УДК 621.376. 56

Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, д.т.н.

АНАЛІТИЧНЕ КВАНТУВАННЯ НЕПЕРЕРВНИХ, КУСКОВО-НЕПЕРЕРВНИХ ТА ДИСКРЕТНИХ СИГНАЛІВ

Вінницький національний технічний університет, e-mail: wjug@ukr.net

На основі одиничної східчастої функції Хевісайда створено узагальнену функцію, яка здатна аналітично описувати операцію квантування за рівнем неперервних, кусково-неперервних та дискретних за часом сигналів.

Ключові слова: *квантування за рівнем, дискретизація за часом, кодово-імпульсна модуляція, узагальнені функції*

Вступ

З поміж важливих задач теорії зв'язку [1] однією із принципових була і залишається задача побудови математичних і інформаційних моделей цифрового сигналу на основі таких математичних об'єктів, над якими можна виконувати основні алгебраїчні і граничні операції класичного аналізу. Математичний апарат теорії узагальнених функцій (теорії розподілу) [2] дозволяє створювати подібні об'єкти. Наприклад, завдяки цій теорії на основі δ-функції Дірака розроблено і уведено в розгляд спеціалізовану узагальнену функцію – *дискретизуючу послідовність* $\eta(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-k\Delta)$, яка, використовуючи фільтруючі властивості $\delta(t)$, дозволила аналітично описати операцію *дискретизації* за часом і подати дискретний сигнал $s_\partial(t)$ як функціонал, визначений на множині можливих аналогових сигналів $s(t)$ [3]:

$$s_\partial(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}s(\tau)\eta(t)d\tau=\int_{-\infty}^{+\infty}s(\tau)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-k\Delta)\,d\tau. \tag{1}$$

Формула (1) в тій чи іншій інтерпретації зустрічається в багатьох літературних джерелах [3 - 6]. Однак в цих та численних інших літературних джерелах не наведено математичної моделі, яка б на основі узагальнених функцій описувала операцію *квантування за рівнем*. Її ж наявність логічно б завершила на основі континуального підходу аналітичний опис процесу перетворення аналогового сигналу в цифровий у спосіб *кодово-імпульсної модуляції*. Автори припускають, що ймовірно такої спеціалізованої узагальненої функції в теорії зв'язку наразі не існує взагалі. В той же час в роботі [7] в контексті побудови узагальненої математичної моделі засобу контролю моменту інерції серед інших наведено функцію, яка аналітично відображає процес кодово-імпульсної модуляції і зокрема – операцію квантування за рівнем. Однак там, враховуючи тематику роботи, дана формула носить тільки локальний характер.

Тому **метою даної роботи є** розробка і дослідження основних властивостей узагальнених функцій, які здатні аналітично описувати операцію квантування за рівнем неперервних, кусково-неперервних та дискретних за часом одновимірних і багатовимірних сигналів з рівномірним кроком квантування.

Квантуюча послідовність. Для аналітичного опису операції квантування за рівнем скористаємося властивостями одиничної східчастої функції Хевісайда [2], однак на відміну від загальноприйнятого *визначимо її не в часовій області, а на множині значень аналогового сигналу* $s(t)$, тобто $1[s(t)]=\begin{cases}0, & s(t)<0,\\ 1, & s(t)>0.\end{cases}$

Це дозволяє ввести в розгляд таку функцію $\aleph(t)$, яка для будь-якого моменту часу буде сумою добутків (композицій) функції Хевісайда з функціями, що утворюють послідовність $s(t)-k\Delta S$, де $k=0, 1, 2, \ldots$, а $\Delta S=S_{k+1}-S_k$ – ширина зони квантування (крок квантування) з рівнями квантування $S_0, S_1, \ldots, S_k, \ldots$, кількість яких в даному крайньому випадку будемо вважати нескінченною. Відтак $\aleph(t)=\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s(t)-k\Delta S\right]$.

Неважко помітити, що для будь-якого поточного невід'ємного значення сигналу $s(t) \geq 0$ значення функції $\aleph(t)$ буде відповідати номеру зони квантування, починаючи з першої, якщо останні пронумерувати. Що важливо: через узагальненість функції Хевісайда функція $\aleph(t)$ також буде узагальненою. Цю узагальнену функцію $\aleph(t)$ назвемо *квантуючою послідовністю*.

