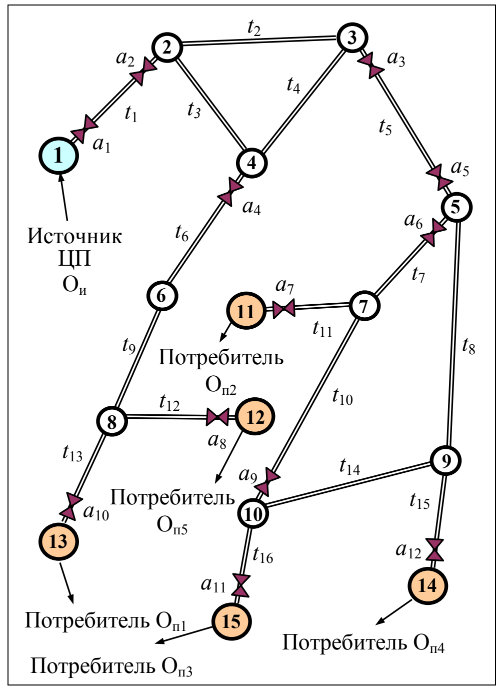
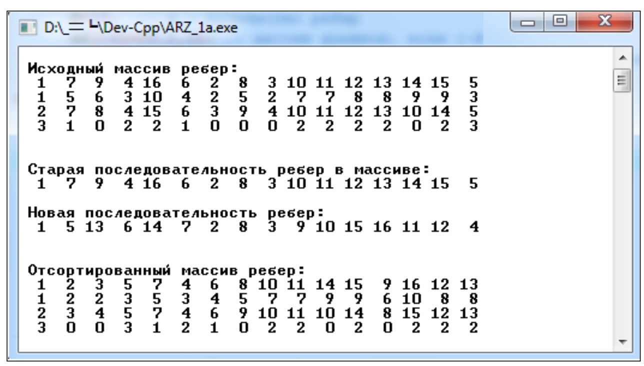


Рис. 1. Схема трубопроводной сети



```
D:\...\Dev-Cpp\ARZ_1a.exe

Исходный массив ребер:
 1  7  9  4 16  6  2  8  3 10 11 12 13 14 15  5
 1  5  6  3 10  4  2  5  2  7  7  8  8  9  9  3
 2  7  8  4 15  6  3  9  4 10 11 12 13 10 14  5
 3  1  0  2  2  1  0  0  0  2  2  2  2  0  2  3

Старая последовательность ребер в массиве:
 1  7  9  4 16  6  2  8  3 10 11 12 13 14 15  5

Новая последовательность ребер:
 1  5 13  6 14  7  2  8  3  9 10 15 16 11 12  4

Отсортированный массив ребер:
 1  2  3  5  7  4  6  8 10 11 14 15  9 16 12 13
 1  2  2  3  5  3  4  5  7  7  9  9  6 10  8  8
 2  3  4  5  7  4  6  9 10 11 10 14  8 15 12 13
 3  0  0  3  1  2  1  0  2  2  0  2  0  2  2  2
```

Рис. 2. Результат работы программы, реализующей процедуру упорядочивания массива ребер

Полученный массив ребер на каждом шаге построения графа обеспечивает его связность, что позволяет в дальнейшем решать задачу разбиения графа трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон с помощью простых алгоритмов.

5. Результаты исследований задачи разработки математических моделей упорядочивания ребер графа трубопроводной распределительной сети

Научный результат: разработаны математические модели разбиения графа трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон, которые определяют последовательность и упорядочивание ребер графа, обеспечивающих его непрерывную связность.

Практический результат: разработан программный инструментарий для компьютерной реализации задачи разработки математических моделей упорядочивания ребер графа трубопроводной распределительной сети.

6. Обсуждение результатов исследований задачи разработки математических моделей упорядочивания ребер графа трубопроводной распределительной сети

В работе проведено математическое моделирование одного из этапов аналитического метода расчёта функциональной надёжности трубопроводной сети относительно конкретного потребителя.

