

УДК 531.383

О.М. Безвесільна, д.т.н.
Н.В. Гнатейко, к.т.н.
Н.І. Штефан
В.В. Гнатейко

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ СИСТЕМОЮ З ЛАЗЕРНИМ ГІРОСКОПОМ

Національний технічний університет України «КПІ»

В статті наведений аналіз точності роботи автоматичної системи вимірювання кутів за допомогою лазерного гіроскопа з урахуванням багатьох, діючих при цьому процесі, шкідливих факторів, які породжують різноманітні похибки вимірювання. Надається розроблена на цій базі математична модель такої загальної похибки визначення кута вимірювання, а також розглядається спрощений метод розрахунку похибки такого вимірювання.

Ключові слова: точне вимірювання кутів.

Постановка задачі

В сучасних астронавігації, геодезії, метрології, верстатобудуванні, в системах спостереження за рухомими об'єктами для точного визначення їх координат і руху, в авіації і космонавтиці, тощо, широко застосовуються різні засоби точного вимірювання кутів для визначення рішень.

Однак більшість з них не мають потрібної високої точності, або працюють повільно у ручному або полуавтоматичному режимі, що не забезпечує потрібних до них вимог [1].

Одним з перспективних рішень такої задачі є розроблення систем точного вимірювання кутів за допомогою використання чутливих перетворювачів у вигляді лазерних гіроскопів, що дає можливість за допомогою оптичних засобів здійснювати високоточні вимірювання кутів знаходження об'єктів в динаміці на будь якій відстані з одного боку і в автоматичному режимі – з іншого.

Лазерні гіроскопи (ЛГ), або як їх ще називають – кільцеві лазери (КЛ), за рахунок своїх особливих властивостей знаходять поширення як вимірювальні перетворювачі кутової швидкості. Застосування практично безінерційних КЛ для такої мети дозволяє робити безконтактне перетворення кута в цифровий частотний код в реальному масштабі часу в динамічному режимі при значних кутових швидкостях з обробкою інформації цифровими методами на ЕОМ.

Вочевидь, що частотний вихід сигналів з ЛГ буде напряму впливати на похибку вимірювання. На таку точність роботи буде впливати також і ряд інших факторів. Все це потребує провести ретельний аналіз усіх можливих факторів, які формують похибку вимірювання кутів з використанням таких перетворювачів і розробити математичну модель такої похибки для можливого керування точністю вимірювання кутів.

Розробка математичної моделі похибки

В роботі [2] приведена нова автоматична система високо-точного вимірювання кутів в динаміці з використанням ЛГ в якості кутового точного перетворювача на прикладі вимірювання кутів на багатогранній призмі.

У наведеній такій системі кільцевий лазер обертається на столі пристрою разом з вимірювальною призмою з відомою кутовою швидкістю і видає на два лічильника по черзі визначену кількість періодів сигналу з кожної грані призми, яку визначає щільний фотоелектричний автоколіматор. Він вмикає один лічильник і вимикає другий при зміні граней призми автоматично, що дозволяє проводити вимірювання кутів призми в динаміці з підрахуванням результату на ЕОМ.

Такі виміряні кути при відліку кутів від базової першої грані призми обчислюються ЕОМ за формулою [2]:

$$\varphi_i = 2\pi \frac{N_{i-1} + N_i}{N_{n-1} + N_n}, \quad (1)$$

де N_i – число періодів сигналу, отримане з кожної грані призми лічильниками;
 n – кількість граней контрольованої призми;
 i – порядковий номер вимірювального кута, коли $i=1..n$, якщо $i=1$, то $N_{i-1} = 0$.

Принципи побудови перетворювачів кутів на основі ЛГ суттєво відрізняються від принципів побудови інших типів перетворювачів аналогічного призначення, тому їх похибки роботи також різні, що робить застосування методів і моделей інших перетворювачів в даному випадку недопустимим.

На основі проведених досліджень кожного фактору, які впливають на точність роботи системи з використанням перетворювача у вигляді ЛГ, була створена [1] математична модель похибки вимірювання кутів $\Delta\varphi$ за допомогою системи у вигляді [1]:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\int_{t_1}^{t_\varphi} \left[K(t)\omega_{LG}(t) \cos \alpha(t) + \frac{K_{-1}(t)}{\omega_{LG}(t) \cos \alpha(t)} + f_0(t) \right] dt + N_{q1}}{\int_{t_1}^{t_{2\pi}} \left[K(t)\omega_{LG}(t) \cos \alpha(t) + \frac{K_{-1}(t)}{\omega_{LG}(t) \cos \alpha(t)} + f_0(t) \right] dt + N_{q2}} + \Delta\varphi_{cal} - \varphi, \quad (2)$$

де $t_1, t_\varphi, t_{2\pi}$ – зафіксовані автоколіматором моменти часу початку вимірювання першої грані призми при повороті її на кут φ і повний оберт 2π ;

$K(t)$ – масштабний коефіцієнт ЛГ [1];

ω_{LG} – кутова швидкість обертання лазерного гіроскопа;

$\alpha(t)$ – кут між віссю обертання обертового пристрою системи і віссю чутливості ЛГ;

$K_{-1}(t); f_0(t)$ – відповідно нелінійність і зсув нуля вихідної характеристики ЛГ;

N_{q1} і N_{q2} – шум і дискретність квантування сигналу ЛГ;

$\Delta\varphi_{cal}$ – похибка обчислень;

φ – дійсне значення вимірюваного кута.

