МАТЕМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА – ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ

Розглянуто сучасні можливості передових обчислюваних технологій для моделювання складного фізичного стану при надзвуковому обтіканні різних тривимірних конфігурацій. Проведено порівняльний аналіз результатів числового моделювання з експериментальними даними взаємодій ударної хвилі з пограничним турбулентним шаром за умови обтікання плоскої стінки та клиновидної надбудови, а також плоскої стінки і перпендикулярного газового струменю

-0

D

Ключові слова: надзвуковий потік, пограничний шар, ударна хвиля, інтерференції конфігурацій, числовий аналіз

Рассмотрены современные возможности передовых вычислительных технологий для моделирования сложного физического состояния при сверхзвуковом обтекании различных трехмерных конфигураций. Проведен сравнительный анализ результатов численного моделирования с экспериментальными данными взаимодействий ударной волны с пограничным турбулентным слоем при обтекании плоской стенки и клина, а также плоской стенки и перпендикулярной газовой струи

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, пограничный слой, ударная волна, интерференции конфигураций, численный анализ -0

1. Вступ

ED-

Літальні апарати (ЛА) відіграють надзвичайно важливу роль у сучасному житті. Зокрема, застосування надзвукових апаратів спрямовано на вирішення таких важливих задач як транспорт, зв'язок, навігація, прогноз погоди, космічні дослідження, тощо. Забезпечення все більш зростаючих потреб суспільства у таких системах, передбачає розробки нових ракетних носіїв та багаторазових ЛА. Експериментальні дослідження цього напряму є надзвичайно коштовними та ресурсоємними, тому все частіше експериментам в аеродинамічних трубах передують числові дослідження. Такий підхід дозволяє значно скоротити витрати на багаторазове тестування нових розробок та зменшити кількість малоефективних конструкцій. Тому для розробки нових ЛА широкого застосування дістали теоретичні методи наукоємного комп'ютерного мо-

УДК 531/534:519.6 DOI: 10.15587/1729-4061.2015.50911

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЙ СТРИБОК УЩІЛЬНЕННЯ — ПОГРАНИЧНИЙ ШАР ПРИ НАДЗВУКОВОМУ ОБТІКАННІ ТРИВИМІРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ

Є. М. Панов Доктор технічних наук, професор* E-mail: panov@rst.kpi.ua А. Я. Карвацький Доктор технічних наук, професор* E-mail: anton@rst.kpi.ua С. В. Лелека Кандидат технічних наук, науковий співробітник** E-mail: sleleka@rst.kpi.ua Т. В. Лазарєв Кандидат технічних наук, науковий співробітник* E-mail: t_lazarev@rst.kpi.ua А. Ю. Педченко Аспірант* E-mail: anatolek@rst.kpi.ua *Кафедра хімічного, полімерного та силікатного машинобудування*** **Науково-дослідний центр «Ресурсозберігаючі технології»*** ***Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056

делювання з використанням програмних продуктів обчислювальної газодинаміки [1, 2]. При цьому дані експериментальних досліджень використовуються для апробації та верифікації математичних моделей турбулентності та числових моделей обтікання ЛА надзвуковими потоками.

Загальну наукову проблему складає дослідження взаємодій стрибків ущільнення з турбулентним пограничним шаром на поверхнях конфігурації елементів ЛА. Дані про вплив окремих конфігурацій на формування турбулентних відривних потоків є вагомим підґрунтям для розуміння поведінки надзвукових потоків навколо ЛА у цілому. В більшості випадків відривні турбулентні потоки призводять до таких негативних наслідків: виникненню пікових статичних, динамічних й теплових навантажень, зростанню енергетичних втрат, зниженню ефективності органів управління тощо.

2. Аналіз літературних джерел та постановка проблеми

Експериментальні та числові дослідження процесів, що протікають під час взаємодії надзвукових потоків, ударних хвиль та пограничного шару відіграють важливу роль у сучасній науці та техніці.

Експериментальним дослідженням конфігурації плоска стінка – клиновидна надбудова присвячено роботи [1, 3–7], де наведено дані за різних значень параметрів основного потоку та кута клину. При обтіканні клину формується косий стрибок ущільнення, який взаємодіє з турбулентним пограничним шаром на плоскій стінці. Градієнт тиску, утворюваний клином, викликає розвиток додаткового поперечного потоку в околі пограничного шару стінки. У результаті формується відривні та приєднувальні зони пограничного турбулентного шару, що характеризуються відповідними лініями відриву та приєднання на поверхні. Автори роботи [4] розділяють картину потоку, що формується, на 6 класів, які характеризують етапи утворення первинних та вторинних ліній приєднання та відриву. В роботах [4-6] досліджено дану конфігурацію в діапазоні чисел Mach $M_{\infty}=2-5$ і кутах клину а=10-30°. У статтях [6, 7] наведено сучасні методи вимірювання коефіцієнту тертя та теплового потоку на поверхнях при надзвуковому їх обтіканні для двовимірних взаємодій ударної хвилі з пограничним шаром та тривимірної конфігурації – плоска стінка – клиновидна надбудова. Числові дослідження такої задачі досить широко представлені у науковій літературі. Модифікована автором [8] модель турбулентності Baldwin-Lomax застосована для клину з $\alpha = 20^{\circ}$ та $M_{m} = 3$, досить коректно відображає зони відриву та приєднання. Автором [9] проведено ґрунтовний аналіз та порівняння різних моделей турбулентності з одним рівнянням для $\alpha = 15^{\circ}$ та $M_{\infty} = 8$. У роботі [10] досліджується конфігурація типу плоска стінка – клиновидна надбудова з $\alpha = 23$ та $M_m = 5$ за допомогою числового моделювання методом Large Eddy Simulation (LES).

