

УДК 531.383

С. А. Мураховский  
Ю. Ф. Лазарев  
П. С. Мироненко

## ДИНАМИКА НАЗЕМНОГО КОМПЕНСАЦИОННОГО МАЯТНИКОВОГО ГИРОКОМПАСА

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

*Исследована динамика маятникового наземного гирокомпаса, работающего в компенсационном режиме при интенсивной поступательной вибрации основания. Выявлены основные особенности движения гирокомпаса. Показана возможность алгоритмической компенсации постоянной составляющей вибрационной ошибки наземного гирокомпаса.*

**Ключевые слова:** наземный гирокомпас, компенсационный режим, поступательная вибрация, алгоритмическая компенсация, вибрационная ошибка.

### Введение

В реальных условиях эксплуатации наземных гирокомпасов вибрации корпуса прибора приводят к значительным погрешностям в его показаниях. Представляет практический и теоретический интерес выявить механизмы влияния вибраций на точность прибора и наметить пути уменьшения этого влияния. В работах [1...3] проведены исследования компенсационного режима работы гирокомпаса на его виброустойчивость и найдена обобщенная форма представления постоянной составляющей вибрационной погрешности. В предлагаемой статье предпринята попытка путем программного численного интегрирования прецессионных уравнений движения компенсационного маятникового гирокомпаса выявить особенности динамики при интенсивной вибрации основания и выявить пути уменьшения вибрационной погрешности.

### Уравнения движения гирокомпаса

Кинематика поворотов корпуса в географической системе координат и поворотов чувствительного элемента представлена на рис. 1.

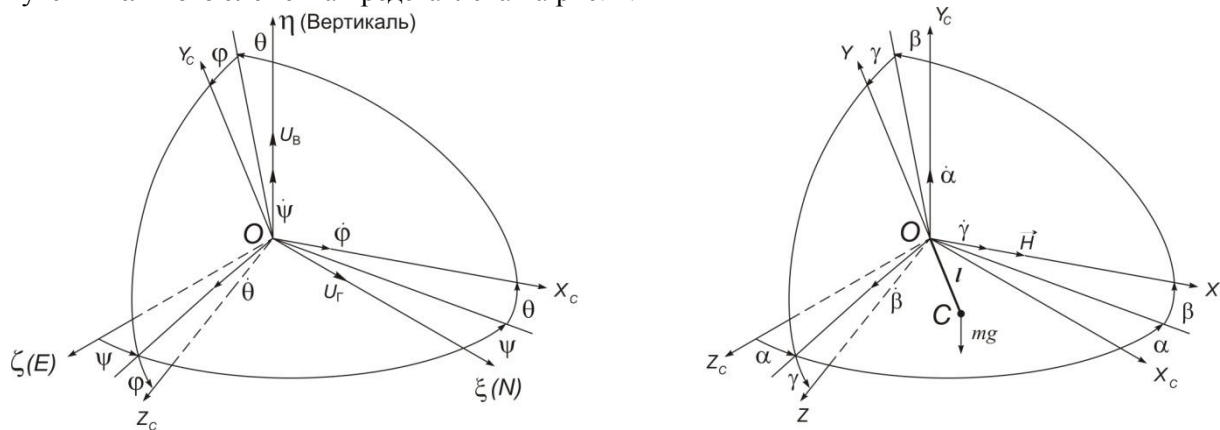


Рис.1. Кинематика поворотов

Здесь  $O$  – точка подвеса гирокомпаса,  $C$  – центр масс его чувствительного элемента,  $l$  – смещение центра масс относительно точки подвеса.

Прецессионные уравнения гирокомпаса можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 H(\dot{\beta} \cos \beta + U_{z_c} \cos \alpha + U_{x_c} \sin \alpha) \cos \beta &= ml[(w_{x_c} - g_{x_c})(\cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma \sin \beta) + \\
 &+ (w_{z_c} - g_{z_c})(-\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma \sin \beta)] - K_{KC} \alpha - F_{KC} \dot{\alpha} - f_{\alpha} \ddot{\alpha}; \\
 H[(\dot{\alpha} + U_{y_c}) \cos \beta - (U_{x_c} \cos \alpha - U_{z_c} \sin \alpha) \sin \beta] &= \\
 ml[-(w_{x_c} - g_{x_c}) \cos \alpha \cos \beta - (w_{y_c} - g_{y_c}) \sin \beta + (w_{z_c} - g_{z_c}) \sin \alpha \cos \beta] \cos \gamma - f_{\beta} \dot{\beta}; & \quad (1) \\
 J_X \dot{\gamma} + f_{\gamma} \dot{\gamma} &= ml[(w_{x_c} - g_{x_c})(\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma \sin \beta) - \\
 -(w_{y_c} - g_{y_c}) \cos \beta \sin \gamma + (w_{z_c} - g_{z_c})(\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma \sin \beta)], &
 \end{aligned}$$

