

БУДІВНИЦТВО І БУДІНДУСТРІЯ

УДК 624.012.45.04

И.А. Яковенко, к.т.н.
Г.К. Биджосян, инженерНациональный авиационный университет, м. Київ, i2103@ukr.net
Донбасский государственный технический университет, bijosyan@ukr.net**ЗАВИСИМОСТЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ РАСТЯНУТОГО БЕТОНА ОТ ИНТЕГРАЛЬНЫХ
ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ ДЛЯ СОСТАВНЫХ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

В статье выполнена корректировка формул В. И. Мурашева и Я. М. Немировского в сопоставлении с опытными значениями основного параметра сопротивления растянутого бетона между трещинами ψ_s и предложена зависимость этого параметра от интегральных внутренних усилий для составных внецентренно сжатых железобетонных конструкций при учете эффекта нарушения сплошности

Ключевые слова: сопротивление растянутого бетона, составные внецентренно сжатые железобетонные конструкции, сжатая зона, деформационный эффект, трещины.

Железобетон относится к материалам в которых при сопротивлении силовым и деформационным воздействиям образуются макротрещины. В инженерных расчётах наиболее удачно наличие трещин учитывается с помощью параметра ψ_s , введённого в теорию железобетона В.И. Мурашёвым [1]. Однако в усреднённом при этом напряжённо-деформативном состоянии не учитываются эффекты, связанные с нарушением сплошности материала.

Значительный вклад в исследование коэффициента ψ_s внес Я.М. Немировский [2]. В формуле В.И. Мурашева

$$\psi_s = \frac{\varepsilon_{s1m}}{\varepsilon_s} = \frac{\sigma_s l_{crc} - \omega_1 \sigma_{s2} l_{crc}}{\sigma_s l_{crc}} = 1 - \omega_1 \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_s}, \quad (1)$$

он отказался от использования условного расчетного значения деформаций арматуры ε_s в сечении с трещиной и заменил его действительным. В (1) также входят параметры: ε_{s1m} – средние деформации арматуры между трещинами; σ_{s2} – разница напряжений в арматуре в сечении с трещиной (σ_s) и между трещинами (σ_{s1}); ω_1 – коэффициент заполнения эпюры напряжений в арматуре на участке между трещинами.

Такую замену Я. М. Немировский объяснил учетом работы растянутого бетона над трещиной. При этом соотношение между новым коэффициентом ψ_s и коэффициентом В. И. Мурашева записывается в виде [2]:

$$\psi_{sd} = \psi_s \left(1 - \frac{M_b}{M} \right), \quad (2)$$

где M_b – момент, воспринимаемый растянутой зоной бетона над трещиной, отвечающий определенной стадии работы сечений.

Графики, отражающие соотношение между $\varepsilon_{s,sd}$ и ε_s приведены на рис. 1, а. Здесь же (рис. 1, б) приведены и графики, характеризующие изменение ξ_d , M_b , M_d .

Рассуждения Я. М. Немировского базируются на анализе опытных деформаций растянутой арматуры.

Продолжая исследования в обозначившемся направлении, в работе [3] была вскрыта природа деформационного эффекта (эффекта нарушения сплошности бетона), позволившего объяснить физическую суть опытных данных, полученных Я. М. Немировским. В статье [4] предложена формула, существенно уточняющая формулу В. И. Мурашева (1). Там рассмотрен расчетный случай напряженно деформированного состояния сечения при $x_{fact,m} \geq h_{f,2}$.