Властивість квантуючої послідовності $\aleph(t)$ в кожний момент часу набувати з неперервної множини дійсних чисел цілих числових значень, співвіднесених із зонами квантування, дозволяє на її основі побудувати ряд узагальнених функцій, які аналітично описуватимуть операцію квантування різних видів сигналів, зокрема неперервних, кусково-неперервних та дискретних як одновимірних, так і дво- та багатовимірних з постійним та змінним кроком квантування. Сформуємо і дослідимо деякі з таких функцій.

Функція рівномірного квантування одновимірного невід'ємного неперервного сигналу

Існує кілька різновидів квантування неперервного сигналу, наприклад, квантування до найближчого меншого рівня, квантування до найближчого більшого рівня тощо. Тому перш, ніж на основі квантуючої послідовності сформувати функцію квантування одновимірного невід'ємного неперервного сигналу $s(t)$, задамо деякий параметр α, який набуватиме значень в межах від 0 до 1, і з його зміною змінюватиметься спосіб квантування. Внаслідок такого узагальнення квантуюча послідовність $\aleph(t)$ має вигляд $\aleph(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s(t) - (k+\alpha)\Delta S\right]$. (2)

Відтак математичною функцією, яка аналітично описуватиме процес перетворення сигналу $s(t)$ в квантований за рівнем сигнал $s_{кв}(t)$, буде функція, яку назвемо *функцією квантування*

$$s_{кв}(t) = \Delta S \cdot \aleph(t) = \Delta S \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s(t) - (k+\alpha)\Delta S\right]. \quad (3)$$

На рис. 1 для прикладу показано графіки неперервного детермінованого сигналу $s(t) = S_m(1 + \sin \omega t)$ та його квантованих за рівнем образів з деяким постійним кроком квантування ΔS за різних значень параметра α ($\alpha = 0$ (рис. 1, а); $\alpha = 0{,}5$ (рис. 1, б); $\alpha = 1$ (рис. 1, в)), які побудовано за формулою (3) в середовищі комп'ютерної математики Mathcad.

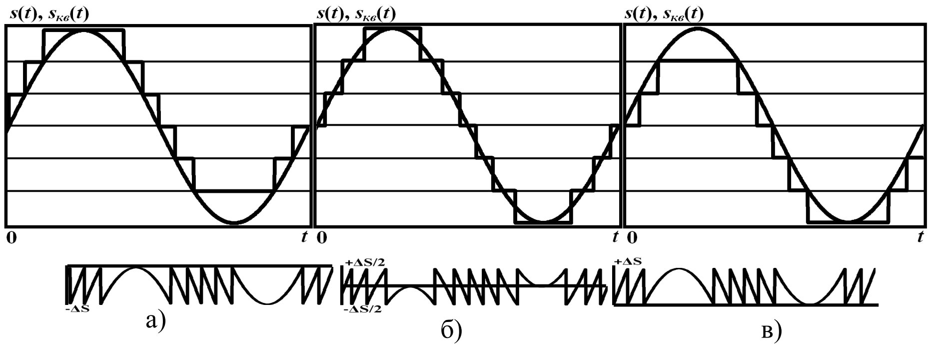


Рис. 1. Квантування і похибка квантування неперервного сигналу за різних значень параметра *α*

Деякі основні аналітичні алгебраїчні та граничні операції над функцією квантування

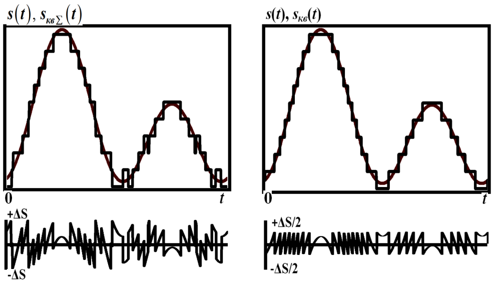
Функція квантування є узагальненою, оскільки побудована на основі узагальненої функції квантуючої послідовності, і як над будь-якої іншою узагальненою функцією, над нею можна здійснювати ряд алгебраїчних і граничних операцій [2], притаманних функціям класичного аналізу. Розглянемо деякі з основних.