Визначення похибки $\Delta\varphi$, згідно виразу (2), у наданому вигляді представляє дуже складну математичну задачу. Тому можливо для розв'язання практичних задач мати більш спрощений метод визначення компонентів за формулою (2).

Для цього необхідно знати конкретні характеристики обертового пристрою, фотоелектричного автоколіматора, самого лазерного гіроскопу та інших пристроїв, застосованих в системі вимірювання, що значно спрощує вирішення такої задачі.

Час отримання сигналів і їх підрахунок до кожного кута може бути записаний з урахуванням випадкових похибок процедури вимірювання у вигляді:

$$t = t_0 + t_{det} + t_\xi, \quad (3)$$

де t_0 – дійсний час формування імпульсів з ЛГ лічильником по кожній грані призми:

t_{det} і t_ξ – детермінована і випадкова складові похибки відповідно.

Розглянемо похибки, які вносить ЛГ, який конкретно використовується в системі вимірювання кутів. Цей прилад буде підлягати впливу різного роду кутових швидкостей, таких як кутові швидкості обертової платформи – $\bar{\omega}(t)$, Землі – $\bar{\omega}_e$ і основи обертової платформи відносно Землі – $\bar{\omega}_{bas}(t)$. Таким чином на ЛГ буде впливати загальна кутова швидкість у вигляді векторної суми:

$$\bar{\omega}_{LG}(t) = \bar{\omega}(t) + \bar{\omega}_e + \bar{\omega}_{bas}(t). \quad (4)$$

Однак, кутова швидкість обертової платформи $\omega(t)$ також має значні зміни по часу роботи і може бути з урахуванням збуджуючих факторів визначена формулою [1]:

$$\bar{\omega}(t) = \bar{G} \left[\omega_0 + \omega_{dr} + \omega_{det}(t) + \omega_\xi(t) + \omega_\xi \right], \quad (5)$$

де \bar{G} – вектор як масштабний коефіцієнт перерахунку системи;

ω_0 – постійна складова кутової швидкості обертання платформи;

ω_{dr} – величина лінійного дрейфу привідного електродвигуна;

$\omega_{\text{det}}(t)$ – детермінована складова кутової швидкості;

$\omega_{\xi}(t)$ – випадкова складова процесу обертання платформи через нелінійність ходу в системі приводу;

ω_{ξ} – зміщення кутової швидкості при вмиканні у вигляді випадкової величини.

Кут між віссю обертання поворотного пристрою і віссю чутливості лазерного гіроскопу може бути визначена по формулі:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_{\xi}(t), \quad (6)$$

де α_0 – постійне відхилення як похибка переносу системи;

$\alpha_{\xi}(t)$ – випадкова складова із-за наявності радіальних зазорів в механізмі приводів, яка враховується як нормальний гаусівський процес з математичним очікуванням $M|\alpha_{\xi}(t)| = 0$ і дисперсією $D|\alpha_{\xi}(t)| = \sigma_{\alpha}^2$.

Дослідження параметрів дрейфу вихідної характеристики ЛГ показали[1], що при його використанні в особливих умовах, коли він працює у спокійних умовах з малим часом вимірювання і не має зовнішніх впливів, масштабний коефіцієнт може бути визначений виразом [1]:

$$K(t) = K_0 + K_2(t) + K_{\xi}(t), \quad (7)$$

де K_0 – постійна складова масштабного коефіцієнта;

$K_2(t)$ – випадкова гаусівська величина від неплановності ходу;

$K_{\xi}(t)$ – стаціонарний гаусівський процес з $M_K = 0$ і $D_K = \sigma_K^2$.

Параметри, що визначають нелінійність роботи кожного ЛГ конкретно і зсув нуля вихідної його характеристики за час процедури вимірювання кута, можуть бути прийняті постійними, як:

$$K_{-1}(t) = K_{-1}; \quad f_0(t) = f_0, \quad (8)$$

Таким чином, величина похибки $\Delta\varphi$ (2) з врахуванням конкретних значень її складових компонентів (3) – (8) може бути розрахована чисельними методами на ЕОМ точно.

Висновки

Наведений аналіз такої похибки вимірювання кутів автоматично на системі, з використанням лазерного гіроскопу [1,2] в якості кутового масштабованого перетворювача, показали, що отримана похибка визначення кутів при багатократному повторі такої процедури була в межах 0,3-0,5 кутових секунд, а отримана модель такої похибки (2) адекватна дійсності.

Список літературних джерел

1. Безвесільна О.М. Елементи і пристрої автоматики та систем управління. Перетворюючі пристрої приладів та комп'ютерних систем: Підручник. / О.М. Безвесільна, Житомир: ЖДТУ, 2008. - 700 с.
2. Безвесільна О.М. Автоматична система високоточного вимірювання кутів в динаміці / О.М. Безвесільна, Н.В. Гнатейко // Механіка гіроскопічних систем. - 2009. - №20. – С.78–81
3. Пролетко В.И. Анализ погрешностей измерения плоского угла в интервале времени / В.И. Пролетко, В.Л. Иносов // Измерительная техника. - 1974. - №1. – С.11-14.
4. Богданов А.П. Автоматизированный контроль многогранных призм / А.П. Богданов, Ф.П. Хлебников, Л.С. Цесняк // Оптико-механическая промышленность. - 1978. - №7, - С. 3-5.
5. Блентер Б.Э. Экспериментальное исследование точности измерительного преобразователя угла на основе кольцевого оптического лазера / Б.Э. Блентер, Ю.В. Филатов // Метрология. - 1998. - №1. – С. 38.