Важливим етапом у вивченні взаємодії надзвукового потоку з інжекційним газовим струменем були експериментальні дослідження проведені Spaid та Zukoskij [11] для псевдодвовимірної конфігурації. У зазначеній роботі приведено широкий спектр даних із взаємодій для M_∞=2,61; 3,5; 4,54, газів – N₂, Не та різних співвідношень імпульсу потоку інжекційного струменя. За допомогою аналізу даних по розподілу статичного тиску на поверхні стінки визначено п'ять зон, що характеризують відрив та приєднання пограничного шару, первинні та вторинні вихори перед та після струменю. Тривимірна конфігурація з круглим інжекційним отвором досліджена авторами робіт [12-14]. Відмічається складна топологія потоку із значними завихреннями навколо газового струменю та викривленням стрибка ущільнення. В дослідженнях [15] наведено теплерівські зображення стрибків ущільнення та проаналізовано дані з розподілу тиску перед інжекційним струменем. В роботах [16, 17] наведено експериментальні дані з обтікання надзвуковим потоком з числом Maxa M₂ = 5 за різних газів (повітря, СО₂, Не).

Серія робіт [18–20] присвячена порівнянням результатів числового аналізу за різних Reynolds averaged Navier-Stokes equation's (RANS) моделей турбулентності з експериментальними даними [11], які показали, що у випадку двовимірної конфігурації модель k-ю

SST (Shear Stress Transport) дає найбільш точні результати. Інші автори [21–23] порівнюють дані експериментальних досліджень тривимірного потоку навколо інжекційного струменю з розрахунками за різних модифікацій $k - \varepsilon$ та $k - \omega$ моделей, а також LES і Detached Eddy Simulation (DES). Результати моделювання LES та DES дозволяють глибше та більш повно визначити особливості нестаціонарних взаємодій між надзвуковим потоком й перпендикулярним газовим струменем, ключові вихрові структури та більш масштабні викривлення потоку.

Загалом розвиток як експериментально-вимірювальної техніки, так і обчислювальних технологій, дозволяє проводити ґрунтовний аналіз надзвукових газодинамічних процесів, що відбуваються під час взаємодій стрибків ущільнення з пограничним шаром. Проте для досліджень великогабаритних об'єктів ЛА, методи числового моделювання з використанням RANS моделей турбулентності все ще залишаються вкрай важливими. Маючи у цілому певні переваги перед LES та DES методами, RANS вирізняється недоліками у прогнозуванні мало масштабних потокових структур, вихорів та їх фізичних розмірів й інтенсивності. Саме тому дослідження та модифікації RANS моделей турбулентності є надзвичайно актуальною науковою задачею в сфері обчислювальної надзвукової аеродинаміки.

3. Цілі та завдання досліджень

Метою дослідження є аналіз та порівняння результатів числового моделювання з експериментальними даними взаємодій стрибків ущільнення з пограничним турбулентним шаром під час надзвукового обтікання тривимірних конфігурацій ЛА, а саме плоска стінка – клиновидна надбудова та плоска стінка – перпендикулярний газовий струмінь.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

 – розробити числові моделі надзвукового тепло-газодинамічного стану конфігурацій ЛА у вільному відкритому програмному коді;

 провести з використанням розроблених моделей числовий аналіз взаємодій типу ударна хвиля – турбулентний пограничний шар за різних моделей турбулентності;

 провести зіставлення результатів числового аналізу з експериментальними даними.

4. Математична модель надзвукового обтікання ЛА

Для розв'язання задачі взаємодій турбулентних потоків при надзвуковому обтіканні ЛА методами числового аналізу, найбільш широкого вжитку здобули: моделі турбулентності на базі осереднених за Reynolds або Favre рівнянь Нав'є-Стокса (RANS); методи прямого моделювання великих вихорів або великомасштабної турбулентності (LES); пряме моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation, DNS); гібридні моделі LES/RANS або DES [24]. З точки зору моделювання, вище зазначені підходи різняться вимогами до дискретизації розрахункової області та відповідними обчислювальними ресурсами. Так наприклад, масштаб розрахункових комірок для RANS моделей складає 1–5 мм, а для DNS вже 10–50 мкм. Тому при моделюванні повномасштабних об'єктів є доцільним застосування RANS моделей турбулентності.