1. *Додавання (віднімання) двох квантованих за рівнем сигналів*. Нехай задано два невід'ємних неперервних сигнали $s_1(t)$ і $s_2(t)$. В результаті реалізації операції квантування за рівнем цих сигналів отримаємо сигнали $s_{кв_1}(t)$ і $s_{кв_2}(t)$, які аналітично опишемо функцією

квантування (3) $s_{кв_1}(t)=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s_1(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]$, $s_{кв_2}(t)=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s_2(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]$.

Відтак функція квантованого сигналу $s_{кв\Sigma}(t)$, яка отримана у спосіб додавання (віднімання) двох функцій квантування $s_{кв_1}(t)$ і $s_{кв_2}(t)$, є узагальненою і називається *сумою (різницею)* цих функцій або сумою (різницею) квантованих сигналів $s_{кв_1}(t)$ і $s_{кв_2}(t)$

$$s_{кв\Sigma}(t)=s_{кв_1}(t)\pm s_{кв_2}(t)=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}\left\{1\left[s_1(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]\pm 1\left[s_2(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]\right\}. \quad (4)$$



а) б)

Рис. 2. Сума квантованих сигналів, квантування суми неперервних сигналів та похибки квантування (α = 0,5)

На рис. 2, а наведено два графіки, один з яких є сумою квантованих сигналів (4). Другий відображає суму власне неперервних сигналів $s(t)=s_1(t)+s_2(t)$. Для прикладу взято $s_1(t)=S_{m_1}(1+\sin\omega t)$, а $s_2(t)=S_{m_2}(2-\cos 2\omega t)$.

Для порівняння на рис. 2, б окрім графіка суми неперервних сигналів $s(t)$ показано графік квантованого сигналу $s_{кв}(t)$ від цієї суми, отриманого внаслідок квантування $s(t)$ за формулою

$$s_{кв}(t)=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left\{\left[s_1(t)+s_2(t)\right]-(k+\alpha)\Delta S\right\} \quad (5)$$

Необхідно зазначити, що серед іншого формули (4) і (5) безпосередньо доводять відому властивість нелінійності операції квантування за рівнем ($s_{кв}(t)\neq s_{кв\Sigma}(t)$).

2. *Додавання (віднімання) квантованого за рівнем сигналу і неперервного сигналу*. Функція сигналу $s^*(t)$, яка отримана у спосіб додавання (віднімання) функцій квантування $s_{кв_1}(t)$ і неперервного сигналу $s_2(t)$, є узагальненою і називається *сумою (різницею)* цих функцій

$$s^*(t)=s_{кв_1}(t)\pm s_2(t)=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s_1(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]\pm s_2(t).$$

Дана властивість функції квантування (3) може бути використана для аналітичного визначення миттєвої *похибки квантування* (шуму квантування) як різниці між аналоговим $s(t)$ та квантованим $s_{кв}(t)$ сигналами

$$\Delta s(t)=s(t)-s_{кв}(t)=s(t)-\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]. \quad (6)$$

З графіків рис. 2, а і б видно, що за додавання квантованих сигналів шуми квантування зростають і щонайбільше вдвічі. Однак функція (6) створює можливість дане твердження обґрунтувати аналітично, наприклад, відносно середньоквадратичного значення похибки, про що буде сказано нижче.

3. Множення (ділення) квантованого за рівнем сигналу на число.

Функція сигналу $s^*(t)$, отримана у спосіб множення (ділення) функції квантування $s_{кв}(t)$ на число a, залишається бути узагальненою $s^*(t)=a\,s_{кв}(t)=a\,\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]$.

