

УДК 519.676

С.В. Ленков, д.т.н.

О.Ф. Сальнікова

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СИТУАТИВНОГО АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ ДО ЗАВДАННЯ ВИБОРУ ІЄРАРХІЇ КРИТЕРІЇВ ТЕХНОПАРКУ

Військовий інститут Київського національного університету ім. Тараса Шевченка

В роботі висвітлені ідеї певного розширення МАІ за рахунок виділення із графу загальної ієрархії критеріїв множини підграфів для подальшого порівняння за їх допомогою заданої групи об'єктів.

Ключові слова: метод ситуативного аналізу ієрархій, ієрархія критеріїв, технопарк, граф.

Аналіз останніх досліджень

Метод аналізу ієрархій (МАІ) [1], розроблений американським математиком Т.Сааті, являє собою математичний апарат для розв'язання різних практичних багатокритеріальних оптимізаційних задач. Даний метод знайшов своє застосування, в основному, при прийнятті компромісних рішень як за формалізуємими, так і за не формалізуємими факторами, для яких відсутні аналітичні залежності, що їх поєднують.

МАІ є систематичною процедурою для ієрархічного подання елементів, що визначають суть будь-якої проблеми. Метод передбачає декомпозицію проблеми на усе більш прості складові частини і подальшу обробку по парних порівняннях послідовностей суджень особи, що приймає рішення. У результаті може бути виражений відносний ступінь (інтенсивність) взаємодії елементів в ієрархії. Ці судження потім виражаються чисельно. Метод аналізу ієрархій включає процедури синтезу множинних суджень, одержання пріоритетності критеріїв і знаходження альтернативних рішень.

Постановка проблеми

Розв'язання проблеми за допомогою МАІ являє собою процес поетапного встановлення пріоритетів. На першому етапі виявляються найбільш важливі елементи проблеми, на другому – найкращий спосіб перевірки спостережень, іспити й оцінки елементів; наступним етапом може бути вироблення способу застосування рішення й оцінка його якості. Існує кілька видів ієрархій. Найпростіші – домінантні ієрархії, що схожі на перевернене дерево з основою у вершині. Ієрархія вважається повною, якщо кожен елемент заданого рівня функціонує як критерій для всіх елементів нижчестоящого рівня. У протилежному випадку ієрархія – неповна. У випадку неповної ієрархії вони можуть бути розділені на підієрархії, що мають самий верхній елемент.

Основна частина

Приведемо короткий виклад етапів МАІ:

1. Окреслити проблему і визначити мету дослідження.
2. Побудувати ієрархію, починаючи з вершини (мети – із погляду управління), через проміжні рівні (критерії, за якими залежать наступні рівні) до самого нижнього рівня (який зазвичай є переліком альтернатив).
3. Побудувати множину матриць парних порівнянь для кожного елементу рівня, що зверху примикає.
4. На етапі 3 для одержання кожної матриці потрібно $n(n-1)/2$ суджень.
5. Після проведення всіх парних порівнянь і введення даних за власним значенням можна визначити погодженість. Потім, використовуючи відхилення найбільшого власного числа матриці суджень λ_{\max} від n , перевіряється індекс погодженості, а після порівняння з відповідними середніми значеннями для випадкових елементів одержуємо відношення погодженості.
6. Етапи 3, 4 і 5 проводяться для всіх рівнів і груп в ієрархії.
7. Для зважування власних векторів вагами критеріїв використовується процедура ієрархічного синтезу. Після цього обчислюється сума за усіма відповідними зваженими компонентами власних векторів рівня ієрархії, що лежить нижче.

8. Погодженість всієї ієрархії визначається перемноженням кожного індексу погодженості на пріоритет відповідного критерію й підсумовуванням отриманих чисел. Потім результат поділяється на вираження того ж типу, але з випадковим індексом погодженості, що відповідають розмірам кожної зваженої пріоритетами матриці. Прийнятним вважається 10 % чи менше значення відношення погодженості. У противному випадку якість суджень варто поліпшити, змінюючи спосіб завдання питань при парних порівняннях. Якщо ця міра не приносить потрібного результату, то варто почати спробу більш точного структурування задачі (групування аналогічних елементів під більш значущими критеріями – повернення до етапу 2).