Для задач числового моделювання взаємодій між стрибком ущільнення і пограничним шаром при надзвуковому обтіканні ЛА найбільшого застосування дістали моделі турбулентності $k - \varepsilon$ Launder [25] і $k - \omega$ Wilcox [26] та $k - \omega$ SST Menter [27]. В моделі $k - \omega$ SST застосовується $k - \varepsilon$ для потоку вдалині від стінок та $k - \omega$ в пристінних областях. Порівнянню зазначених моделей для різного класу задач присвячено багато наукових праць. Хоча жодна з моделей не може вважатися універсальною, велика кількість авторів відзначають, що $k - \omega$ SST прогнозує більш точні результати для складної надзвукової течії [1, 28, 29].

Математичне формулювання задачі надзвукового обтікання ЛА на прикладі моделі турбулентності k – ω SST для в'язкого середовища [27, 29, 30], в якій враховується вплив малих чисел Reynolds та стисливість рідини, має вигляд:

$$\begin{split} &\left[\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\rho} \widetilde{\mathbf{v}} \right) = 0; \\ &\frac{\partial \left(\overline{\rho} \widetilde{\mathbf{v}} \right)}{\partial t} + \left(\overline{\rho} \widetilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla \right) \widetilde{\mathbf{v}} = -\nabla \overline{p} + \nabla \cdot \overline{\mathbf{\tau}}_{eff}; \\ &\frac{\partial \left(\overline{\rho} k \right)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\rho} k \widetilde{\mathbf{v}} \right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \widetilde{G}_k - Y_k + S_k; \\ &\frac{\partial \left(\overline{\rho} \omega \right)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\rho} \omega \widetilde{\mathbf{v}} \right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega; \\ &\frac{\partial \partial t}{\partial t} \left(\overline{\rho} \widetilde{E} \right) + \nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}} \left(\overline{\rho} \widetilde{E} + \overline{p} \right) = \nabla \cdot \left[\left(\lambda + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \nabla \widetilde{T} \right] + \nabla \widetilde{\mathbf{v}} : \overline{\mathbf{\tau}}_{eff} + q_v; \\ &\overline{p} = \overline{\rho} R \widetilde{T}, \end{split}$$

де $\overline{\rho}$ – густина, осереднена за Reynolds, кг/м³; t – час, с; ∇ – оператор Гамільтона, м⁻¹; \tilde{v} – вектор швидкості, осереднений за Favre, м/с; \overline{p} – тиск, осереднений за Reynolds, Па; k – турбулентна кінетична енергія, Дж/кг; ω – відносна швидкість дисипації кінетичної енергії турбулентності, с⁻¹; μ – динамічна в'язкість, Па·с;

$$\mu_{t} = \frac{\overline{\rho}k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^{*}}, \frac{SF_{2}}{a_{1}\omega}\right]}$$

турбулентна в'язкість, Па∙с;

$$\sigma_{k} = \frac{1}{F_{1} / \sigma_{k,1} + (1 - F_{1}) / \sigma_{k,2}}; \ \sigma_{\omega} = \frac{1}{F_{1} / \sigma_{\omega,1} + (1 - F_{1}) / \sigma_{\omega,2}};$$

 α^{*} — коефіцієнт ослаблення μ_{t} для малих чисел Reynolds,

$$\alpha^* = \alpha^*_{\infty} \left(\frac{\alpha^*_0 + \operatorname{Re}_t / \operatorname{R}_k}{1 + \operatorname{Re}_t / \operatorname{R}_k} \right), \ \operatorname{Re}_t = \frac{\overline{\rho}k}{\mu\omega}, \ \alpha^*_0 = \frac{\beta_i}{3},$$

а для великих чисел Reynolds $\alpha^* = \alpha^*_{\infty} = 1$; $S = \sqrt{2S \cdot S} - MODELBARCENTERSOPARTIES AND ADDELBARCENT AND ADDELBARCENT AND ADDELBARCENT ADDELBARCENTE ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENTE ADDELBARCENTE ADDELBARCENTE ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENT ADDELBARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTARCENTE ADDELBARCENTE ADDE$

$$\begin{split} \Phi_{1} &= \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0,09y\omega},\frac{500\mu}{\overline{\rho}y^{2}\omega}\right),\frac{4\overline{\rho}k}{\sigma_{\omega,2}D_{\omega}^{+}y^{2}}\right];\\ D_{\omega}^{+} &= \max\left[2\overline{\rho}\frac{\nabla k\cdot\nabla\omega}{\sigma_{\omega,2}\omega},10^{-10}\right];\ F_{2} &= \tanh\left(\Phi_{2}^{2}\right);\\ \Phi_{2} &= \max\left[\frac{2\sqrt{k}}{0,09y\omega},\frac{500\mu}{\overline{\rho}y^{2}\omega}\right]; \end{split}$$

у – відстань до наступної поверхні, м;

$$\tilde{G}_{k} = \min(G_{k}, 10\overline{\rho}\beta^{*}k\omega)$$

– джерельний член для k , Вт/м³;

$$G_k = \mu_t S^2; G_\omega = \frac{\alpha}{v_t} \tilde{G}_l$$

– джерельний член для ω, кг/(м³·c²);

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \left(\nabla \tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{v}} \nabla \right)$$

