

ПОСТРОЕНИЕ ARIMA-МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ КООПЕРАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА И НАУКИ В РЕГИОНЕ (НА ПРИМЕРЕ УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ)

Процесс функционирования научно-производственной кооперации в любых формах ее проявления возможно изучать используя динамическую модель (1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}n(t) = k \cdot w \cdot n(t) \cdot (n_0 + \frac{d}{kw} - n(t)) - d \cdot n(t) + \Delta \cdot \mu^a \\ \frac{d}{dt}\gamma(t) = \sigma \cdot n(t) - f_1(\gamma(t)) + f_2(w(t)) \\ \frac{d}{dt}s(t) = \gamma \cdot (f_3(s(t)) - f_4(s(t))) \\ \frac{d}{dt}\mu(t) = f_5(\mu(t)) + \delta \cdot \gamma(t) \end{array} \right. \quad (1)$$

во всех возможных точках этой модели. Для этого необходимо найти все стационарные точки (1) и изучить динамику переходов из одной стационарной точки в другую при изменении параметров входящих в уравнение (1). Для этой цели необходимо разложить правые части уравнений, входящих в (1) с точностью до членов более высокого порядка малости, чем в случае линеаризации. [1].

Статистические методы прогнозирования позволяют выявлять закономерности на фоне случайностей, делать обоснованные прогнозы и оценивать вероятность их появления.

Следует отметить, что процесс построения прогнозных моделей сложен и неоднозначен. Это связано с тем, что противоречивые силы, действующие в стохастических условиях экономической конъюнктуры, с трудом поддаются формализации. Данное обстоятельство является объективной причиной, не позволяющей достичь удовлетворительной точности любых прогнозов.

Довольно часто экономические показатели, представленные временными рядами, имеют настолько сложную структуру, что моделирование таких рядов путем построения модели тренда, сезонности и применения других традиционных подходов не приводит к приемлемым результатам. Во временном ряду ошибок остаются статистические зависимости, которые можно моделировать.

Распространенным приемом при выявлении и анализе тенденции развития является сглаживание временного ряда, т. е. замена фактических уровней временного ряда расчетными уровнями, которые в меньшей степени подвержены колебаниям. Это способствует более четкому проявлению тенденции развития.

Для прогнозирования будущих значений временного ряда по имеющимся данным необходимо идентифицировать модель ряда. Идентификация ряда подразумевает определение внешних характеристик ряда — наличия тренда и его вида, наличия сезонности и ее параметров и т. п. — и, после преобразования ряда к стационарному, определение внутренних его характеристик — наличия взаимовлияния членов ряда друг на друга.

Любой временной ряд можно преобразовать в стационарный с помощью операций сдвига, а любой стационарный ряд описать с помощью процессов авторегрессии и скользящего среднего. Таким образом, временной ряд

можно представить в виде суммы двух процессов: авторегрессии порядка p , и скользящего среднего порядка q .

Анализ внутренней структуры временных рядов основан на сравнении пробного ряда с белым шумом, имеющем среднее значение $E(Z) = 0$, и дисперсию $D(Z) = const$. Поэтому нужно добиться того, чтобы среднее для анализируемого ряда было равно нулю.

Такая модель временных рядов называется в русскоязычных источниках АРПСС (авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего), а в англоязычной — ARIMA.

Впервые систематический подход к построению модели ARIMA (модель авторегрессии — проинтегрированного скользящего среднего) был изложен Боксом и Дженкинсом [2].

Модель ARIMA позволяет исключить тренд путем перехода к разностям исходного ряда. Порядок разности, при котором ряд становится стационарным случайным процессом, определяет параметр d , который является (наряду с p и q) третьей неизвестной величиной, необходимой при моделировании ARIMA (p, d, q).

Для определения вида и порядка процессов, порождающих стационарный временной ряд, используют аппарат автокорреляционных функций (АКФ): обычной — АКФ и частной — ЧАКФ.

Автокорреляция — корреляция ряда самим с собой, с задержкой на k наблюдений (k обычно называют лагом).