Повертаючись до питання нелінійності операції квантування неважко показати, що сигнал, отриманий у спосіб квантування лінійно підсиленого сигналу тільки для окремих моментів часу збігається з лінійно підсиленим квантованим сигналом (за інших рівних умов), оскільки

$$\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[a\cdot s(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]=\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s(t)-(k+\alpha)\frac{\Delta S}{a}\right]\geq a\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s(t)-(k+\alpha)\Delta S\right].$$

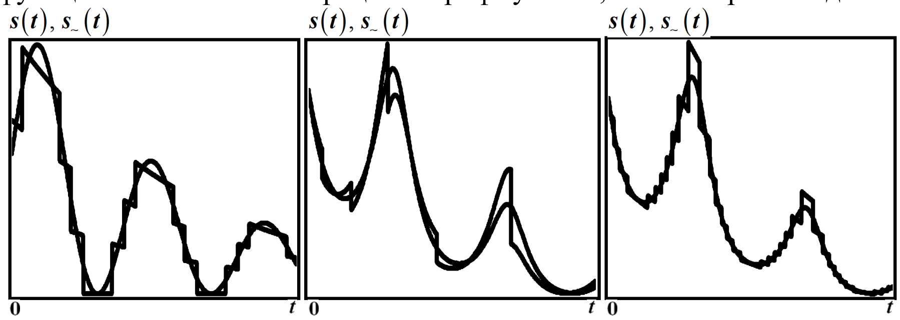
4. *Множення (ділення) додатних квантованого за рівнем та неперервного сигналів*. Функція сигналу $s^*(t)$, яка отримана у спосіб множення (ділення) додатних функції квантування $s_{кв_1}(t)$ і неперервного сигналу $s_2(t)$, узагальнена і називається *добутком (відношенням)* цих функцій

$$s^*(t) = s_{кв_1}(t) s_2(t) = s_2(t) s_{кв_1}(t) = s_2(t) \Delta S \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s_1(t) - (k+\alpha)\Delta S\right]$$

$$\left(s^*(t) = \frac{s_{кв_1}(t)}{s_2(t)} = \frac{\Delta S \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s_1(t) - (k+\alpha)\Delta S\right]}{s_2(t)} \quad \text{або} \quad s^*(t) = \frac{s_1(t)}{s_{кв_2}(t)} = \frac{s_1(t)}{\Delta S \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s_2(t) - (k+\alpha)\Delta S\right]} \right).$$

На рис. 3 показано графіки функцій $s^*(t) = s_{кв_1}(t) s_2(t)$ (рис. 3, а), $s^*(t) = \dfrac{s_{кв_1}(t)}{s_2(t)}$ (рис. 3, б), $s^*(t) = \dfrac{s_1(t)}{s_{кв_2}(t)}$ (рис. 3, в). Для порівняння у всіх трьох випадках додатково ще наведено графіки сигналів $s(t)$, отриманих внаслідок відповідних дій з неперервними функціями сигналів $s_1(t)$ та $s_2(t)$. В даному прикладі функціями додатних неперервних сигналів слугують функції виду $s_1(t) = S_{m_1} e^{-\delta t}$ і $s_2(t) = S_{m_2}(a + \sin \omega t)$.

5. *Окремі обмеження*. Не завжди результатом математичних дій з участю функції квантування (3) є узагальнена функція. Наприклад, коли серед співмножників квантованих та неперервних сигналів є кілька функцій квантування, операція множення не у всіх випадках може бути визначена, оскільки в загальному випадку і дотепер ще не визначеними для узагальнених функцій залишаються операції логарифмування, взяття кореня та деякі інші [2].



а) б) в)

Рис. 3. Приклади дій множення та ділення з участю функції квантування

6. Диференціювання функції квантування.

Насамперед визначимо похідну квантуючої послідовності $\aleph(t)$. Оскільки така послідовність є узагальненою функцією, то операція диференціювання відносно неї завжди можлива і може виконуватися за відомими правилами класичного аналізу. Відтак на основі (2) маємо

$$\frac{d}{dt}\aleph(t) = \frac{ds}{dt} \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{d}{ds} 1\left[s(t) - (k+\alpha)\Delta S\right] = s'(t) \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \delta_s\left[s(t) - (k+\alpha)\Delta S\right]. \quad (7)$$

Враховуючи фільтруючі властивості δ-функції Дірака, а також те, що $s'(t) \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \delta_s\left[s(t) - (k+\alpha)\Delta S\right] = \sum_m \delta(t - t_m)$, де t_m – моменти зміни квантованого сигналу, які визначаються рівнянням $s(t_m) = (k+\alpha)\Delta S$, співвідношення (7) можна переписати інакше

$$\frac{d}{dt}\aleph(t) = \sum_m \delta(t - t_m) \quad (8)$$

Отже, з урахуванням (3), (7) і (8) похідною квантованого сигналу $s_{кв}(t)$ є узагальнена функція $\frac{d}{dt}s_{кв}(t)=\Delta S\frac{d}{dt}\aleph(t)=s'(t)\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}\delta_s\left[s(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]$ або $\frac{d}{dt}s_{кв}(t)=\Delta S\sum_{m}\delta(t-t_m)$.