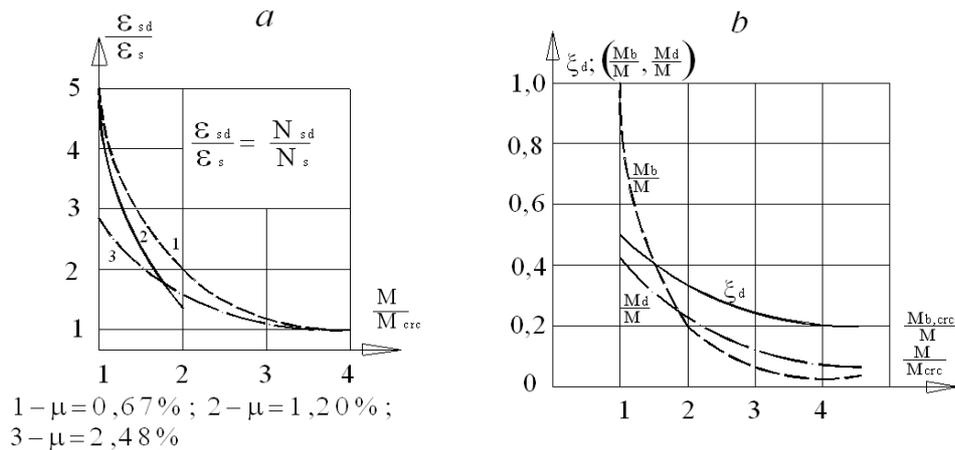


Рис. 1. Эффект работы “растянутого бетона над трещинами” (по оценке Я. М. Немировского) в изгибаемом железобетонном элементе: *a* – отношение расчетных деформаций (усилий) в арматуре, вычисленных без учета растянутого бетона, к измеренным в сечениях с трещинами; *b* – изменение величин ξ_d , M_b/M , M_d/M по опытам А. Ф. Ростомяна [2].

В практике проектирования может иметь место и расчетный случай при $x_{fact,m} < h_{f,2}$. Он рассмотрен ниже (рис. 2).

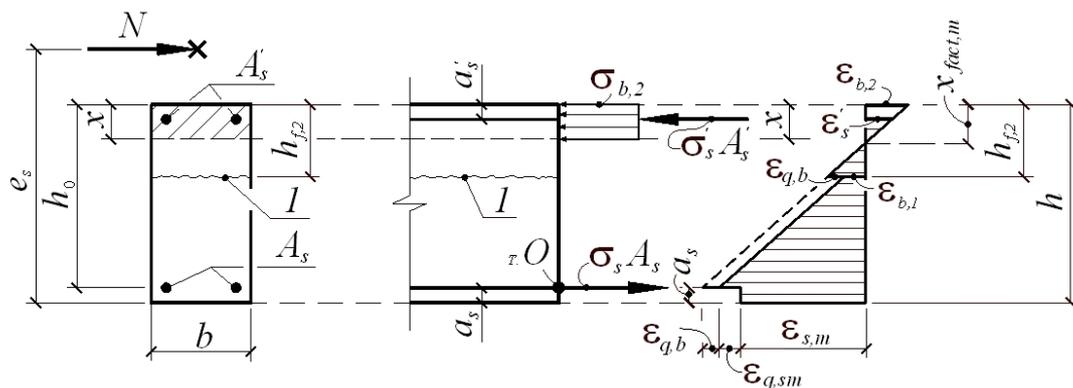


Рис. 2. К определению x , σ_s , σ_b в составных внецентренно сжатых железобетонных конструкциях
Неизвестные x ; σ_{b2} ; σ_s ; σ'_s определяются из следующих уравнений.

Высота сжатой зоны бетона x определяется из уравнения равновесия суммы проекций всех сил на ось X ($\sum X = 0$):

$$\sigma_{b2} \cdot b \cdot x + \sigma'_s \cdot A'_s - \sigma_s \cdot A_s - N = 0;$$

$$x = \frac{N + \sigma_s \cdot A_s - \sigma'_s \cdot A'_s}{\sigma_{b2} \cdot b} \tag{3}$$

Напряжение в бетоне сжатой зоны определяется из моментного уравнения равновесия моментов всех сил, действующих в поперечном сечении (рис. 2) относительно точки O ($\sum M_o = 0$): при этом действительная эпюра напряжений в сжатом бетоне заменяется прямоугольной с учетом упрощений, принятых в нормах [5],

$$\sigma_{b,2} \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) + \sigma'_s \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) - N \cdot e = 0;$$

$$\sigma_{b,2} = \frac{N \cdot e - \sigma'_s \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s)}{b \cdot x \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x)} \tag{4}$$