ЧАКФ представляет собой углубление понятия обычной автокорреляционной функции. В ЧАКФ устраняется зависимость между промежуточными наблюдениями (наблюдениями внутри лага). Другими словами, частная автокорреляция на данном лаге аналогична обычной автокорреляции, за исключением того, что при вычислении из нее удаляется влияние автокорреляций с меньшими лагами (см. [2]).

Сезонные составляющие временного ряда могут быть найдены с помощью коррелограммы. Коррелограмма показывает численно и графически коэффициенты автокорреляции (и их стандартные ошибки) для последовательности лагов из определенного диапазона (например, от 1 до 40). На коррелограмме обычно отмечается диапазон в размере двух стандартных ошибок на каждом лаге.

Методология построения ARIMA-модели для исследуемого временного ряда включает следующие основные этапы:

- идентификацию пробной модели;
- оценивание параметров модели и диагностическую проверку адекватности модели;
- использование модели для прогнозирования.

Модели ARIMA устанавливаются (выбираются) путем анализа исследуемого ряда и сравнения структуры его функций выборочной автокорреляции и частичной автокорреляции с известной теоретической структурой процессов ARIMA. Самые простые виды моделей ARIMA:

- $(1,0,0)$ — авторегрессионная функция;

- (0,1,0) — скользящая средняя;
- (1,0,1) — комбинированная модель авторегрессии и скользящей средней;
- (0,1,1) — экспоненциальная средняя;
- (1,1,1) — нестационарный процесс с линейным трендом [3].

В качестве изучаемого объекта моделирования кооперации науки и производства рассмотрим Удмуртскую Республику.

Прогнозирование изменения степени технологического развития Удмуртской Республики на основе исходных данных будем производить следующим образом.

Рассмотрим временной ряд, отражающий изменения степени технологического развития Удмуртской Республики за период с 2000 по 2011 гг. (рис. 1). Степень технологического развития рассчитана как отношение количества новых передовых наукоемких технологий к общему числу технологий, используемых в Удмуртской Республике.

Первым шагом анализа рассматриваемого ряда является его проверка на стационарность, поскольку практически вся теория прогнозирования линейных моделей хорошо работает именно на стационарных рядах.

Рассматриваемый ряд не является стационарным, это можно утверждать на основе анализа выборочных автокорреляционной и частной автокорреляционной функций ряда остатков, представленных на рис. 2 и 3 соответственно. Для стационарных рядов автокорреляционные коэффициенты должны стремиться к нулю с течением времени.

В связи с тем, что исследуемый ряд короткий, коррелограммы являются смазанными, а идентификация более сложной, т. к. сами функции АКФ и ЧАКФ вычислены с меньшей точностью.

Проанализируем полученные АКФ и ЧАКФ: АКФ убывает, демонстрируя наличие автокорреляций, а ЧАКФ имеет только один пик, выходящий за уровень случайных колебаний («белого шума»). Такая картина диагностируется как чистая авторегрессионная модель. Учитывая, что на ЧАКФ есть пик только в первой позиции (лаг=1), порядок авторегрессии p равен единице. Порядок скользящего среднего q равен нулю. Получаем модель следующего вида: ARIMA (1, 0, 0).

На следующем шаге для проверки модели на адекватность анализируется ее ряд остатков с 95 % доверительными границами.

После того как для исходного ряда подобран наилучший коэффициент авторегрессии ($f_1=0,997591$), и ряд с таким коэффициентом авторегрессии вычтен из исходного, остатки прогноза не показывают никаких внутренних корреляций. И АКФ, и ЧАКФ целиком находятся внутри границ «белого шума» (рис. 4–5).

Модель авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего считается адекватной исходным данным в том случае, если остатки модели являются некоррелированными нормально распределёнными случайными величинами. Таким образом, сам ряд идентифицирован верно.