Полученные математические модели, определяющие последовательность и упорядочивание ребер графа, обеспечивают связность графа на каждом шаге его построения. Данные математические модели позволяют решать задачу разбиения исходного взвешенного графа трубопроводной сети на подграфы АРЗ с помощью компьютерных программ, не требующих применения рекурсивных алгоритмов, описанных в [10]. При этом алгоритмы, реализующие полученные математические модели, обладают простой и не нуждаются в больших объемах оперативной памяти. Такие характеристики алгоритмов крайне необходимы при расчетах трубопроводных сетей большой размерности.

7. Выводы

1. Разработана теоретико-множественная модель процедуры определения последовательности ребер, обеспечивающая непрерывную связность графа в процессе его построения. Модель представляет собой рекуррентное соотношение (1), в правую часть которого входит дискретная функция (2), формирующая искомую последовательность d^*. Сформированная последовательность позволяет разрабатывать информационную технологию расчета функциональной надежности трубопроводной сети без привязки к нумерации ребер, принятой на коммунальном предприятии, эксплуатирующем данную сеть.

2. Разработана математическая модель перенумерации ребер и сортировки исходных данных. Модель представляет собой два дискретных выражения (3) и (4). Первое выражение описывает процедуру создания нового массива S^t, последовательность столбцов в котором строго определяется вектором d^*. Выражение (4) определяет процедуру перезаписи массива S^t на место исходного массива M^t. Конечный вариант массива создает условия для решения последующей задачи разбиения графа городской трубопроводной сети на подграфы аварийно-ремонтных зон с помощью однопроходного нерекурсивного алгоритма в реальном масштабе времени.

3. Разработано программное обеспечение для реализации математических моделей (1)–(4) на нелицензированном алгоритмическом языке программирования Dev C++. Цифровое моделирование подтвердило состоятельность разработанных математических моделей. Проектировщики и эксплуатационники трубопроводных сетей получили программный инструментарий для подготовки исходных данных, необходимых для решения задачи разбиения графа сети на подграфы аварийно-ремонтных зон. Программное обеспечение имеет статус свободного пользования.

Литература

1. Абрамов, Н. Н. Надежность систем водоснабжения [Текст] / Н. Н. Абрамов. – М.: Стройиздат, 1984. – 216 с.
2. Ильин, Ю. А. Надёжность водопроводных сооружений и оборудования [Текст] / Ю. А. Ильин. – М.: Стройиздат, 1985. – 242 с.
3. Адекватность моделей функциональной надежности трубопроводных систем [Текст]: монография / Н. И. Самойленко, А. Б. Костенко, Т. С. Сенчук и др.; под ред. Н. И. Самойленко. – Харьков: Издательство «НТМТ», 2009. – 115 с.
4. Samoilenko, M. I. On emergency localization in water supply networks [Text] / M. I. Samoilenko, M. N. Samoilenko // In Proc. of the Third International Congress on Industrial and Applied Mathematics. Hamburg, 1995. – P. 127–131.
5. Лосев, Э. А. Топологические методы нахождения вероятностных характеристик системы электроснабжения промышленных предприятий [Текст]: сб. науч. тр. / Э. А. Лосев. – М.: Энергоатомиздат, ВНИИПЭМ, 1987. – С. 111–115.
6. Ионин, А. А. Надёжность систем тепловых сетей [Текст] / А. А. Ионин. – М.: Стройиздат, 1989. – 268 с.
7. Барлоу, Р. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность [Текст] / Р. Барлоу, Ф. Прошан. – М.: Наука, 1984. – 328 с.
8. Беляев, Ю. К. Статистические методы в теории надежности [Текст] / Ю. К. Беляев. – М.: Знание, 1978. – 66 с.
9. Гнеденко, Б. В. Математические методы в теории надежности [Текст] / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
10. Коваленко, И. Н. Исследования по анализу надежности сложных систем [Текст] / И. Н. Коваленко. – Киев: Наук. думка, 1976. – 211 с.