где  $H$  – кинетический момент гироскопа;  $m$  – масса чувствительного элемента;  $w_{Xc}, w_{Yc}, w_{Zc}$  – проекции вектора  $w$  ускорения точки подвеса на оси связанной системы координат  $x_c y_c z_c$ ;  $g_{Xc}, g_{Yc}, g_{Zc}$  – проекции вектора  $g$  ускорения силы тяжести;  $U_{Xc}, U_{Yc}, U_{Zc}$  – проекции вектора  $U$  абсолютной угловой скорости основания;  $K_{KC}$  – коэффициент компенсационной связи;  $f_\alpha, f_\beta, f_\gamma$  – коэффициенты вязкого трения;  $F_{KC}$  – коэффициент демпфирования, пропорциональный коэффициенту компенсационной связи. Проекции угловой скорости и ускорений определяются выражениями

$$U_{Xc} = \dot{\phi} + (\dot{\psi} + \omega_3 \sin \varphi_g) \sin \theta + \omega_3 \cos \varphi_g \cos \theta \cos \psi;$$

$$U_{Yc} = (\dot{\psi} + \omega_3 \sin \varphi_g) \cos \theta \cos \varphi + \omega_3 \cos \varphi_g (\sin \psi \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi \sin \theta) + \dot{\theta} \sin \varphi;$$

$$U_{Zc} = -(\dot{\psi} + \omega_3 \sin \varphi_g) \cos \theta \sin \varphi + \omega_3 \cos \varphi_g (\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta) + \dot{\theta} \cos \varphi;$$

$$w_{Xc} - g_{Xc} = g[\sin \theta + (n_N \cos \psi - n_E \sin \psi) \cos \theta];$$

$$w_{Yc} - g_{Yc} = g[\cos \theta \cos \varphi + n_N (\sin \psi \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi \sin \theta) + n_E (\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \theta)];$$

$$w_{Zc} - g_{Zc} = g[-\cos \theta \sin \varphi + n_N (\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta) + n_E (\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi \sin \theta)].$$

Здесь  $\omega_3$  – угловая скорость собственного вращения Земли,  $\varphi_g$  – географическая широта места;

$n_N, n_E$  – северная и восточная составляющие перегрузки точки подвеса.

### Предварительные замечания

В состоянии покоя ( $\dot{\alpha} = \dot{\beta} = \dot{\gamma} = \dot{\psi} = \dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ ), если нормальная ось корпуса прибора вертикальна ( $\vartheta = \phi = 0$ ), то значение угла отклонения  $\alpha^*$  главной оси гирокомпаса от курсовой черты его корпуса, в соответствии с первым уравнением (1), определится выражением

$$\alpha^* = -\frac{\omega_3 \cos \varphi_g}{k_{KC}} \sin(\psi + \alpha^*) = -\frac{1}{\kappa} \sin(\psi + \alpha^*); \quad \left( \kappa = \frac{k_{KC}}{\omega_3 \cos \varphi_g} = \frac{K_{KC}}{H \omega_3 \cos \varphi_g} \right)$$

Отсюда следует, что в качестве «выхода» гирокомпаса удобно использовать величину  $\psi_{изм}$ , связанную с измеряемым углом  $\alpha$  зависимостью  $\psi_{изм} = -\alpha + \text{Arc sin}(-\kappa\alpha)$ . Тогда в случае отсутствия возмущений выходная величина совпадет с измеряемым углом  $\psi$ :  $\psi_{изм.ид} = \psi$ .