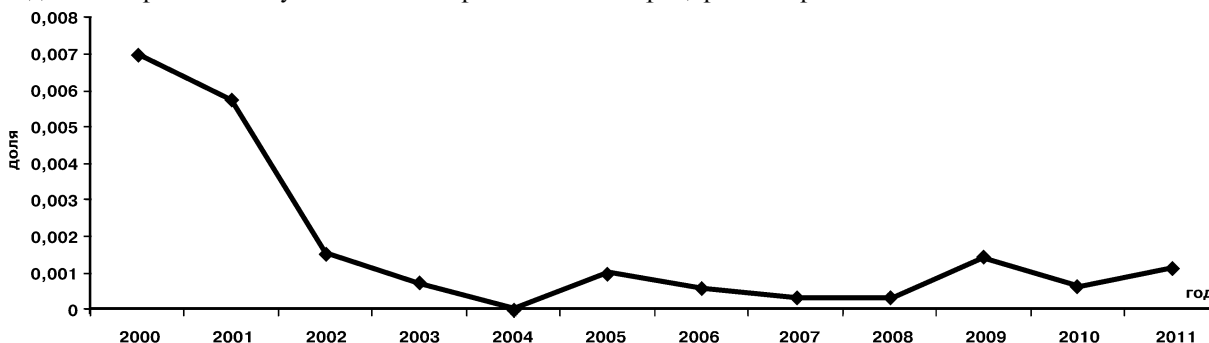


Рис. 1. Изменения степени технологического развития Удмуртской Республики за период с 2000 по 2011 гг.

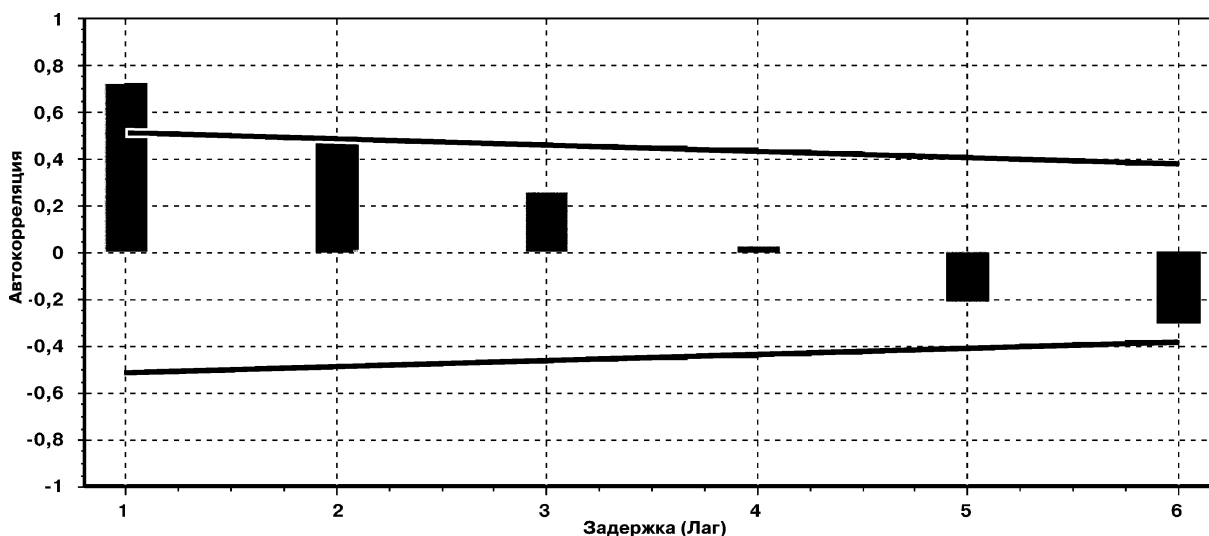


Рис. 2. Автокорреляционная функция для степени технологического развития Удмуртской Республики за период с 2000 по 2011 гг. (с уровнями значимости для автокорреляций)