Из гипотезы плоских сечений для составного железобетонного стержня [6], (см. рис 2) отыскиваются напряжения в растянутой арматуре σ_s и сжатой арматуре σ'_s :

$$\frac{\epsilon_{b,2}}{\epsilon_{s,m} + \epsilon_{q,sm} + \epsilon_{q,b}} = \frac{x_{fact,m}}{h_0 - x_{fact,m}} \tag{5}$$

$$\frac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_{b,2}} = \frac{x_{fact,m} - a'_s}{x_{fact,m}}. \quad (6)$$

Выполнив алгебраические преобразования, получим:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{b,2} \cdot E_s \cdot (h_0 - x_{fact,m}) + x_{fact,m} \cdot E_{b,2} \cdot \nu_{b,2} (\sigma_0 \cdot \psi_s \cdot \varepsilon_{q,s} \cdot \psi_q \cdot E_s - \varepsilon_{q,b} \cdot E_s)}{x_{fact,m} \cdot E_{b,2} \cdot \nu_{b,2} \cdot \psi_s} \leq R_{sc}. \quad (7)$$

$$\sigma'_s = \frac{\sigma_{b,2} \cdot E'_s (x_{fact,m} - a'_s)}{x_{fact,m} \cdot E_{b,2} \cdot \nu_{b,2}} \leq R_{sc}. \quad (8)$$

Здесь

$$\nu_{b,2} = 0,45; \quad \alpha_{s2} = \frac{E_s}{E_{b,2}}.$$

Подставляя полученное выражение (8) в выражение (4) получим:

$$\sigma_{b,2} = \frac{N \cdot e \cdot x_{fact,m} \cdot E_{b,2} \cdot \nu_{b,2}}{[x_{fact,m} \cdot E_{b,2} \cdot \nu_{b,2} \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) + E'_s \cdot A'_s \cdot (x_{fact,m} - a'_s)(h_0 - a'_s)]}. \quad (9)$$

Алгоритм расчета сводится к следующему: на первом шаге принимаем $x_{fact,m} = 0,5h_0$ и по формуле (9) находим $\sigma_{b,2}$; затем по формуле (7) определяется σ_s с учетом соответствующего ограничения; после этого по формуле (8) находим σ'_s с учетом соответствующего ограничения; в результате располагаем всеми параметрами для определения высоты сжатой зоны x по формуле (3); в итоге предоставляется возможным сравнить заданное и вычисленное значение x и с учетом этих сравнений перейти к следующему шагу итераций; таким образом, итерационный процесс продолжается до требуемой точности вычислений.

Сразу после появления трещин в результате эффекта нарушения сплошности бетона максимум растягивающих напряжений в арматуре несколько смещается от сечения i с трещиной к сечению j (см. рис. 4). В результате отношение средних напряжений в арматуре (σ_{sm}) к напряжениям арматуры в трещине (σ_s), т.е. параметр ψ_s становится близким к единице, что и подтверждается опытами Я. М. Немировского [2]. По теории В. И. Мурашёва [1] ψ_s после образования трещин минимальный, значение его достигает порядка 0,3. Таким образом расхождение между значениями ψ_s , определенного по теории В. И. Мурашёва и опытными значениями, в ряде случаев, может достигать двух и более раз.

Формула (1) требует всесторонней проработки. Так, отношение $\frac{\sigma_{S2}}{\sigma_S}$ можно выразить через соответствующие внутренние моменты: момент между трещинами, воспринимаемый бетоном растянутой зоны M_b (из равенства растягивающих усилий в сечении с трещиной и в сечении между трещинами (рис. 4) этот момент может быть выражен как $\sigma_{S2} A_S z_{bt}$) и момент в сечении с трещиной M .

Здесь использован тот факт (рис. 4), что разница усилий в арматуре в сечении с трещиной $\sigma_S A_S$ и между трещинами $\sigma_{S,k} A_S$, равная $\sigma_{S,2} A_S$, уравновешиваются равнодействующей усилий, возникающими в растянутом бетоне – $\sigma_{bt} A_{bt}$. Что же касается точки приложения этой равнодействующей $\sigma_{S,2} A_S$, то безусловно она соответствует точке приложения равнодействующей в растянутом бетоне, т.е. z_{bt} (рис. 4, а, б).