тензор швидкості деформації, с⁻¹;

$$v_t = \frac{\mu_t}{\overline{\rho}}$$

- кінематична турбулентна в'язкість, м²/с;

$$\begin{split} &\alpha = \frac{\alpha_{\infty}}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + \operatorname{Re}_t / \operatorname{R}_{\omega}}{1 + \operatorname{Re}_t / \operatorname{R}_{\omega}} \right); \ \alpha_{\infty} = \operatorname{F}_t \alpha_{\infty,1} + (1 - \operatorname{F}_t) \alpha_{\infty,2}; \\ &\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta^*_{\infty}} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1} \sqrt{\beta^*_{\infty}}}; \ \alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta^*_{\infty}} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2} \sqrt{\beta^*_{\infty}}}; \ Y_k = \overline{\rho} \beta^* k \omega \end{split}$$

– дисипативний член для k, Bт/м³;

$$\beta^{*} = \beta_{i}^{*} \Big[1 + \xi^{*} F(M_{t}) \Big]; \ F(M_{t}) = \begin{cases} 0 & M_{t} \le M_{t0}; \\ M_{t}^{2} - M_{t0}^{2} & M_{t} > M_{t0}; \end{cases}$$

 – функція стисливості середовища, яка використовується для корекції стисливості;

$$M_t^2 = \frac{2k}{a^2}$$

– турбулентне число Mach, а = $\sqrt{\gamma R \tilde{T}}$ – локальна швидкість звуку, м/с; γ – показник адіабати;

$$\beta_{i}^{*} = \beta_{\infty}^{*} \left[\frac{4 / 15 + \left(\operatorname{Re}_{t} / \operatorname{R}_{\beta} \right)^{4}}{1 + \left(\operatorname{Re}_{t} / \operatorname{R}_{\beta} \right)^{4}} \right]; \ Y_{\omega} = \overline{\rho} \beta \omega^{2}$$

– дисипативний член для ω , кг/(м³·c²);

$$\beta = \beta_{i} \left[1 - \frac{\beta_{i}^{*}}{\beta_{i}} \xi_{i} F(\mathbf{M}_{t}) \right]; \ \beta_{i} = F_{i} \beta_{i,1} + (1 - F_{i}) \beta_{i,2};$$
$$\mathbf{D}_{\omega} = 2(1 - F_{i}) \overline{\rho} \frac{\nabla \mathbf{k} \cdot \nabla \omega}{\sigma_{\omega,2} \omega}$$

– член, що враховує перехресну дифузію, кг/($M^3 \cdot c^2$);

 $S_k,\,S_{\omega}$ – джерельні члени для рівнянь k (Вт/м³) і ω (кг/(м³·с²)), відповідно;

$$\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{h}} - \frac{\overline{\mathbf{p}}}{\overline{\mathbf{p}}} + \frac{\mathbf{\tilde{v}} \cdot \mathbf{\tilde{v}}}{2}$$

- масова повна енергія, Дж/кг;

$$\tilde{h} = \int_{T_0}^{\tilde{T}} c_p dT$$

– масова ентальпія, Дж/кг; – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); Рr_t – турбулентне число Prandtl;

$$\overline{\boldsymbol{\tau}}_{\rm eff} = \left(\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\mu}_{\rm t}\right) \left[\nabla \widetilde{\mathbf{v}} + \widetilde{\mathbf{v}} \nabla - \frac{2}{3} \left(\nabla \cdot \widetilde{\mathbf{v}} \right) \mathbf{I} \right] - \frac{2}{3} \overline{\rho} \mathbf{k} \mathbf{I}$$

– тензор девіаторних напружень, Па; q, – густина об'ємного джерела теплоти, ${\rm Bt/m^3};~\tilde{T}$ – абсолютна температура, осереднена за Favre, K.

Коефіцієнти k- ω SST моделі турбулентності: $\alpha_{\infty}^{*} = 1; \alpha_{\infty} = 0,52; \alpha_{0} = \frac{1}{9}; \beta_{\infty}^{*} = 0,09; \beta_{i} = 0,072; R_{\beta} = 8; \xi^{*} = 1,5;$ $R_{k} = 6; R_{\omega} = 2,95; M_{t0} = 0,25; \sigma_{k} = 2,0; \sigma_{\omega} = 2,0; \sigma_{k,1} = 1,176;$ $\sigma_{\omega,1} = 2,0; \sigma_{k,2} = 1,0; \sigma_{\omega,2} = 1,168; a_{1} = 0,31; \beta_{i,1} = 0,075; \beta_{i,2} = = 0.0828; \kappa = 0,41.$

Початкові умови для (1):

$$\begin{split} &\tilde{T}(X) = T_0; \\ &\tilde{\mathbf{v}}(X) = \mathbf{v}_0; \\ &\bar{p}(X) = p_0; \\ &k(X) = k_0; \\ &\omega(X) = \omega_0, \end{split}$$

де $X(x,y,z) \in \Omega$ – декартові координати, м; Ω – розрахункова область.

