10. Karamanlidis, D. The Linear Acceleration Time Integration Method revisited [Text] / D. Karamanlidis // Jornal of Sound and Vibrations. – 1987. – Vol. 115, Issue 3. – P. 379–385. doi: 10.1016/0022-460x(87)90284-7
11. Сахаров, О. С. Исследование устойчивости осесимметричных оболочек при больших перемещениях с учетом физической нелинейности [Текст] / О. С. Сахаров, А. И. Гуляр, В. Н. Кислоокий // Проблемы прочности. – 1974. – № 6. – С. 42–47.
12. Теннисон, Р. С. Приложение кубического условия прочности к анализу разрушения слоистых композитов [Текст] / Р. С. Теннисон, Г. Э. Варрам, Г. Эллиот. – В кн. Прочность и разрушение композитных материалов: Зинатне, 1983. – С. 127–135.
13. Karamanlidis, D. Asimple and efficient curved beam element for the linear and non-linear analysis of laminated composite structures [Text] / D. Karamanlidis // Computers and structures. – 2007. – Vol. 29, Issue 4. – P. 623–632. doi: 10.1016/0045-7949(88)90372-0
14. Bathe, K. J. Stability and accuracy of direct integration methods [Text] / K. J. Bathe, E. L. Wilson // Earthquake engineering and structural dynamics. – 1973. – Vol. 1, Issue 3. – P. 283–291. doi: 10.1002/eqe.4290010308
15. Nickell, R. E. On the stability of approximation operators in problem of structural dinamics [Text] / R. E. Nickell // International Journal of Solids and Structures. – 1971. – Vol. 7, Issue 3. – P. 499–520. doi: 10.1016/0020-7683(71)90028-x
16. Сахаров, О. С. Чисельне моделювання процесів руйнування захисної оболонки контура АЕС в результаті падіння на неї літака [Текст] / О. С. Сахаров, О. В. Гондлях, А. О. Чемерис // Вісті академії інженерних наук України. – 2005. – № 1. – С. 17–23.
17. Сахаров, О. С. САПР. Застосування программного комплексу ВЕСНА в розрахунках процесів і обладнання з врахуванням термосилових навантажень - Навчальний посібник [Текст] / О. С. Сахаров, О. В. Гондлях, В. І. Сівецький, В. Ю. Щербина. – К.: Т«ЕКМО», 2008. – С. 128–155.
18. Сахаров, О. С. САПР. Інтегрована система моделювання технологічних процесів і розрахунку обладнання хімічної промисловості [Текст] / А. С. Сахаров, А. В. Гондлях, В. І. Сівецький, В. Ю. Щербина. – К.: ТОВ «Поліграф Консалтинг», 2006. – С. 108–126.

УДК 539.2
DOI: 10.15587/1729-4061.2015.44393

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОДОЛЬНО ПОДКРЕПЛЕННОЙ ОРТОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

А. И. Сейфуллайев
Кандидат физико-математических наук*
E-mail: a.seyfullayev@yahoo.com
К. А. Новрузова
Диссертант*
Отдел «Волновая динамика»
E-mail: konul.novruzova1978@gmail.com
*Институт Математики и Механики Национальной академии наук Азербайджана
ул. Б. Вахабзаде, 9, г. Баку, Азербайджан, AZ 1143

Дана стаття присвячена вирішенню задачі про вільне коливання поздовжньо підкріпленої ортотропної циліндричної оболонки з в'язкою рідиною за допомогою варіаційного принципу. На основі варіаційного принципу Остроградського-Гамільтона побудовано частотне рівняння коливань поздовжньо підкріпленої ортотропної циліндричної оболонки, заповненої в'язкою рідиною і реалізовано чисельно. Діючі поверхневі навантаження з боку рідини на поздовжньо підкріплену циліндричну оболонку визначаються з рішень лінеаризованого рівняння Нав'є-Стокса

Ключові слова: коливання, оболонка, ідеальна рідина, напруга, в'язка рідина, підкріплення, принцип варіації