Момент M_b при напряжениях σ_{bt} , в свою очередь, можно выразить через момент $M_{b,crc}$, воспринимаемый бетонным сечением при напряжениях R_{bt} , как

$$M_b = \frac{\sigma_{bt}}{R_{bt}} \cdot M_{b,crc} = \chi M_{b,crc}. \quad (10)$$

где

$$\chi = \frac{\sigma_{bt}}{R_{bt}} \approx \frac{\sigma_{bt,1}}{R_{bt,1}}. \quad (11)$$

Отношение плеч моментов M_b и M определяется из следующих зависимостей:

$$z_{bt} = h_0 - \zeta_1 x_1 - 0.5(h_0 - x_1), \quad (12)$$

$$z_b = h_0 - \zeta_2 x_2. \quad (13)$$

Здесь, ζ_1, x_1 – параметр, характеризующий положение центра тяжести эпюры сжатого бетона в сечении между трещинами и высота сжатого бетона в этом же сечении; ζ_2, x_2 – то же, в сечении с трещиной.

При этом $x_1 = x_m / \varphi$; $x_2 = x_m \varphi$, где φ – коэффициент, определяемый по зависимости В. И. Мурашева [1]:

$$\varphi = \frac{x}{x_m} = 1 - \frac{0,7}{100\mu + 1}. \quad (14)$$

С увеличением коэффициента армирования $\mu = A_S / bh_0$ коэффициент φ стремится к единице.

Полагая, что

$$h_0 - \zeta_1 x_1 \approx h_0 - \zeta_2 x_2, \quad (15)$$

получим:

$$\frac{z_{bt}}{z_b} = 1 - \varphi_1. \quad (16)$$

Здесь

$$\varphi_1 = 0.5 \cdot \frac{h_0 - x_m / \varphi}{h_0 - \zeta_2 x_m \varphi}, \quad (17)$$

где ζ_2 можно принимать равным 0.4.

Тогда, располагая зависимостями $M_b = \sigma_{s2} A_S z_{bt}$ (рис. 4) и $M = N(c + \zeta_2 x_2) = \sigma_s A_S z_b$, получим:

$$\frac{\sigma_{s2}}{\sigma_s} = \frac{M_b}{M(1 - \varphi_1)} = \chi \frac{M_{b,crc}}{M(1 - \varphi_1)}. \quad (18)$$

Аналогично можно выразить отношение $\frac{\sigma_{s3}}{\sigma_s}$. Здесь $\sigma_{s3} = \sigma_{s,j} - \sigma_s$ – разница напряжений

в сечении j (рис. 4), расположенном на некотором удалении t от трещины и в сечении i с трещиной. В сечении j при приближении к околоарматурной зоне на распределение напряжений в бетоне существенное влияние оказывает рабочая арматура, в которой возникают не только растягивающие усилия от внецентренного сжатия железобетонного элемента, но и реактивные усилия, связанные с нарушением сплошности бетона и раскрытием трещин. При этом раскрытие трещин не подчиняется законам механики твердого деформируемого тела, а происходит по другим законам, описываемым механикой разрушения. Отсюда и не соответствие, которое вызывает реакции в зоне нарушения сплошности.

На рис. 3 в сечении k показана эпюра напряжений в растянутом бетоне между трещинами. Так как растянутые волокна бетона работают с учетом пластических деформаций, то напряжения по высоте растянутой зоны распределены примерно равномерно и равны σ_{bt} (или $\sigma_{bt,1}$ в случае $x_{fact,m} < h_{f,2}$). Такое распределение характерно не только для сечения k , но и сохраняется практически для всех сечений, расположенных между трещинами на некотором удалении от самих трещин и околоарматурной зоны, где накладываются местные условия. Таким образом, в продольном сечении $m - m$ напряжения в растянутой зоне бетона после образования трещин сохраняется примерно на одном уровне σ_{bt} , не считая местных участков, прилегающих к трещинам.