### Частотные характеристики вибрационной погрешности

Для исследования частотных характеристик гирокомпаса сделаем следующие упрощения:

1) будем полагать корпус МГК совершающим только поступательное движение, причем нормальную ось прибора будем полагать занимающей постоянно вертикальное положение, а курсовую черту прибора неподвижной относительно Земли  $\dot{\psi} \equiv \dot{\theta} \equiv \dot{\phi} \equiv 0$ ;  $\vartheta \equiv \phi \equiv 0$ ;

2) северная и восточная составляющие перегрузки точки подвеса гирокомпаса изменяются синхронно и синфазно по гармоническому закону:  $n_N = n_m \cos \varepsilon \sin \omega t$ ;  $n_E = n_m \sin \varepsilon \sin \omega t$ ; это означает, что точка подвеса совершает в плоскости горизонта колебания с частотой  $\omega$  и амплитудой виброперегрузки  $n_m$  вдоль отрезка прямой, наклоненной к плоскости меридиана под углом  $\varepsilon$ ;

3) все три угла поворота ЧЕ гирокомпаса являются малыми.

При этих условиях линеаризованные уравнения приобретают вид

$$\begin{aligned} 1. \quad \dot{\beta} + \omega_3 \cos \phi_g \sin \psi_0 + \omega_3 \cos \phi_g \cos \psi_0 \cdot \alpha &= \omega_{pr} [\gamma \cdot n_X(t) + \beta \cdot n_Z(t)] - k_{KC} \alpha - (p_{KC} + p_\alpha) \dot{\alpha}; \\ 2. \quad \dot{\alpha} + \omega_3 \sin \varphi_g - (\omega_{pr} + \omega_3 \cos \varphi_g \cos \psi_0) \beta &= \omega_{pr} [n_X(t) - \alpha \cdot n_Z(t)] + p_\beta \dot{\beta}; \\ 3. \quad \ddot{\gamma} + 2h_\gamma \dot{\gamma} + \omega_\gamma^2 \gamma &= \omega_\gamma^2 [n_m \sin(\varepsilon + \psi_0) + \alpha \cdot n_m \cos(\varepsilon + \psi_0)] \sin \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

где обозначено:  $\omega_{pr} = \frac{mgl}{H}$ ;  $\omega_\gamma = \sqrt{\frac{mgl}{J_X}}$ ;  $h_\gamma = \frac{f_\gamma}{2J_X}$ ;  $p_\alpha = \frac{f_\alpha}{H}$ ;  $p_\beta = \frac{f_\beta}{H}$ ;  $p_{KC} = \frac{F_{KC}}{H}$ ;

$n_X(t) = n_m \cos(\varepsilon + \psi_0) \sin \omega t$ ;  $n_Z(t) = n_m \sin(\varepsilon + \psi_0) \sin \omega t$ .

Решения уравнений первого приближения, соответствующие установившимся

вынужденным колебаниям при отсутствии демпфирования можно представить в виде:

$$\beta(t) = N_\beta \cdot n_x(t); \quad \gamma(t) = N_\gamma \cdot n_z(t)$$

где 
$$N_\beta = -\omega_{pr} \frac{b_0(a_0 - a_2\omega^2) + a_1b_1\omega^2}{(a_0 - a_2\omega^2)^2 + a_1^2\omega^2}; \quad N_\gamma = \frac{\omega_\gamma^2(\omega_\gamma^2 - \omega^2)}{(\omega_\gamma^2 - \omega^2)^2 + 4h_\gamma^2\omega^2};$$

$$b_1 = (1 + \kappa)p_\alpha;$$

$$a_0 = \omega_3 \cos \phi_g (\kappa + \cos \psi_0)\omega_{pr}; \quad a_1 = (1 + \kappa)p_\alpha\omega_{pr} + \omega_3 \cos \phi_g (\kappa + \cos \psi_0)p_\beta; \quad a_2 = 1 + (1 + \kappa)p_\alpha p_\beta.$$

Подставляя решения уравнений первого приближения в первое уравнение (2), после усреднения получим:

$$\sin\langle\alpha\rangle = \frac{\omega_g n_m^2}{4\omega_3 \cos \phi_g} \{N_\gamma + N_\beta\} \sin 2(\varepsilon + \psi_0). \quad (3)$$

На рис. 2 в графической форме представлены результаты вычислений по формуле (3) постоянной составляющей вибрационной погрешности giroкомаса. При расчетах принято во внимание, что амплитуда перемещения точки подвеса ( $x_m$ ) не превышает 1 мм.