Граничні умови для (1):

– на вході газового потоку (3) і на виході – (4)

$$\begin{split} \mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{v}} &= \mathbf{v}_{\text{inlet}}; \\ \overline{\mathbf{p}} &= \mathbf{p}_{\text{inlet}}; \\ \widetilde{\mathbf{T}} &= \mathbf{T}_{\text{inlet}}; \\ \mathbf{k} &= \mathbf{k}_{\text{inlet}}; \\ \boldsymbol{\omega} &= \boldsymbol{\omega}_{\text{inlet}}, \end{split}$$
(3)

де **n** – вектор нормалі до поверхні;

$$\begin{cases} \overline{p}_{\text{outlet}} = 0; \\ \widetilde{T} = T_{\text{outlet}}; \\ k = k_{\text{outlet}}; \\ \omega = \omega_{\text{outlet}}, \end{cases}$$
(4)

- на поверхні профілю ЛА

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla \overline{\mathbf{p}} = \mathbf{0}; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \overline{\mathbf{T}} = \mathbf{0}; \\ \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}; \\ \mathbf{k} = \mathbf{0}; \\ \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_{wall}. \end{cases}$$
(5)

Постановка (1)–(5) є повним математичним формулюванням задачі надзвукового обтікання ЛА з використанням моделі турбулентності k–ω SST.

5. Об'єкти експериментальних та числових досліджень

Геометрична конфігурація плоска стінка – клиновидна надбудова досить часто зустрічається в конструкціях ЛА. Дана конфігурація складається з плоскої стінки, перпендикулярно до якої розміщено гострий клин, кут якого є наперед заданим.

Складна структура потоку для даної конфігурації обумовлена взаємодіями нахиленого стрибка ущільнення, що утворюється клином, з турбулентним пограничним шаром на плоскій стінці.

Найбільш потужні взаємодії для даної конфігурації представлено у роботі [7] при куті клину 23° та швидкості потоку $M_{\infty} = 5$ (рис. 1, *a*). За даних умов окрім нев'язкого стрибка ущільнення та зони відриву (S₁) та приєднання (R₁) спостерігається ще одна вторинна зона відриву (S₂) та приєднання (R₂), що показано на рис. 1, *б*.



Рис. 1. Експериментальні дослідження надзвукового обтікання конфігурації плоска стінка — клиновидна надбудова: *а* — геометрія задачі; *б* — коефіцієнт тертя з позначеними лінями відриву та приєднання [7]

Конфігурація плоска стінка – газовий струмінь має важливе значення та широке застосування у ключових системах надзвукових ЛА. Серед основних слід відмітити такі: прямоточні повітряно-реактивні та твердопаливні ракетні двигуни, а також системи управління ЛА.

Експериментальні дослідження даної конфігурації зазвичай проводять на об'єкті, що складається з плоскої стінки з круглим отвором, через який подається газ.

Інжекційний струмінь під впливом основного потоку викривлюється та утворює перешкоду, подібну до криволінійної сходинки. Внаслідок чого основний потік гальмується з утворенням значних градієнтів тиску, що спричинює відрив пограничного шару, утворення рециркуляційних зон та системи тривимірних стрибків ущільнення (рис. 4).



Рис. 2. Схема структури потоку під час надзвукового обтікання конфігурації плоска стінка — газовий струмінь: *a* — структура потоку у поперечному розрізі; *б* — тривимірна схема потоку; 1 — основний надзвуковий потік; 2 — інжекційний струмінь; 3 — викривлений стрибок ущільнення; 4 — диск Маха; 5 — вихори перед струменем; 6 — вихори після струменю; 7 — контури подвійного вихору; 8 — спутний слід; 9 — підковоподібна зона рециркуляції; 10 — лінія відриву пограничного шару

Експериментальні дослідження надзвукового обтікання конфігурації плоска стінка – газовий струмінь у роботі [16] проведені при діаметрі інжекційного отвору $d_{jet} = 2,2$ мм, швидкості інжекційного газу (повітря) $M_{jet} = 1$ та $M_{\infty} = 5$ для основного потоку.

Показані схеми потоків при різних конфігураціях та результати експериментальних досліджень дозволяють уявити та детально визначити особливості поведінки надзвукового потоку при взаємодіях з різними об'єктами. Також зазначені дані можуть бути використані для апробації та верифікації числових моделей фізичних полів при надзвуковій течії біля елементів ЛА.

6. Числові моделі та методика проведення числових досліджень

Для моделювання надзвукового обтікання вище наведених конфігурацій розв'язувалась осереднена за Reynolds система рівнянь Нав'є-Стокса з використанням $k-\omega$ SST моделі турбулентності ((1)–(5)). Числова реалізації сформульованої задачі виконана у вільному відкритому (Open Source Software) програмному коді OpenFOAM [31]. Застосовано розв'язувач гhoCentralFoam, який використовує «центрально-протипотокову» схему А. Курганова для апроксимації конвективних членів рівнянь Нав'є-Стокса. Такий підхід дозволяє досягти збіжності розв'язку як для розривних рішень ударних хвиль, так і для рішень, де основну роль відіграють в'язкі явища. Дискретизація системи рівнянь в даному обчислювальному пакеті проводиться за методом скінченних об'ємів. rhoCentralFoam є неявним розв'язувачем з корекцією густини [32]. Для стабілізації ітераційного процесу розв'язання нелінійних дискретних рівнянь число Courant приймалося на рівні $Co \le 0,5$.