Данная статья посвящена решению задачи о свободном колебании продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки с вязкой жидкостью с помощью вариационного принципа. На основе вариационного принципа Остроградского-Гамильтона, построено частотное уравнение колебаний продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки, заполненной вязкой жидкостью и реализовано численно. Действующие поверхностные нагрузки со стороны жидкости на продольно подкрепленную цилиндрическую оболочку определяются из решений линеаризованного уравнения Навье-Стокса

Ключевые слова: колебания, оболочка, идеальная жидкость, напряжение, вязкая жидкость, подкрепление, принцип вариации

1. Введение

Исследование колебательных движений и переходных процессов в деформируемых оболочках с протекающей либо покоящейся в них вязкой жидкостью имеет большое практическое значение. Конструкции в виде пластин и оболочек, взаимодействующих с упругой (жидкой) средой, нашли широкое применение в тех-

© А. И. Сейфуллайев, К. А. Новрузова, 2015

нике и строительстве. В частности, к такой расчетной схеме приводятся задачи, возникающие при проектировании подземных и подводных емкостей и трубопроводов, обделок тоннелей метро и капитальных горных выработок, аэродромных покрытий и ледяного покрова, элементов твердотопливных двигателей и т. п.

Изучение колебательных процессов имеет большое значение для современной техники. Развитие ее связано с ростом скоростей движения, давлений, температур, с непрерывным возрастанием мощности и быстроходности машин и механизмов, увеличением аэродинамического воздействия потока протекающей среды. Вместе с тем, наблюдается стремление к лучшему использованию несущей способности конструкций и уменьшению их веса. Это влечет за собой увеличение воздействия динамических нагрузок на элементы машин и сооружений.

Развитие современной техники все больше базируется на достижениях фундаментальных и прикладных научных исследований. Инженерные сооружения и конструкции усложняются, поэтому их проектирование трудно представить без предварительного подробного расчета поведения этих конструкций или их элементов в тех или иных условиях.

Инженерная практика авиастроения обусловила необходимость научного исследования вопросов взаимодействия упругих элементов конструкций (стержней, пластин, оболочек) с потоками жидкости.

На исследование различных видов колебаний во всем мире затрачиваются большие средства. Основной целью этих исследований является выяснение вопроса о роли колебательных процессов для проектируемого объекта. В случаях, когда колебания желательны, исследования ведутся с целью их регулирования. В случаях, когда они нежелательны, задача состоит в выяснении причин колебаний и их предотвращении. Один из важных технических вопросов – это вопрос определения срока и частот свободных колебаний конструкций.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Поведение деформируемых гладких оболочек с протекающей жидкостью рассмотрено в монографии [1]. Исследованиям свободных колебаний продольно подкрепленной и подкрепленной перекрестными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами изотропных цилиндрических оболочек, заполненной средой, посвящены работы [2, 3]. С применением вариационного принципа построено частотное уравнение колебаний подкрепленной изотропно цилиндрической оболочки, контактирующей со средой, и реализовано численно. Свободные колебания ребристых изотропных цилиндрических оболочек, заполненных идеальной жидкостью, при осевом сжатии рассмотрено в работе [4]. Причем подкрепление оболочек проводилось продольно, поперечно и перекрестной системой ребер. Аналогичная задача, рассмотренная в [4], с учетом трений между контактной поверхностью оболочки и среды, исследована в работе [5]. В [6] исследована задача о вынужденных осесимметричных колебаниях подкрепленной и нагруженной осевыми сжимающими силами изотропной цилиндрической оболочки, заполненной идеальной жидкостью. Нелинейные волновые процессы в микроструктурных твердых телах рассматривались в работах [7–11].

Как следует из приведенного обзора, практически отсутствуют работы, посвященные свободным колебаниям в бесконечной упругой твердой среде ребристых оболочек с протекающей сжимаемой вязкой жидкостью. С целью повышения прочности, они в последнее время широко применяются в строительстве и технике, в частности при проектировании магистральных трубопроводов. Поэтому исследование одной из главных динамических характеристик упругой системы – частоты собственных колебаний ребристых цилиндрических оболочек, заполненной вязкой жидкостью имеет большое практическое значение.