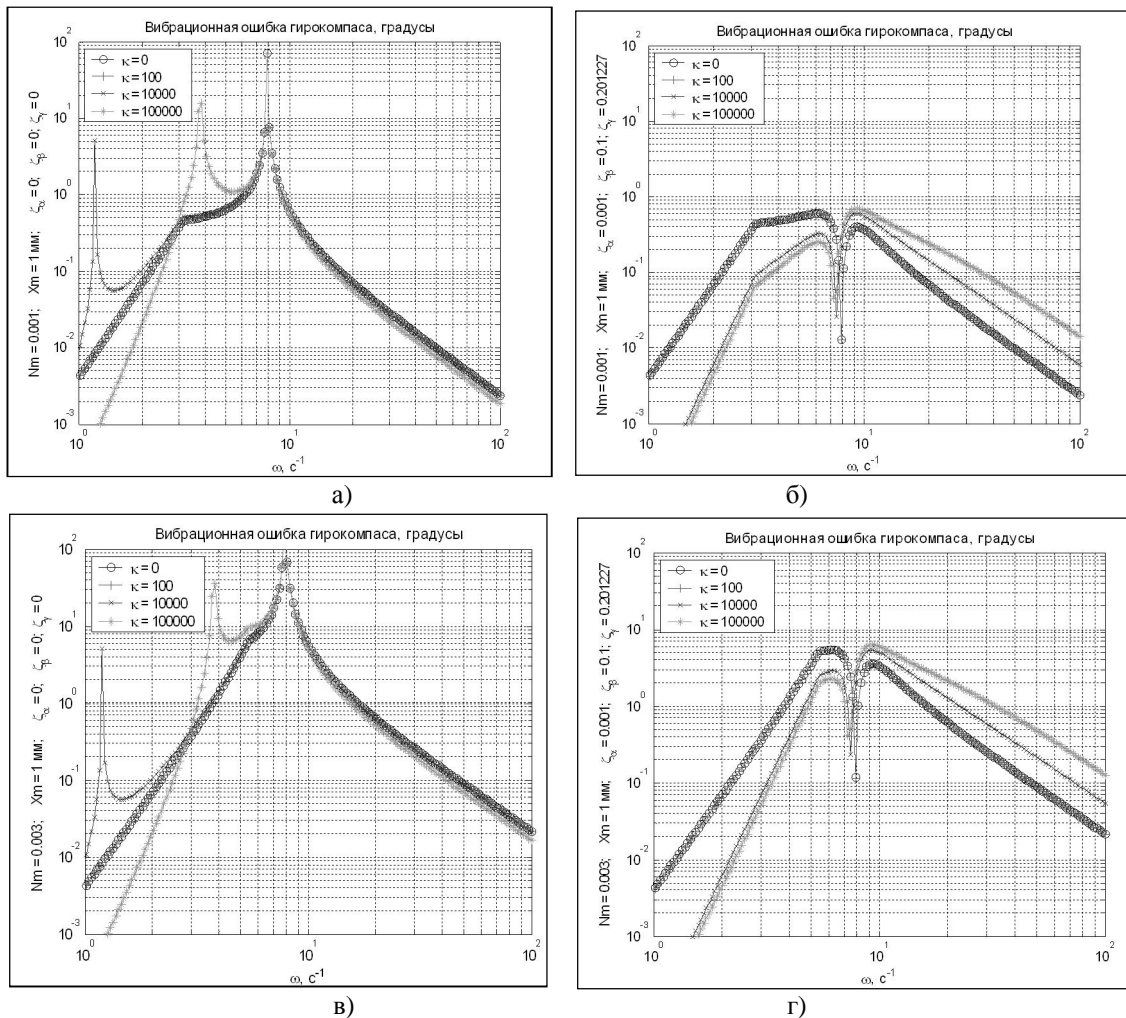


Рис. 2. Частотные характеристики постоянной составляющей вибрационной погрешности

Рис. 2 а и 2 б представляют погрешность при амплитуде виброперегрузки  $n_m = 0,001$ , а на рис. 2 в и 2 г – при  $n_m = 0,003$ . Рисунки справа отражают поведение giroкомаса при отсутствии демпфирования. Слева приведены графики погрешности при демпфировании, пропорциональном коэффициенту компенсационной связи.