Остання відповідає формулі похідної кусково-неперервної функції.

Необхідно зазначити, що квантуюча послідовність $\aleph(t)$ і квантований сигнал $s_{кв}(t)$, як узагальнені функції, можуть мати похідні та інтеграли будь-якого порядку.

7. Інтегрування функції квантування.

Як узагальнена функція, квантуюча послідовність $\aleph(t)$ зберігає за собою відомі правила і формули операції інтегрування класичного аналізу. Тому визначеним інтегралом від квантуючої послідовності з урахуванням формули (2) називатимемо функцію

$$\wp(t)=\int_{t_0}^{t}\aleph(\tau)d\tau=\sum_{k=0}^{+\infty}\int_{t_0}^{t}1\left[s(\tau)-(k+\alpha)\Delta S\right]d\tau, \tag{9}$$

яка також буде узагальненою.

Таким чином, відповідно до (3) та (9) визначеним інтегралом від квантованого сигналу $s_{кв}(t)$ є узагальнена функція

$$\int_{t_0}^{t}s_{кв}(\tau)d\tau=\Delta S\,\wp(t)=\Delta S\int_{t_0}^{t}\aleph(\tau)d\tau=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}\int_{t_0}^{t}1\left[s(\tau)-(k+\alpha)\Delta S\right]d\tau. \tag{10}$$

8. *Кількісне оцінювання похибки квантування.* Можливість інтегрування квантуючої послідовності $\aleph(t)$, а також функції квантування $s_{кв}(t)$ та інших узагальнених функцій, отриманих на її основі, дозволяє здійснювати засобами класичного аналізу кількісне оцінювання параметрів похибки квантування за тими чи іншими критеріями. Так, наприклад, через поточне значення похибки квантування $\Delta s(t)=s(t)-s_{кв}(t)$ для заданого часового проміжку можна оцінити її *середнє значення* на підставі співвідношень (6) і (10) за формулою

$$\begin{aligned}\overline{\Delta s}_{кв}&=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}\Delta s(t)dt=\\&=\frac{1}{t_2-t_1}\left\{\int_{t_1}^{t_2}s(t)dt-\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}\int_{t_1}^{t_2}1\left[s(t)-(k+\alpha)\Delta S\right]dt\right\}=\overline{s(t)}-\overline{s_{кв}(t)},\end{aligned} \tag{11}$$

а потому і середньоквадратичне значення – $\sigma_{кв}=\sqrt{\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}\left[\Delta s(t)-\overline{\Delta s}_{кв}\right]^2dt}$. (12)

Застосування формул (11) і (12) показало, що, наприклад, за квантування до найближчого рівня ($\alpha=0,5$), коли похибка квантування $-\frac{\Delta S}{2}\le\Delta s(t)\le\frac{\Delta S}{2}$, її середнє значення $\overline{\Delta s}_{кв}=0$, а середньоквадратичне значення не перевищує $\sigma_{кв}\le\sqrt{\frac{\Delta S^2}{12}}$, що цілком узгоджується із статистичним підходом за припущення рівномірного закону розподілу.

9. *Диференціальні рівняння.* Хоча теорія диференціальних рівнянь в просторі узагальнених функцій відрізняється від теорії диференціальних рівнянь в просторі звичайних функцій і загального методу переходу наразі не існує, наявність квантуючої послідовності і функції квантування принципово створюють саму можливість дослідження динамічних режимів та перехідних процесів в фізичних системах (наприклад, електричних) у спосіб аналітичного пошуку розв'язків систем диференціальних рівнянь, складених на основі узагальнених функцій в кожному окремому випадку. Сказане стосується як звичайних диференціальних рівнянь для електричних кіл із зосередженими параметрами [8, 9] у випадку одновимірного квантування, так і диференціальних рівнянь в частинних похідних для електромагнітних систем [10] у разі багатовимірного квантування.