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является нахождение частоты собственных колебаний ребристых цилиндрических оболочек, заполненной вязкой жидкостью и изучение влияния на них различных механических и физических параметров материала оболочки и жидкости.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

– исследование влияния вязкости жидкости на процесс колебаний рассмотренной конструкций;

– исследование влияния свойства анизотропии материала оболочки на процесс колебаний рассмотренных конструкций;

– исследование количества продольных ребер на процесс колебаний рассмотренных конструкций.

4. Постановка задачи исследования колебания продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки с вязкой жидкостью

Задача о свободном колебании продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки с вязкой жидкостью решалась с помощью вариационного принципа. На основе вариационного принципа Остроградского-Гамильтона, строилось частотное уравнение колебаний продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки, заполненной вязкой жидкостью и реализовано численно. Действующие поверхностные нагрузки со стороны жидкости на продольно подкрепленную цилиндрическую оболочку определялись из решений линеаризованного уравнения Навье-Стокса.

Ребристая оболочка рассматривается как система, состоящая из собственной оболочки и жестко с ней соединенных по линиям контакта продольных ребер. Принимается, что напряженно-деформированное состояние обшивки можно полностью определить в рамках линейной теории упругих тонких оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа-Лява, а для расчета ребер применима теория криволинейных стержней Кирхгофа-Клебша. Система координат выбрана так, что координатные линии совпадают с линиями главных кривизн срединной поверхности обшивки. При этом предполагается, что ребра размещены вдоль координатных линий, а их края, как и края обшивки, лежат в одной координатной плоскости.

Деформированное состояние обшивки может быть определено через три составляющих перемещений ее срединной поверхности u, ϑ и w.

Относительно внешних воздействий предполагается, что действующие на ребристую оболочку поверхностные нагрузки со стороны вязкой жидкости, могут быть сведены к составляющим q_x, q_y и q_z, приложенным к срединной поверхности оболочки.

Дифференциальные уравнения движения и естественные граничные условия для продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки с вязкой жидкостью получим на основе вариационного принципа Остроградского-Гамильтона. Для этого предварительно запишем потенциальную и кинетическую энергии системы.

Потенциальная энергия упругой деформации ортотропной цилиндрической оболочки имеет вид:

$$\Pi_0=\frac{hR}{2}\int_{x_1}^{x_2}\int_{y_1}^{y_2}\left\{B_{11}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2-2(B_{11}+B_{12})\frac{w}{R}\frac{\partial u}{\partial x}+B_{11}\frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2-(B_{11}+B_{12})\frac{w}{R}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\right.$$

$$+\frac{B_{11}}{4}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^4+\frac{w^2}{R^2}(B_{11}+2B_{12}+B_{22})+B_{22}\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)^2-(B_{12}+B_{22})\frac{w}{R}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2-$$

$$-2(B_{12}+B_{22})\frac{w}{R}\frac{\partial \vartheta}{\partial y}+B_{22}\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+B_{22}\frac{1}{4}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^4+2B_{12}\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial \vartheta}{\partial y}+$$

$$\left.+B_{12}\frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+B_{12}\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+B_{12}\frac{1}{2R}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right\}dxdy, \qquad (1)$$

где $B_{11}=\dfrac{E_1}{1-\nu_1\nu_2}$; $B_{22}=\dfrac{E_2}{1-\nu_1\nu_2}$; $B_{12}=\dfrac{\nu_2E_1}{1-\nu_1\nu_2}=\dfrac{\nu_1E_2}{1-\nu_1\nu_2}$,

R – радиус срединной поверхности оболочки, h – толщина оболочки, u, ϑ, w – составляющие перемещений точек срединной поверхности оболочки.