Сутність розширення методу

Як впливає із постановки завдання, порівняння й вибір найкращого варіанта треба провести для різних ситуацій, спираючись на єдиний підхід (єдину ієрархію критеріїв й єдиний набір альтернатив).

Пропонується додати до переліку дій МАІ, описаних в попередньому підрозділі, ще одну операцію – вироблення підграфів ієрархії для окремих ситуацій, як "проекцій" основного графу на множину особливостей, пов'язаних із цими ситуаціями.

Формалізації цієї операції й присвячено подальший виклад.

Аналітичне завдання ієрархії

Нехай ієрархія задана графом $G = (X, U, P)$ [2], тобто надані множини вершин $X \neq \emptyset$, ребер U ($X \cap U = \emptyset$) й трьохмісний предикат-інцидентор $P(, ,)$ такий, що

1) P або \bar{P} визначені на всіх трійках елементів x, u, y , для яких $x, y \in X, u \in U$;

2) $\forall u \exists x, y [(x \neq y) \& [P(x, u, y) \vee P(y, u, x)]]$, тобто граф орієнтований.

Легкість роботи з графами залежить від поставленої задачі й способу завдання графу.

Найбільш поширеною формою є подання графа схемою (рис.1).

Але більш доцільними з точки зору подальших можливих операцій є різні форми аналітичного подання [3].

1) Подання графа через дві множини, як це зображено на рис.1: множину вершин $X = \{W, X, Y, A, B, C, D\}$; й бінарне відношення $U \subseteq X \times X$; $U = \{(W, X), (W, Y), (X, A), (X, B), (Y, C), (Y, D)\}$, яке задає зв'язки між вершинами.

Такий граф типа "дерево" і буде задавати ієрархію.

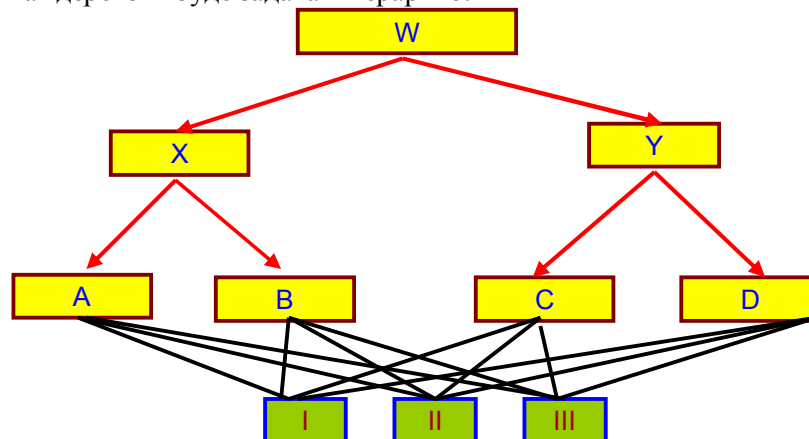


Рис.1. Ієрархія критеріїв для порівняння об'єктів I, II й III.

$X = \{W, X, Y, A, B, C, D\}$; $U = \{(W, X), (W, Y), (X, A), (X, B), (Y, C), (Y, D)\}$.

2) Ще одним з можливих подань граф G є подання через так звані "околиці" [4]. Першим околом вершини "i" назвемо множину S_i^1 , що містить кінцеві [5] вершини для ребер, що виходять з "i", тобто множини для якої істинним є висловлювання

$$\forall j \in X \{j \in S_i^1 \Leftrightarrow \exists u [P(i, u, j) \vee (j=i)]\}.$$

Поняття n -го околу вводиться за індукцією: додаванням до $n-1$ околу S_i^{n-1} вершин із множини сусідства [5], тобто кінцевих вершин ребер, початкові вершини яких належать S_i^{n-1} .