Геометричні репрезентації задач є аналогічними до експериментальних конфігурацій. Розрахункові області дискретизовані гексаедричними елементами, кількість розрахункових комірок для задач була наступною: обтікання клину – N_{ком}=3427600, N_{вузл}=3499650; обтікання газового струменя – N_{ком}= =1068111, N_{вузл}=1099800.

За граничні умови задачі обтікання клину приймалося: число Mach M_m=5; тиск гальмування P₀= =2120000 Па; температура гальмування T₀ = 410 К; значення температури стінок є сталим $T_{wall} = 300$ К. Для задачі обтікання газового струменя: число Mach $M_{\scriptscriptstyle\infty}=5;$ тиск гальмування $P_{\scriptscriptstyle 0}=639000~\Pi a;$ температура гальмування T₀ = 375 K; число Mach газового струменя M_{iet} = 1; тиск гальмування газового струменя P_{iet.0} = 303100 Па; температура гальмування газового струменя Т_{iet.0} = 295 К; на поверхні плоскої стінки – адіабатні умови. Для усунення впливу граничних умов на картину течії в обох задачах границі розрахункової області розташовані на значній відстані від поверхонь розглядуваних об'єктів. Також розглядається лише половина фізичного об'єкту через його симетричність відносно повздовжньої площини.

7. Результати числового аналізу

В результаті числового моделювання отримано усталені значення фізичних полів для конфігурацій плоска стінка – клиновидна надбудова та плоска стінка – газовий струмінь. За критерії усталеності розв'язку прийнято стабілізацію визначальних характеристик потоку у певних точках (P₀, T₀, C_f – коефіцієнт поверхневого тертя) під час подальших ітерацій. В середньому для обох задач необхідно було біля 30000 ітерацій.

Отримані числові розв'язки використані для порівняння з наявними експериментальними даними та для аналізу структури та особливостей взаємодії надзвукового потоку з розглядуваними об'єктами.

Для аналізу та порівняння картини течії при обтікання плоскої стінки з клиновидною надбудовою використані дані з розподілу безрозмірних значень абсолютного тиску ($P_{w0} = 109560$ Па) та коефіцієнту тертя ($C_{f0} = 0,00121$) по трьох перерізах плоскої стінки (рис. 3, *a*, *б*).

Розрахований розподіл тиску на поверхні плоскої стінки у відповідних поперечних перерізах добре корелюється з експериментальними даними. Лінії відриву (S_1, S_2) та приєднання (R_1, R_2) видно з представлених графіків. Прогноз коефіцієнту тертя (рис. 3, δ) загалом відтворює результати експериментальних досліджень. При цьому яскраво виражене високе значення C_f у точці повторного приєднання R_2 є значно заниженим, хоча зберігаються загальні тенденції зміни коефіцієнту тертя.

Фізичні поля отримані у результаті розв'язання задачі надзвукового обтікання конфігурації плоска стінка – клиновидна надбудова представлено по чотирьох поперечних перерізах вздовж клину (рис. 4, *a*-*г*).



Рис. 3. Порівняння експериментальних та числових значень: $a - P_w/P_{w0}$; $\delta - C_f/C_{f0}$; експериментальні значення: 1 - x=82 мм, 2 - x=122 мм, 3 - x=182 мм; розрахункові значення: 4 - x=82 мм, 5 - x=122 мм, 6 - x=182 мм



Рис. 4. Розраховані фізичні поля при надзвуковому обтіканні конфігурації плоска стінка — клиновидна надбудова: *а* — поле числа Mach; *б* — поле абсолютного тиску; *в* — поле значення градієнту густини; *г* — лінії плівкової течії по твердій стінці

Наявні в роботі [16] експериментальні дані з розподілу безрозмірного тиску ($P_{w0} = 1250 \text{ Па}$) на поверхні

плоскої стінки, дали змогу провести порівняння результатів числового аналізу для конфігурації плоска стінка – газовий струмінь (рис. 5).



Рис. 5. Порівняння експериментальних та розрахункових значень P_w/P_{w0} : $z/d_{jet}=0$; $\delta - z/d_{jet}=4,77$; $\delta - z/d_{jet}=9,1$; експериментальні значення: $1 - z/d_{jet}=0$, $2 - z/d_{jet}=4,77$, $3 - z/d_{jet}=9,1$; розрахункові значення: $4 - z/d_{jet}=0$, $5 - z/d_{jet}=4,77$, $6 - z/d_{jet}=9,1$

Фізичні поля, отримані в результаті розв'язання задачі надзвукового обтікання конфігурації плоска стінка – газовий струмінь, показано на рис. 6, *а*–*г* та 7.