Выражения для потенциальной энергии упругой деформации i-го продольного ребра таковы [7]:

$$\Pi_i=\frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2}\left[\tilde{E}_iF_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial x}\right)^2+\tilde{E}_iJ_{yi}\left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2}\right)^2++\tilde{E}_iJ_{zi}\left(\frac{\partial^2 \vartheta_i}{\partial x^2}\right)^2+\tilde{G}_iJ_{kpi}\left(\frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial x}\right)^2\right]dx. \qquad (2)$$

В выражениях (2) и (3) x_1, x_2, y_1, y_2 – координаты криволинейных и прямолинейных краев оболочки; $F_i, J_{zi}, J_{yi}, J_{kpi}$ – площадь и моменты инерции поперечного сечения i-го продольного стержня соответственно относительно оси Oz и оси, параллельной оси Oy и проходящей через центр тяжести сечения, а также его момент инерции при кручении; $\tilde{E}_i, \tilde{G}_i$ – модули упругости и сдвига материала i-го продольного стержня соответственно.

Потенциальная энергия внешних поверхностных нагрузок, действующих со стороны вязкой жидкости, приложенных к обшивке, определяется как работа, совершаемая этими нагрузками при переводе системы из деформированного состояния в начальное недеформированное и представляется в виде:

$$A_0=-\int_{x_1}^{x_2}\int_{y_1}^{y_2}(q_xu+q_y\vartheta+q_zw)dxdy. \qquad (3)$$

Полная потенциальная энергия системы равно сумме потенциальных энергий упругих деформаций оболочки и продольных ребер, а также потенциальных энергий всех внешних нагрузок, действующих со стороны вязкой жидкости:

$$\Pi=\Pi_0+\sum_{i=1}^{k_1}\Pi_i+A_0+\sum_{i=1}^{k_1}A_i. \qquad (4)$$

Кинетические энергии оболочки и продольных ребер записываются в виде

$$K_0=\rho h\int_{x_1}^{x_2}\int_{y_1}^{y_2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\right]dxdy, \qquad (5)$$

$$K_i=\rho_iF_i\int_{x_1}^{x_2}\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \vartheta_i}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial w_i}{\partial t}\right)^2+\frac{J_{kpi}}{F_i}\left(\frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial t}\right)^2\right]dx.$$

Здесь t – временная координата, ρ, ρ_i соответственно плотность материалов, из которых изготовлена оболочка, i-й продольный стержень.

Кинетическая энергия продольно подкрепленной оболочки

$$K=K_0+\sum_{i=1}^{k_1}K_i. \qquad (6)$$

Уравнения движения ребристой оболочки получены на основе принципа стационарности действия Остроградского-Гамильтона:

$$\delta W=0, \qquad (7)$$

где $W=\int_{t'}^{t''}\tilde{L}dt$ – действие по Гамильтону, $\tilde{L}=K-\Pi$ – функция Лагранжа, t' и t'' – заданные произвольные моменты времени.

В предположении, что оболочка усилена бесконечно большим числом ребер, предельным переходом $k_1\to\infty$ и с учетом операции варьирования и дифференцирования перестановочны, уравнение (7) можно привести к виду

$$\left[\left(a_1+\gamma_c^{(1)}\right)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right]u+(1+a_{12})\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\xi\partial\theta}-$$

$$-\left(a_{12}\frac{\partial}{\partial\xi}+\delta_c^{(1)}\frac{\partial^3}{\partial\xi^3}\right)w-\rho_1\frac{\partial^2u}{\partial t_1^2}=\frac{R^2q_x}{G_{12}h},$$

$$(1+a_{12})\frac{\partial^2u}{\partial\xi\partial\theta}+a_2\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\theta^2}-a_2\frac{\partial w}{\partial\theta}-\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t_1^2}=\frac{R^2q_y}{G_{12}h}, \qquad (8)$$

$$-\left(a_{12}\frac{\partial}{\partial\xi}+\delta_c^{(1)}\frac{\partial^3}{\partial\xi^3}\right)u-a_2\frac{\partial\vartheta}{\partial\theta}+a_2w+a^2\times$$

$$\times\left[a_1\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}+2(a_{12}+2)\frac{\partial^4}{\partial\xi^2\partial\theta^2}+\right.$$

$$\left.+a_{12}\frac{\partial^4w}{\partial\theta^4}+\eta_c^{(1)}\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}\right]w+\rho_1\frac{\partial^2w}{\partial t_1^2}=\frac{R^2}{G_{12}h}q_z.$$