Функції квантування окремих видів одновимірних сигналів

1. *Функція рівномірного квантування невід'ємного неперервного сигналу з обмеженою кількістю рівнів квантування.* Оскільки основною метою операції квантування за рівнем в

кодово-імпульсній модуляції є забезпечення вихідного сигналу кінцевої розрядності n, постає задача аналітичного опису квантованого сигналу за умови обмеженої кількості рівнів квантування N. Дана задача може бути розв’язана у спосіб модифікації функції квантування (3), де рівномірний крок квантування ΔS необхідно поставити в залежність від динамічного діапазону невід’ємного сигналу (або його максимального значення $S_{\max}$) та кількості рівнів квантування. Наприклад, для двійкового цифрового сигналу $N = 2^n$, тому функція квантування матиме вигляд $s_{кв}(t) = \frac{S_{\max}}{2^n} \sum_{k=0}^{2^n-1} 1\left[s(t) - (k+\alpha)\frac{S_{\max}}{2^n} \right]$.

2. *Функція рівномірного квантування одновимірного невід’ємного кусково-неперервного сигналу.* Якщо операцію квантування за рівнем здійснювати над кусково-неперервним сигналом $s(t)$ з точками розриву першого роду як самого сигналу, так і його похідних, то узагальненою функцією, яка математично описуватиме дане перетворення, буде функція квантування (3) $s_{кв}(t) = \Delta S \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s(t) - (k+\alpha)\Delta S \right]$.

На рис. 4 для прикладу наведено графіки кусково-неперервного $s(t)$ та квантованого за рівнем $s_{кв}(t)$ сигналів, які для його додатних значень побудовано на основі формули (3).

4. *Функція рівномірного квантування одновимірного різнознакового сигналу.* Модифікація функції квантування (3) дозволяє побудувати узагальнену функцію, яка описуватиме операцію квантування неперервних, кусково-неперервних та дискретних сигналів $s(t)$, як з додатними, так і з від’ємними значеннями

$$s_{кв}(t) = \Delta S \left\{ 1\left[s(t) \right] \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s(t) - (k+\alpha)\Delta S \right] - \right.$$
$$\left. - 1\left[-s(t) \right] \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[-s(t) - (k+\alpha)\Delta S \right] \right\}. \quad (13)$$

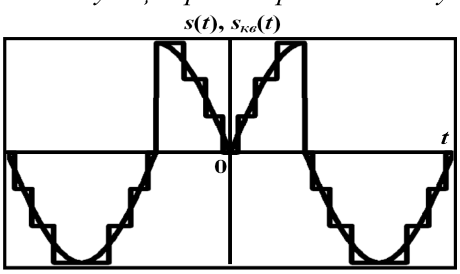


Рис. 4. Квантування за рівнем кусково-неперервного сигналу

Приклад застосування формули (13) для кусково-неперервного сигналу, який набуває як додатних, так і від’ємних значень, показано на рис. 4.

3. *Функція рівномірного квантування одновимірного невід’ємного дискретного сигналу.* В даному випадку постає задача побудови такої узагальненої функції, яка б аналітично описувала водночас і операцію квантування за рівнем, і операцію дискретизації за часом кодово-імпульсної модуляції неперервних або кусково-неперервних сигналів $s(t)$. Узагальнені функції квантуючої $\aleph(t)$ та дискретизуючої $\eta(t)$ послідовностей створюють можливість вирішення даної задачі. Відповідно до формул (1) і (2), шуканим математичним об’єктом буде функція

$$s_{кв}(t) = \Delta S \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[s_{д}(t) - (k+\alpha)\Delta S \right] =$$
$$= \Delta S \sum_{k=0}^{+\infty} 1\left[\int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - i\Delta)\, d\tau - (k+\alpha)\Delta S \right],$$

відносно якої можна здійснювати основні алгебраїчні та граничні операції класичного аналізу. Саме дана формула була наведена в роботі [7].