Рис. 6. Розраховані фізичні поля при надзвуковому обтіканні конфігурації плоска стінка — газовий струмінь: *a* — поле числа Mach, *б* — поле Р_w/Р_{w0}; *β* — поле значення градієнту густини; *г* — лінії плівкової течії по твердій стінці в порівнянні з лініями поверхневої течії крапель

З представлених даних видно, що запропонована модель турбулентності $k-\omega$ SST прогнозує дещо меншу зону відриву перед струменем, але повністю відтворює параметри відриву за струменем. Це може бути пов'язано із емпіричними константами самої моделі турбулентності, значення яких доцільно було б підбирати для кожної окремої задачі. З іншого боку загальна картина потоку та основні характеристики процесу відтворюються з достатньою для інженерного аналізу точністю.



Рис. 7. Комбінована схема потоку при надзвуковому обтіканні конфігурації плоска стінка — газовий струмінь. Показано поле числа Mach, лінії плівкової течії на плоскій стінці та лінії току газу, що інжектується

7. Висновки

Запропоновано математичну модель для опису поведінки турбулентного надзвукового потоку навколо ЛА, яка базується на системі рівнянь RANS з використанням моделі турбулентності k – ω SST (з двома скалярними рівняннями турбулентної кінетичної енергії і відносної швидкості її дисипації з модифікацією, яка враховує перенос зсувних напружень) в'язкого стисливого середовища.

Проведено аналіз наявних експериментальних даних для надзвукового обтікання різних тривимірних конфігурацій ЛА. Для конфігурацій плоска стінка – клиновидна надбудова та плоска стінка – перпендикулярний газовий струмінь визначено фізичні особливості взаємодій хвилі ущільнення – пограничний турбулентний шар, які проявляються у формуванні складної структури відривних та приєднувальних зон пограничного турбулентного шару, що характеризуються відповідними лініями відриву та приєднання на поверхнях обтікання.

З використанням методів числового моделювання, отримано результати з фізичних полів зазначених конфігурацій ЛА та проведено їх верифікацію на даних натурних експериментальних досліджень за такими характерними параметрами: безрозмірний абсолютний тиск, коефіцієнт поверхневого тертя, лінії току плівкової течії. Зіставлення експериментальних даних із даними числового експерименту показало хорошу збіжність.

Запропонований та апробований підхід до розв'язання складних задач надзвукового газодинамічного стану різноманітних об'єктів, що дозволить в майбутньому скоротити терміни та підвищити ефективність розробок надсучасних комплексних надзвукових систем.

Література

- 1. Babinsky, H. Shock Wave–Boundary-Layer Interactions [Text] / H. Babinsky, John K. H. New York : Cambridge University Press, 2011. 461 p.
- Желтоводов, А. А. Закономерности развития и возможности численного моделирования сверхзвуковых турбулентный отрывных течений [Текст] / А. А. Желтоводов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 5 (92). – С. 95–107.
- Zheltovodov, A. A. Shock waves / turbulent boundary-layer interactions: Fundamental studies and applications [Text] / A. A. Zheltovodov // AIAA, Fluid Dynamics Conferences, 1996. doi: 10.2514/6.1996-1977
- Желтоводов, А. А. Особенности развития отрывных течений в углах сжатия за волнами разрежения [Текст] / А. А. Желтоводов, Л. Ч.-Ю. Меклер, Э. Х. Шилейн. Новосибирск ИТПМ, 1987. 47 с.
- Zheltovodov, A. Regimes and properties of three-dimensional separation flows initiated by skewed compression shocks [Text] / A. Zheltovodov // J. Applied of Mechanics and Technical Physics. – 1982. – Vol. 23, Issue 3. – P. 413–418. doi: 10.1007/bf00910085
- Schülein, E. Documentation of Experimental Data for Hypersonic 3-D Shock Waves/Turbulent Boundary Layer Interaction Flows [Text] / E. Schülein, A. A. Zheltovodov. – DLR, German Aerospace Center. – 2001.
- Schülein, E. Skin Friction and Heat Flux Measurements in Shock / Boundary Layer Interaction Flows [Text] / E. Schülein // AIAA Journal. – 2006. – Vol. 44, Issue 8. – P. 1732–1741. doi: 10.2514/1.15110
- Panaras, A. G. Calculation of Flows Characterized by Extensive Crossflow Separation [Text] / A. G. Panaras // AIAA Journal. 2004. – Vol. 42, Issue 12. – P. 2474–2475. doi: 10.2514/1.12488
- Edwards, J. R. Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional Shock-Separated Flowfields [Text] / J. R. Edwards, S. Chandra // AIAA Journal. – 1996. – Vol. 34, Issue 4. – P. 756–763. doi: 10.2514/3.13137
- Fang, J. Large-Eddy Simulation of a Three-Dimensional Hypersonic Shock Wave Turbulent Boundary Layer Interaction of a Single-Fin [Text] / J. Fang, Y. Yao, A. Zheltovodov, L. Lu // 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, American Institute of Aeronautics and Astronautics. – 2015. doi: 10.2514/6.2015-1062
- Spaid, F. W. A Study of the Interaction of Gaseous Jets from Transverse lots with Supersonic External Flows [Text] / F. W. Spaid, E. E. Zukoski // AIAA Journal. – 1968. – Vol. 6, Issue 2. – P. 205–212. doi: 10.2514/3.4479
- Zukoski, E. E. Secondary Injection of Gases into a Supersonic Flow [Text] / E. E. Zukoski, F. W. Spaid // AIAA Journal. 1964. Vol. 2, Issue 10. – P. 1689–1696. doi: 10.2514/3.2653
- Chenault, C. F. Numerical Investigation of Supersonic Injection Using a Reynolds-Stress Turbulence Model [Text] / C. F. Chenault, P. S. Beran, R. D. W. Bowersox // AIAA Journal. – 1999. – Vol. 37, Issue 10. – P. 1257–1269. doi: 10.2514/2.594