Граф G задається переліком околів його вершин (1).

$$\begin{aligned} S_W^1 &= \{X, Y\}; S_X^1 = \{A, B\}; S_Y^1 = \{C, D\}; \\ S_A^1 &= \{\emptyset\}; S_B^1 = \{\emptyset\}; S_C^1 = \{\emptyset\}; S_D^1 = \{\emptyset\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Проекція графа ієрархії на особливості районів

Особливості ситуацій будемо задавати множинами M_r , $r = 1, N$, де N – кількість ситуацій. Формула (2) описує умови створення множин M_r .

$$\bigcup_{r=1}^N M_r \subseteq X \quad (2)$$

Тобто елементами множин мають бути вершини графу ієрархії і тільки вони.

Наприклад, нехай ситуацій буде 2 ($N=2$). $M_1 = \{X\}$, $M_2 = \{D\}$.

Формування проекції графа G на ситуацію r ($PR_r G$) формується таким чином:

1) Із складу вершин графу G видаляються всі околи вершин, позначених множиною M_r .

2) Видаляються всі ребра, що ведуть до цих вершин.

Для наведеного прикладу будемо мати

PR₁G:

$$\begin{aligned} S_W^1 &= \{X, Y\}; S_Y^1 = \{C, D\}; \\ S_C^1 &= \{\emptyset\}; S_D^1 = \{\emptyset\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Ієрархія для подальшого застосування МАІ для ситуації 1 зображена на рис.2.

PR₂G:

$$\begin{aligned} S_W^1 &= \{X, Y\}; S_X^1 = \{A, B\}; S_Y^1 = \{C\}; \\ S_A^1 &= \{\emptyset\}; S_B^1 = \{\emptyset\}; S_C^1 = \{\emptyset\}. \end{aligned}$$

Ієрархія для подальшого застосування МАІ для ситуації 2 зображена на рис.3.

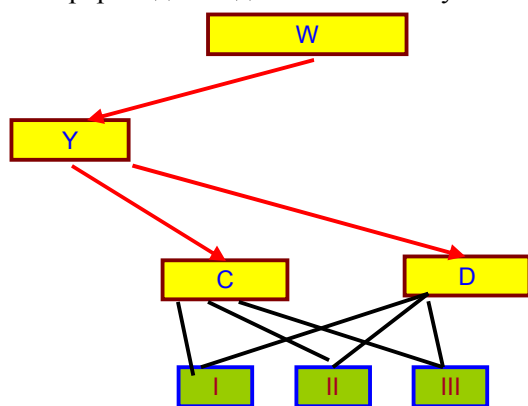


Рис. 2. Ієрархія для ситуації 1 (**PR₁G**).

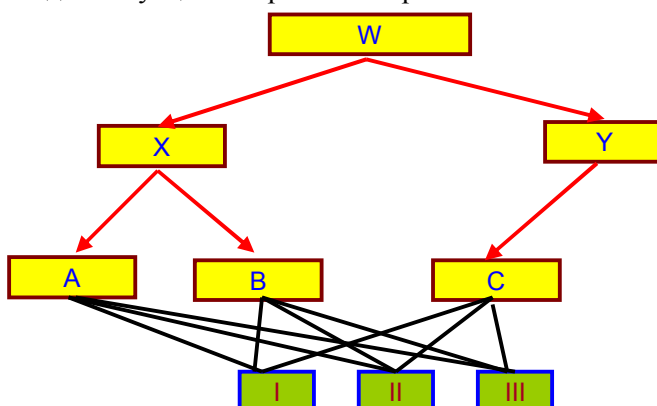


Рис. 3. Ієрархія для ситуації 2 (**PR₂G**).

Порівняння рис. 1, рис.2 й рис.3 демонструє певне спрощення отриманих графів.

Список літературних джерел

1. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем / Пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. – М.: Радио и связь, 1991. – С. 23–69.
2. Зыков А.А. Теория конечных графов. – М.: Наука, 1969. – 542 с.
3. Основи моделювання бойових дій військ: Підручник/Колектив авторів – НАОУ, 2005. – 481 с.
4. Рябова Л.Д., Сбитнев А.И. Об одной оптимальной задаче построения графика движения промышленного транспорта //Техническая кибернетика. – Киев: ИК АН УССР, 1970. – Вып.14. – С. 59-66.
5. Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1980.- 336 с.