Здесь,

$$a^2=\frac{h^2}{12R^2},\ \bar{\rho}_i=\frac{\rho_i}{\rho},\ \Delta=\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2}{\partial\theta^2},$$

$$L_1=x_2-x_1,\ \xi=\frac{x}{R},$$

$$\gamma_c^{(1)}=\frac{\widetilde{E}_i}{E}=\left(1-\nu^2\right)\tilde{\gamma}_c^{(1)},$$

$$\eta_c^{(1)}=\frac{\widetilde{E}_i\left(J_{yc}+h^2F_i\right)}{2\pi R^3hE}\left(1-\nu^2\right),\rho_1=1+\bar{\rho}_i\gamma_c^{(1)},$$

$$a_i=\frac{E_i}{G_{12}\left(1-\nu_{12}\nu_{21}\right)};\ a_{12}=a_1\nu_{21}=a_2\nu_{12};$$

$$\bar{\gamma}_c^{(1)}=\frac{\widetilde{E}_ik}{2\pi Rh},\delta_c^{(1)}=\frac{h_c}{R}\bar{\gamma}_c^{(1)},\theta=\frac{y}{R},$$

$$t_1=\omega_0t,\ \omega_0=\sqrt{\frac{G_{12}}{\left(1-v^2\right)\rho R^2}},\ \omega_1=\omega/\omega_0.$$

Поверхностные нагрузки q_x, q_y и q_z, действующие со стороны вязкой жидкости на продольно подкрепленную оболочку, определяются из решений линеаризованного уравнения Навье-Стокса:

$$\rho_0\frac{\partial\vec{\vartheta}}{\partial t}=-\mathrm{grad}p-\frac{\bar{\mu}}{3\rho_0a^2}\mathrm{grad}\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)+\bar{\mu}\nabla^2\vec{\vartheta}, \tag{9}$$

где $\bar{\mu}$ – динамический коэффициент вязкости, p – давление в некоторой точке жидкости, ρ_0 – плотность жидкости, a – скорость звука в жидкости, ∇^2 – оператор Лапласа, $\vec{\vartheta}\left(\vartheta_x,\vartheta_y,\vartheta_z\right)$ – вектор скорости произвольной точки жидкости.

На контактной поверхности оболочка – вязкая жидкость выполняется (r=R):

$$\vartheta_x=\frac{\partial u}{\partial t},\ \ \vartheta_y=\frac{\partial\vartheta}{\partial t},\ \ \vartheta_r=\frac{\partial w}{\partial t}, \tag{10}$$

$$q_x=-\sigma_{rx},\quad q_\theta=-\sigma_{r\theta},\quad q_z=-p. \tag{11}$$

где силы вязкости определяются равенствами

$$\sigma_{rx}=\bar{\mu}\left(\frac{\partial\vartheta_z}{\partial x}+\frac{\partial\vartheta_x}{\partial z}\right),\quad \sigma_{r\theta}=\bar{\mu}\left(\frac{\partial\vartheta_z}{\partial y}+\frac{\partial\vartheta_y}{\partial z}\right). \tag{12}$$

Уравнение (9) с помощью уравнения неразрывности и уравнения состояния приводит к уравнению относительно p:

$$\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2p}{\partial t^2}=\nabla^2p+\frac{4}{3}\frac{\bar{\mu}}{\rho_0a^2}\frac{\partial p}{\partial t}. \tag{13}$$

Далее рассматриваются шарнирно опертые оболочки, т. е. при $\xi=0$ и $\xi=\xi_1\,(\xi_1=L_1/R)$ выполняются следующие граничные условия:

$$\vartheta=w=0,\ T_1=M_1=0.$$

Компоненты вектора перемещений точек срединной поверхности оболочки ищем в виде

$$u=A\cos n\theta\cos\frac{m\pi}{\xi_1}\xi\sin\omega t;\ \vartheta=B\sin n\theta\sin\frac{m\pi}{\xi_1}\xi\sin\omega t;$$

$$w=C\cos n\theta\sin\frac{m\pi}{\xi_1}\xi\sin\omega t, \tag{15}$$

где A, B, C – неизвестные постоянные, ω – искомая частота.