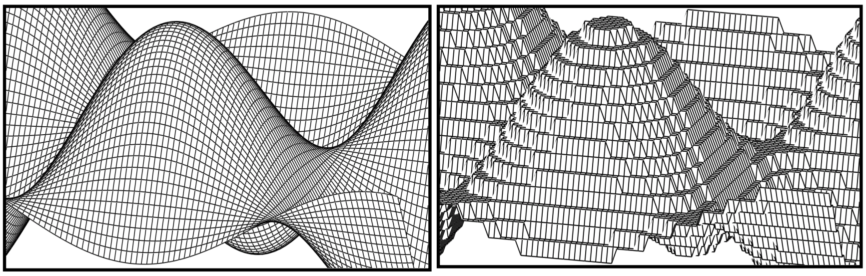
Багатовимірне рівномірне квантування. Задля розв’язання задачі математичного опису багатовимірного квантування, тобто квантування за рівнем багатовимірних неперервних, кусково-неперервних або дискретних сигналів $s(x_1, x_2, ..., x_m, ...)$, введемо узагальнену функцію *багатовимірної квантуючої послідовності*

$$\aleph\left(x_1,x_2,...,x_m,...\right)=\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s\left(x_1,x_2,...,x_m,...\right)-\left(k+\alpha\right)\Delta S\right], \quad (14)$$

та сформуємо на її основі *багатовимірну функцію квантування* за рівнем

$$s_{кв}\left(x_1,x_2,...,x_m,...\right)=\Delta S\cdot\aleph\left(x_1,x_2,...,x_m,...\right)=$$
$$=\Delta S\sum_{k=0}^{+\infty}1\left[s\left(x_1,x_2,...,x_m,...\right)-\left(k+\alpha\right)\Delta S\right]. \quad (15)$$

Для прикладу на рис. 5 наведено графічні поверхні двовимірного невід'ємного неперервного сигналу $s\left(x_1,x_2\right)$ (рис. 5, а) та квантованого за рівнем сигналу $s_{кв}\left(x_1,x_2\right)$ (рис. 5, б), отриманого у спосіб двовимірного квантування за рівнем за допомогою багатовимірної функції квантування (15).



а) б)

Рис. 5. Приклад двовимірного квантування за рівнем за допомогою функції квантування

Відтак математичні об'єкти (14) і (15) є узагальненими функціями і відносно них можна застосовувати ряд основних аналітичних алгебраїчних і граничних операцій класичного аналізу як до функцій багатьох змінних.

Висновки. В роботі на основі одиничної східчастої функції Хевісайда створено узагальнену функцію, яка здатна аналітично описувати операцію квантування за рівнем неперервних (аналогових), кусково-неперервних та дискретних за часом одновимірних та багатовимірних сигналів з рівномірним кроком квантування, що дозволить виконувати над математичними і інформаційними моделями цифрового сигналу, побудованими на її основі, ряд алгебраїчних та граничних операцій класичного аналізу.

Список літературних джерел

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. – М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 830 с.

2. Розенфельд А. С. Переходные процессы и обобщенные функции / А. С. Розенфельд, Б. И. Яхинсон. – М.: Издательство "Наука", 1966. – 440 с.

3. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы : учебн. для вузов по спец. "Радиотехника" / С. И. Баскаков. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.

4. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. – 1104 с.

5. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.

6. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М.: Издательство Мир, 1978. – 848 с.

7. Ведміцький Ю. Г. Узагальнені структурна схема та математична модель засобів контролю моменту інерції / Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В. // Матеріали I МНК пам'яті професора Володимира Поджаренка "Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах (ВКДТС-2011)", Вінниця, 2011. – С. 164.

8. Карпов Ю. О. ТОЕ. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола : підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, С. Ш. Кацив, за ред. проф. Ю. О. Карпова. – Вінниця: ВНТУ, 2011. – 530 с.

9. Ведміцький Ю. Г. Узагальнені електричні схеми-аналоги неперервних динамічних систем довільного порядку / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. – 2010. – Випуск 2. – С. 63 – 69.

10.Карпов Ю. О. ТОЕ. Електромагнітне поле : підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 407 с.