Как видим, компенсационная связь существенно изменяет динамические свойства giroкомаса, влияя, прежде всего, на частоты собственных его колебаний (а, значит, – на

резонансы в системе). Однако уровень вибрационной погрешности при этом изменяется мало. Некоторого уменьшения вибрационной погрешности можно добиться, вводя существенное демпфирование (например, пропорциональное коэффициенту компенсационной связи). Однако уровень погрешности в более высокочастотной области при этом несколько возрастает (не превышая, впрочем, максимального уровня на частотах, близких к резонансу маятника чувствительного элемента)

### Моделирование движения гироскопа при интенсивной вибрации основания

Интенсивной будем называть такую вибрацию основания, которая приводит к значительным (вплоть до 1 радиана) постоянным составляющим вибрационной погрешности гироскопа. Моделирование осуществлялось путем программного численного интегрирования уравнений (1) в среде Matlab. За основу принят гироскоп с параметрами  $H = 4000$  сН см с;  $mgI = 7840$  сН см;  $J_y = 126$  сН см с<sup>2</sup>. Предварительный расчет по формуле (3) показывает, что при принятых параметрах гироскопа вибрационная ошибка достигает величины порядка одного радиана при амплитуде виброперегрузки порядка 0,01. В целях получения более наглядных результатов и уменьшения времени моделирования, при моделировании принято значение кинетического момента гироскопа в десять раз меньше. Чтобы получить результаты, соответствующие ошибке около 1 радиана, в этом случае приняты амплитуды виброперегрузки порядка 0,003.

Моделирование для случая отсутствия компенсационной связи при различной интенсивности вибрации основания проведено с целью подтверждения удовлетворительности теоретической формулы (4) и изучения особенностей переходных режимов установления вынужденных колебаний. Измерялись среднее значение угла  $\alpha$  и период собственных затухающих колебаний гироскопа. Результаты программных экспериментов показаны в таблице 1.

Таблица 1.

Результаты экспериментов.

$n_m$	0	0,001	0,002	0,0025	0,0027	0,0028	0,0029	0,00295
$\langle \alpha \rangle = \alpha_{sr}$ , градусы	0	6,5	26	43,5	53,5	60	67	74
$T_0$ , с	166	167	176	196	218	240	310	323

Результаты моделирования для первого и последнего режимов из таблицы показаны на рис. 3 а и б. Как следует из экспериментов, частота собственных колебаний гироскопа существенно зависит от интенсивности вибрации основания. Это объясняется мягкой жесткостной характеристикой гироскопа как колебательного звена в его колебаниях по азимуту.

Введение компенсационной связи значительно меняет динамику гироскопа. Для моделирования выбран режим компенсации, при котором опорный компенсационный момент в 10 раз превышает направляющий момент гироскопа ( $\kappa = 10$ ).

На рис. 3 в, г и д приведены результаты моделирования при амплитудах виброперегрузки  $n_m = 0,001$ ; 0,002 и 0,003. Из них следует, что вибрационная погрешность равна соответственно 6,3°, 26° и 70°.

Как видно из представленных результатов введение компенсационной связи приводит, с одной стороны, к уменьшению амплитуды колебаний чувствительного элемента (левый верхний график), а с другой, – к увеличению амплитуды ошибки измерения угла  $\psi$  (нижний график). При этом постоянная составляющая вибрационной погрешности из-за введения компенсационной связи изменяется незначительно.

### Моделирование процесса алгоритмической компенсации постоянной составляющей вибрационной погрешности

Как показано в работе [3] обобщенное выражение для постоянной составляющей погрешности ГК можно представить в виде:

$$\sin \langle \alpha \rangle = \frac{\langle \dot{\alpha} \gamma \rangle}{\omega_3 \cos \phi_g}. \quad (4)$$