Решение уравнение (13), после разделение переменных имеет вид:

$$p=p_0J\left(\lambda r\right)\cos n\theta\sin\frac{m\pi}{\xi_1}\xi\sin\omega t. \tag{16}$$

Используя (16) и (9), можно определить компоненты скорости в жидкости и по формулам (12) силы вязкости.

Дополняя контактными условиями (10), (11) систем уравнений движения оболочки (8), жидкости (9) приходим к контактной задаче о колебаниях ортотропной оболочки, подкрепленной продольными ребрами и заполненной вязкой жидкостью. Другими словами, задача о колебаниях подкрепленной продольными ребрами ортотропной оболочки с вязкой жидкостью сводится к совместному интегрированию уравнений теории оболочек, жидкости при выполнении указанных условий на поверхности их контакта.

Используя (8), (10)–(12), (15), (16) задача сводится к однородной системе линейных алгебраических уравнений третьего порядка

$$a_{i1}u_0+a_{i2}\upsilon_0+a_{i3}w_0=0\quad\left(i=1,2,3\right). \tag{17}$$

Элементы $a_{i1},a_{i2},a_{i3}\left(i=1,2,3\right)$ имеют громоздкий вид, поэтому здесь не приводится. Нетривиальное решение системы линейных алгебраических уравнений (17) третьего порядка возможно лишь в случае, когда ω_1 – корень ее определителя. Определение ω_1сводится к трансцендентному уравнению, так как ω_1 входит в аргументы функции Бесселя J_n:

$$\det\left\|a_{ij}\right\|=0. \tag{18}$$

Отметим, что при $\bar{\mu}=0$ уравнение (18) переходит к частотному уравнению свободных колебаний продольно подкрепленной ортотропной цилиндрической оболочки, заполненной идеальной жидкостью.

Рассмотрим некоторые результаты вычислений, выполненных исходя из приведенных выше зависимостей с помощью ЭВМ.

Для геометрических и физических параметров, характеризующих материалы оболочки, жидкости и продольных стержней, были приняты:

$$E_i=6{,}67\cdot10^9\ \text{Н}/\text{м}^2;\ \rho=\rho_c=7800\,\text{кг}/\text{м}^3;$$

$$J_{yc}=5{,}1\ \text{мм}^4\ ;h_c=1{,}39\,\text{мм}\ ,\ \rho_0/\rho=0{,}105.$$

$$\frac{J_{yi}}{2\pi R^3h}=0{,}8289\cdot10^{-6};\ \frac{J_{zi}}{2\pi R^3h}=0{,}13\cdot10^{-6};$$

$$\frac{J_{kpi}}{2\pi R^3h}=0{,}5305\cdot10^{-6}.$$

R=0,16 м; h=0,00045 м; $\nu_2=0{,}19$; $\nu_1=0{,}11$; L_1=0,8 м.

Результаты счета представлены на рис. 1. В нем приведены зависимость параметра частоты от числа продольных стержней для различных отношений модулей упругости. Результаты расчетов показывают, что учет вязкости материала жидкости приводит к снижению частот собственных колебаний системы по сравнению с тем случаем, когда жидкость рассматривается как идеальная. Кроме того, с увеличением отношений $\frac{E_1}{E_2}$ частоты собственных колебаний системы увеличиваются. С увеличением количества продольных ребер, частоты собственных колебаний системы сначала увеличиваются, а затем, при определенных значениях k_1, начинают уменьшаться. Это объясняются тем, что при увеличении k_1 влияние инерционных действий стержней на процесс колебаний системы становится существенным.