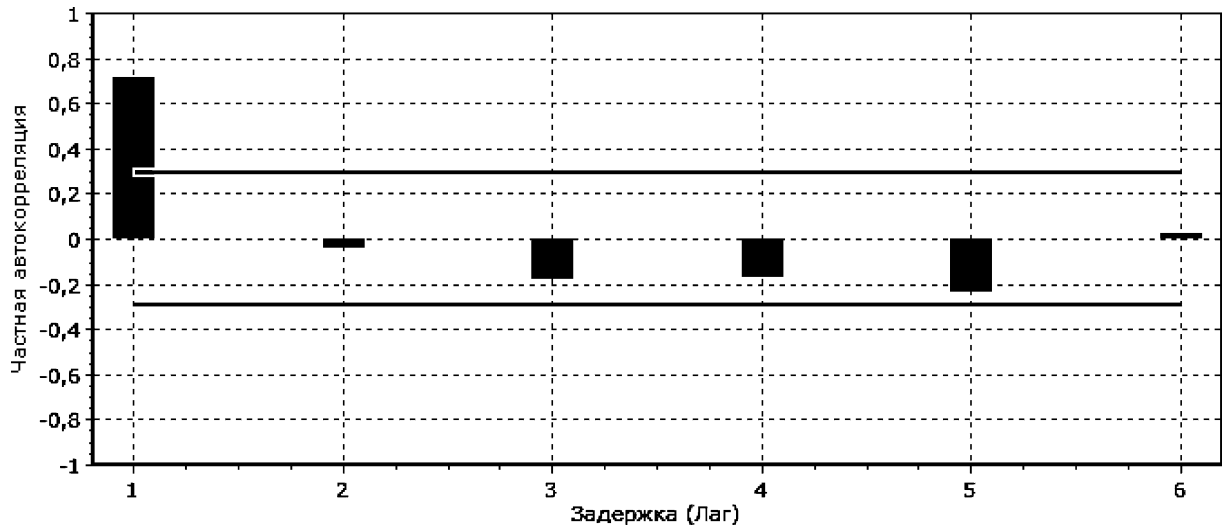


Рис. 3. Частная автокорреляционная функция для степени технологического развития Удмуртской Республики за период с 2000 по 2011 гг. (с уровнями значимости для частных автокорреляций)

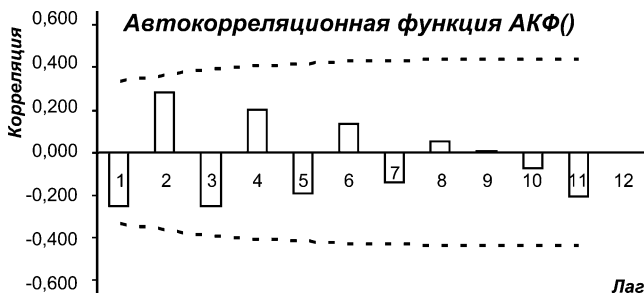


Рис. 4. Автокорреляционная функция для остатков прогноза степени технологического развития Удмуртской Республики за период с 2000 по 2011 гг. (с уровнями значимости для автокорреляций)



Рис. 5. Частная автокорреляционная функция для остатков прогноза степени технологического развития Удмуртской Республики за период с 2000 по 2011 гг. (с уровнями значимости для частных автокорреляций)

Следует отметить, что если бы модель была подобрана неверно, то ряд остатков несомненно указал бы на этот факт.

Полученные оценки параметров модели используются на последнем этапе исследования для того, чтобы вычислить новые значения ряда.

На рис. 6 представлена прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда на следующий год: 0,0010927 (как правило, подобные методы дают корректный прогноз только на один интервал времени).

Считаем необходимым оговорить, если мы сможем указать примерное значение для 2012 года и сравнить с прогнозным, безусловно будет возможность продлить

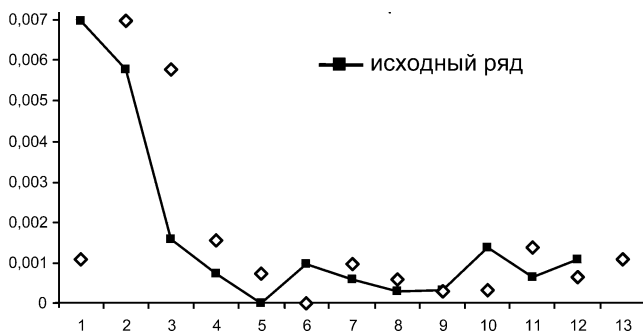


Рис. 6. Прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда на следующий год

прогноз еще на один шаг. Аналогичным образом при проведении исследования было выполнено моделирование с помощью ARIMA для последующих рассматриваемых рядов. Рассмотрим динамику затрат на научные исследования и разработки в Удмуртской Республике с 2000 по 2011 гг. в абсолютных значениях.