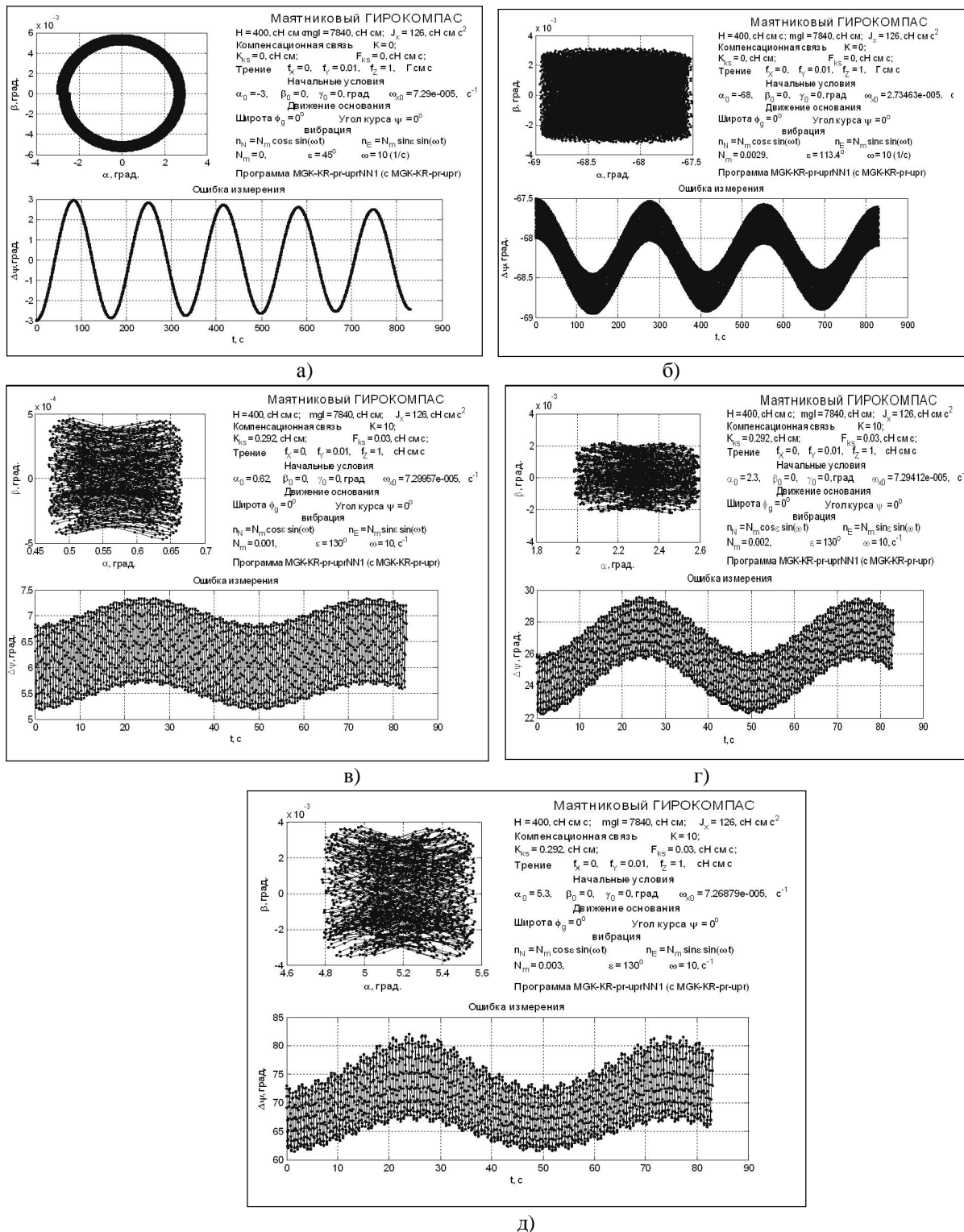


Рис. 3. Результаты моделирования гироскопаса

Отсюда следует, что измеряя величины угловой скорости азимутальных колебаний чувствительного элемента  $\dot{\alpha}$  и угла  $\gamma$  можно рассчитать среднее значение вибрационной погрешности и скорректировать показания гироскопаса на величину этой погрешности.

На рис. 4 представлены результаты моделирования процесса алгоритмической компенсации постоянной составляющей вибрационной погрешности при  $\kappa = 0$  и  $\kappa = 10$ . Процесс включает в себя этап предварительного накопления массива произведений  $\dot{\alpha}\gamma$ , полученных путем опроса измерителей в отдельные моменты времени на протяжении первых 40 секунд, затем этот массив усредняется по числу измерений, вычисляется постоянная составляющая погрешности в

соответствии с формулой (4). Результат вычитается из показаний измерителя угла  $\alpha$ . В последующем на каждом шаге опроса производится корректировка массива за счет исключения первого члена и добавления результатов последнего измерения и действия повторяются.