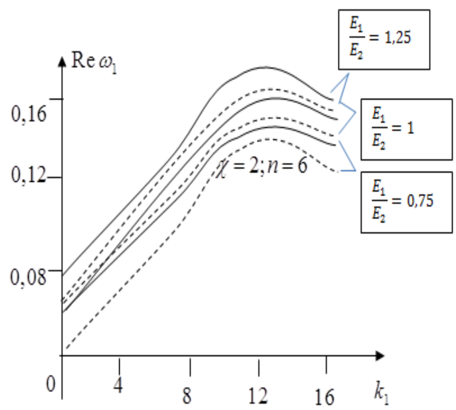

Рис. 1. Зависимость параметра частоты колебаний от числа продольных стержней. Штриховая линия — вязкая жидкость; сплошная линия — отсутствие вязкости

5. Выводы

Результаты счета показывает, что учет вязкости материала жидкости приводит к снижению частот собственных колебаний системы по сравнению, когда жидкость идеальная. С увеличением отношений $\frac{E_1}{E_2}$ частоты собственных колебаний системы увеличиваются. С увеличением количества продольных ребер, частоты собственных колебаний системы сначала увеличиваются, а затем, при определенных значениях k_1, начинают уменьшаться.

6. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума Национальной Академии Наук Азербайджана – 2015.

Литература

1. Вольмир, А. С. Оболочки в протоколе жидкости и газа. Задачи гидроупругости. [Текст] / А. С. Вольмир. – Москва: Наука, 1979. – 320 с.
2. Suleymanova, S. G. Free vibrations of a filled cylindrical shell longitudinally strengthened and loaded with axial contracting forces [Text] / S. G. Suleymanova // Proceeding of IMM of Azerbaijan. – 2007. – Vol. XXVII. – P. 135–140.
3. Латифов, Ф. С. Задача о свободных колебаниях усиленных перекрестной системой ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами цилиндрических оболочек, заполненной средой [Текст] / Ф. С. Латифов, С. Г. Сулейманова // Механика Машин, Механизмов и Материалов. – 2009. – № 3. – С. 59–62.
4. Латифов, Ф. С. Свободные колебания ребристых цилиндрических оболочек, заполненных жидкостью, при осевом сжатии [Текст] / Ф. С. Латифов, А. А. Алиев // Механика Машин, Механизмов и Материалов. – 2009. – № 2. – С. 61–62.
5. Латифов, Ф. С. Свободные колебания подкрепленных перекрестной системой ребер цилиндрических оболочек с заполнителем, при осевом сжатии и с учетом трения. [Текст] / Ф. С. Латифов, И. М. Джафарова // Естественные науки и техники. – 2009. – № 5(43). – С. 38–44.
6. Латифов, Ф. С. Задача о вынужденных осесимметричных колебаниях подкрепленной и нагруженной осевыми сжимающими силами цлиндрической оболочки, заполненной жидкостью [Текст] / Ф. С. Латифов, О. Ш. Салманов // Международный научно-техничеcкий журнал. – 2008. – № 4(5). – С. 45–48.
7. Латифов, Ф. С. Колебания поперечно подкрепленных ортотропных цилиндрических оболочек, с протекающей жидкостью, в среде [Текст] / Ф. С. Латифов, Р. А. Искендеров, С. Б. Микаилов // Проблемы вычислительной механики и прочности конструкций. – 2013. – Вып. 21. – С. 132–139.
8. Амиро, И. Я. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек [Текст] / И. Я. Амиро, В. А. Заруцкий. – Методы расчета оболочек. – Киев: Наукова думка, 1980. – 367 с.
9. Cascaval, R. C. Variable coefficinnt KDV equations and waves in elastic tubes [Text] / R. C. Cascaval // Lecture Notes in pure and appl. Mach. Evolutions. – 2003. – P. 12.
10. Comic, S. Effective equations modellinq the flow of a viscous incompresible fluid throuqh a lonq elastic tube arisinq in the stud of blood flow throuqh small arteries [Text] / S. Comic, A. Mikeli // SIAMJ. Appl. Dinam. Systems. – 2003. – Vol. 47, Issue 3–34. – P. 251–276.
11. Demiray, H. On same nonlinear waves in fluid-filled viscoelastic tubes: Weakly dispersive case [Text] / H. Demiray // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2005. – Vol. 10, Issue 4. – P. 425–440. doi: 10.1016/j.cnsns.2003.08.005