Относительное количество средств, направляемых в исследуемом объекте на НИОКР, рассчитано как отношение величины внутренних затрат на научные исследования и разработки к валовому региональному продукту. Временной ряд динамики представлен на рис. 7.

Исследуемый ряд был идентифицирован как чистая авторегрессионная модель с параметрами $p = 4$ (оценки коэффициентов модели

$$f_1 = 0,4954782; f_2 = 0,473512; f_3 = -0,09686 \text{ и } f_4 = -0,529225), d = 0, q = 0.$$

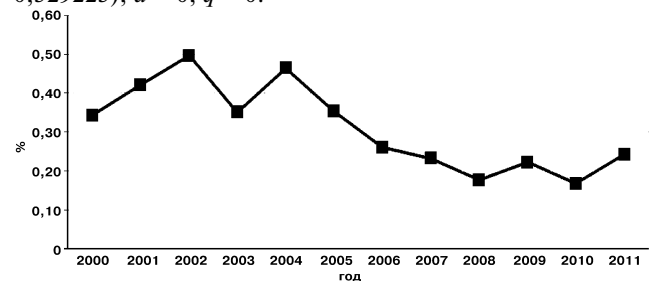


Рис. 7. Временной ряд динамики относительного количества средств, направляемых на НИОКР в Удмуртской Республике

На рис. 8 представлена прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда на следующий год: 0,084885.

Рассмотрим временной ряд, отражающий изменения относительной численности персонала, занятого НИОКР, с 2000 по 2011 гг. в Удмуртской Республике (рис. 9). Относительная численность персонала, занятого НИОКР рассчитана как отношение численности персонала занятого НИОКР к общей численности персонала.

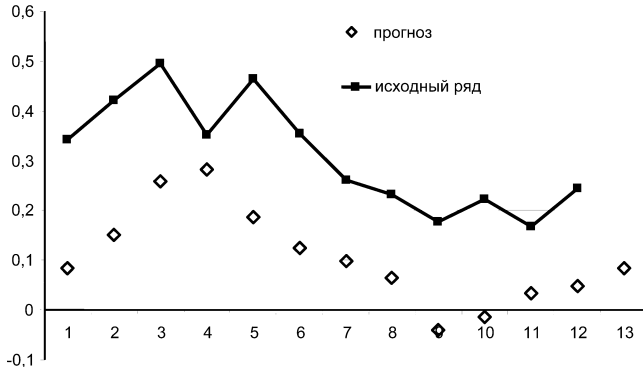


Рис. 8. Прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда динамики относительного количества средств, направляемых на НИОКР в Удмуртской Республике на следующий год

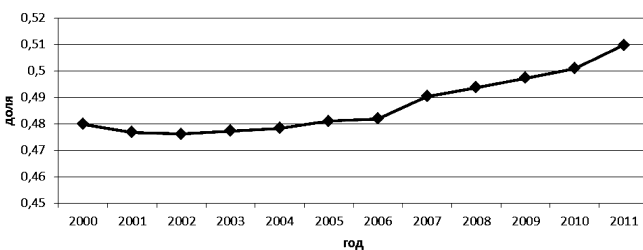


Рис. 9. Изменения относительной численности персонала, занятого НИОКР, с 2000 по 2011 гг. в Удмуртской Республике

Исследуемый ряд был идентифицирован как чистая авторегрессионная модель с параметрами $p = 1$ (оценка коэффициента модели $f_1 = 0,9488976$), $d = 0$, $q = 0$.

На рис. 10 представлена прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда на следующий год: 0,483681952.

На рис. 11 представлен временной ряд, отражающий изменения удельного веса инновационных товаров, работ, услуг в общем объеме отгруженных товаров, выполненных работ, услуг, с 2000 по 2011 гг. в Удмуртской Республике.

Исследуемый ряд был идентифицирован как чистая авторегрессионная модель с параметрами $p = 2$ (оценка коэффициента модели $f_1 = 0,0425627$; $f_2 = 0,0596187$), $d = 0$, $q = 0$.