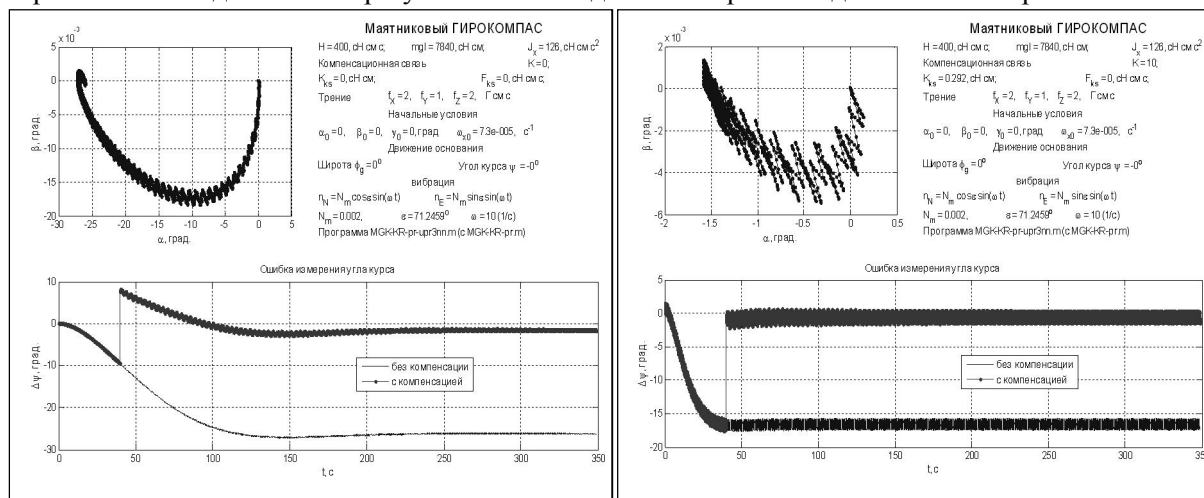


Рис. 4. Алгоритмическая компенсация при  $K=0$  и при  $K=10$ .

Как следует из проведенных программных экспериментов, такой процесс приводит к исключению большей части постоянной составляющей вибрационной погрешности и может быть рекомендован как эффективное средство повышения виброустойчивости гирокомпыаса. Однако при этом следует принять во внимание, что эффективность этого средства существенно определяется точностью измерений и алгоритма усреднения.

### Выводы

Интенсивная вибрация основания может значительно уменьшить частоту собственных прецессионных колебаний гирокомпыаса. Это связано с «мягкой» жесткостной характеристикой гирокомпыаса как колебательного звена.

Теоретическое исследование и результаты моделирования приводят к выводу, что введение компенсационной связи практически не влияет на виброустойчивость гирокомпыаса. Только чрезвычайно интенсивная компенсационная связь может существенно ее повысить в области низких частот. Однако это приводит к увеличению погрешности в области высоких частот.

Эффективным средством уменьшения погрешности гирокомпыаса при вибрации может стать алгоритмическая компенсация. Практическая реализация алгоритмической компенсации связана с измерением колебаний чувствительного элемента вокруг главной оси гироскопа и угловой скорости чувствительного элемента вокруг вертикальной оси, а также с последующим усреднением произведения этих величин.

Дальнейшие исследования должны прояснить степень влияния погрешностей вышеуказанных измерений (и, прежде всего, – обусловленных угловым движением основания) и математического усреднения на эффективность алгоритмической компенсации вибрационной погрешности наземного гирокомпыаса.

### Список литературных источников

1. Лазарев Ю. Ф., Мироненко П.С., Литовко Г.В. О погрешностях гирокомпыаса в компенсационном режиме при поступательной вибрации точки подвеса. // Вестник КПИ. Приборостроение, вып. 12. – Київ: КДУ, "Вища школа", 1982. – С. 26-28
2. Лазарев Ю. Ф., Мироненко П.С. О влиянии колебаний основания на динамическую точность компенсационного маятникового гирокомпыаса. // Динамическое уравнивание, колебания и устойчивость движения / Межвузовский научный сборник. – Уфа: Уфимский авиационный институт, 1985. – с. 23-30
3. Лазарев Ю. Ф., Мироненко П.С. Обобщенная форма представления систематической погрешности наземного гирокомпыаса, обусловленной вибрацией. // Механика гироскопических систем. Республиканський міжвідомчий науково-технічний збірник, вип.6. – Київ: КДУ, "Вища школа", 1987