- Santiago, J. G. Crossflow Vortices of a Jet Injected into a Supersonic Crossflow [Text] / J. G. Santiago, J. C. Dutton // AIAA Journal. – 1997. – Vol. 35, Issue 5. – P. 915–917. doi: 10.2514/2.7468
- Glagolev, A. Supersonic flow past a gas jet obstacle emerging from a plate [Text] / A. Glagolev, A. Zubkov, Y. Panov // Fluid Dynamics. – 1967. – Vol. 2, Issue 3. – P. 60–64. doi: 10.1007/bf01027359
- Erdem, E. Experimental and numerical predictions for transverse injection flows [Text] / E. Erdem, K. Kontis // Journal of Shock Waves. – 2010. – Vol. 20, Issue 2. – P. 103–118. doi: 10.1007/s00193-010-0247-1
- Erdem, E. Penetration Characteristics of Air, Carbon Dioxide and Helium Transverse Sonic Jets in Mach 5 Cross Flow [Text] / E. Erdem, K. Kontis, S. Saravanan // Sensors. – 2014. – Vol. 14, Issue 12. – P. 23462–23489. doi: 10.3390/s141223462
- Dhinagaran, R. Numerical Simulation of Two-Dimensional Transverse Gas Injection into Supersonic External Flows [Text] / R. Dhinagaran, T. K. Bose // AIAA Journal. – 1998. – Vol. 36, Issue 3. – P. 486–488. doi: 10.2514/2.393
- Srinivasan, R. Characterization of Flow Structures and Turbulence in Hypersonic Jet Interaction Flowfields [Text] / R. Srinivasan, R. D. W. Bowersox // 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2005. doi: 10.2514/6.2005-895
- Rizzetta, D. P. Numerical Simulation of Slot Injection into a Turbulent Supersonic Stream [Text] / D. P. Rizzetta // AIAA Journal. 1992. – Vol. 30, Issue 10. – P. 2434–2439. doi: 10.2514/3.11244
- Kawai, S. Large-eddy simulation of jet mixing in supersonic crossflows [Text] / S. Kawai, S. K. Lele // AIAA Journal. 2010. Vol. 48, Issue 9. – P. 2063–2083. doi: 10.2514/1.J050282
- 22. Won, S. DES Study of Transverse Jet Injection into Supersonic Cross Flows [Text] / S. Won, I. Jeung, J. Y. Choi // 44rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2006. doi: 10.2514/6.2006-1227
- Sriram, A. T. Numerical simulation of transverse injection of circular jets into turbulent supersonic streams [Text] / A. T. Sriram, J. Mathew // Journal of Propulsion and Power. – 2008. – Vol. 24, Issue 1. – P. 45–54. doi: 10.2514/1.26884
- 24. Poinsot, T. Theoretical and numerical combustion [Text] / T. Poinsot, D. Veynante; 2nd edition. Philadelphia : Edwards, 2005. 522 p.
- 25. Jones, W. P. The prediction of laminarization with a 2-equation model of turbulence [Text] / W. P. Jones, B. E. Launder // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1972. Vol. 15, Issue 2. P. 301–314. doi: 10.1016/0017-9310(72)90076-2
- 26. Wilcox, D. C. Turbulence Modeling for CFD [Text] / D. C. Wilcox; 1st edition. California: DCW Industries, Inc, 1993. 460 p.
- Menter, F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications [Text] / F. R. Menter // AIAA Journal. – 1994. – Vol. 32, Issue 8. – P. 1598–1605. doi: 10.2514/3.12149
- Panaras, A. G. Turbulence Modeling of Flows with Extensive Crossflow Separation [Text] / A. G. Panaras // Aerospace. 2015. Vol. 2, Issue 3. – P. 461–481. doi: 10.3390/aerospace2030461
- 29. Menter, F. Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model [Text] / F. Menter, M. Kuntz, R. Langtry // Turbulence, Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 4. P. 625–632.
- Карвацький, А. Я. Сучасний стан проблеми теоретичного дослідження надзвукового обтікання тіл за різних конфігурацій [Text] / А. Я. Карвацький // Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. – 2015. – № 1(14). – С. 5–12.
- 31. OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://www.openfoam.org/ 01.09.2015.
- 32. Панов, Є. М. Числове моделювання обтікання профілю крила надзвуковим потоком з використанням програмного коду OpenFOAM [Text] / Є. М. Панов, А. Я. Карвацький, А. Ю. Педченко, І. В. Пулінець, Т. В. Лазарев // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2015. – № 2. – С. 69–78.