На рис. 12 представлена прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда на следующий год: 0,387444253.

Предложенная модель функционирования научно-производственной кооперации наглядно демонстрирует динамику переменных, характеризующих данный вид деятельности. Посредством использования ARIMA — модели возможно достоверное решение ряда проблем оптимального управления научно-производственной кооперацией.

Список использованных источников

1. Шамаева Н. П. Математическая модель динамики как основа постановки и решения задач науч-

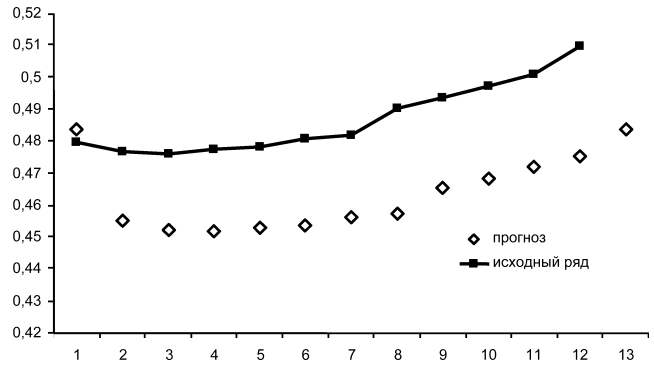


Рис. 10. Прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда динамики относительной численности персонала, занятого НИОКР, с 2000 по 2011 гг. в Удмуртской Республике

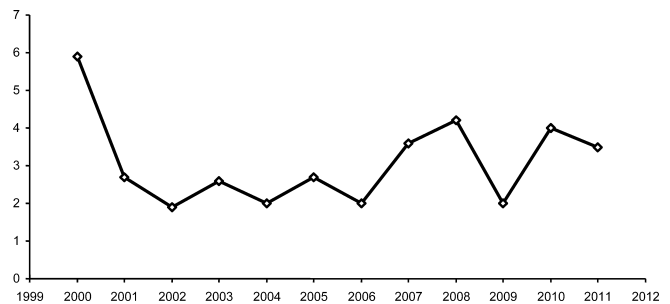


Рис. 11. Изменения удельного веса инновационных товаров, работ, услуг в общем объеме отгруженных товаров, выполненных работ, услуг, с 2000 по 2011 гг. в Удмуртской Республике

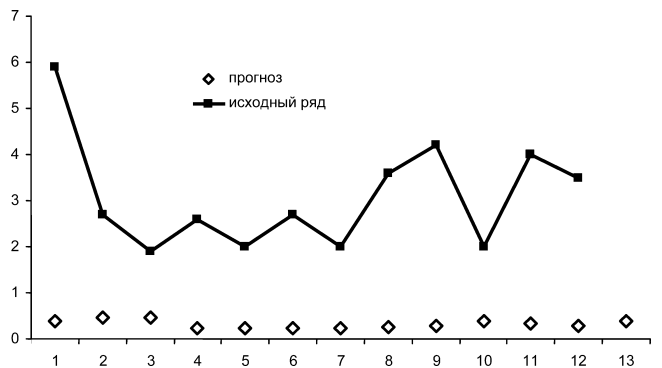


Рис. 12. Прогнозная кривая и предсказываемое значение временного ряда изменений удельного веса инновационных товаров, работ, услуг в общем объеме отгруженных товаров, выполненных работ, услуг, с 2000 по 2011 гг. в Удмуртской Республике

но-производственной кооперации / Шамаева Н. П. // Вестник Удмуртского университета. — 2013. — № 1. — С. 83–86.

2. Бокс Дж. Анализ временных рядов, прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс ; пер. с англ. // под ред. В. Ф. Писаренко. Две части. — Москва, Изд-во «Мир», 1974 г. — 604 с.

3. <http://www.uran.donetsk.ua/~masters/2007/fvti/karpunova/diss/index.html>.

4. Мохначев С. А. Интеграция образования, науки и бизнеса: тенденции на мезоуровне / Мохначев С. А., Мохначев К. С., Шамаева Н. П. // Фундаментальные исследования. — 2012. — № 3–3. — С. 707–711.