Приравнявая растягивающие усилия в сечении i с трещиной и в сечении j , получим:

$$\sigma_S A_S = \sigma_{S,j} A_S - \sigma_{bt,c} \left(0,5 A_{1bt,c} + \frac{2}{3} A_{2bt,c} \right) + \frac{2}{3} \sigma_{bt} k A_{bt}, \quad (19)$$

где k – коэффициент, корректирующий учет зон действия напряжений σ_{bt} и $\sigma_{bt,1}$ в первом и втором бетоне для случая $x_{fact,m} < h_{f,2}$.

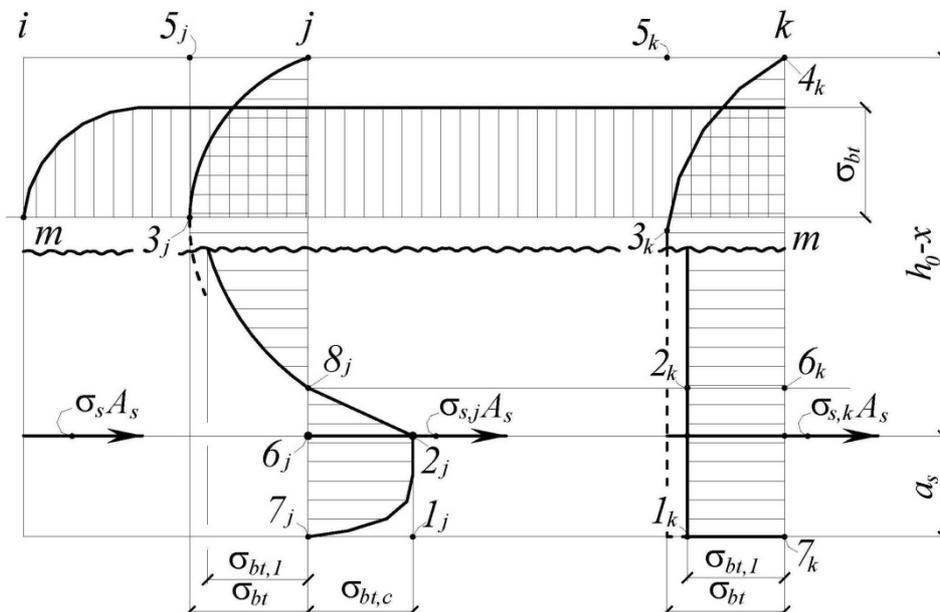


Рис. 3. К анализу распределения напряжений в растянутой зоне железобетонного элемента

Отсюда

$$\sigma_{S,j} - \sigma_S = \sigma_{S3} = \sigma_{bt,c} \left(\frac{1}{2} \frac{A_{1bt,c}}{A_S} + \frac{2}{3} \frac{A_{2bt,c}}{A_S} \right) - \frac{2}{3} \frac{\chi R_{bt} k}{\mu} \left(1 - \frac{A_b}{A} - \frac{A_{bt,c}}{A} \right). \quad (20)$$

Обозначим $\sigma_{bt,c} = \chi_1 R_b$. Параметр χ_1 определяется из зависимостей механики разрушения, полученных применительно к железобетону [3]:

$$\chi_1 = \frac{\Delta T}{0.5 R_b b t_b}, \quad (21)$$

где ΔT определяется по методике [7].

В итоге, получим:

$$\sigma_{S,j} - \sigma_S = \sigma_{S3} = \chi_1 R_b \left(\frac{1}{2} \frac{A_{1bt,c}}{A_S} + \frac{2}{3} \frac{A_{2bt,c}}{A_S} \right) - \frac{2}{3} \frac{\chi R_{bt} k}{\mu} \left(1 - \frac{A_b}{A} - \frac{A_{bt,c}}{A} \right). \quad (22)$$

Отношение $\frac{\sigma_{S3}}{\sigma_S}$ можно выразить и через соответствующие моменты (рис. 4): момент в сечении j , воспринимаемый бетоном “растянутой” зоны $M_{b,j}$ и момент в сечении с трещиной M . Дело в том (рис. 4 в, з), что здесь также возможна эквивалентная замена разницы усилий $\sigma_{S,3} A_S$ в арматуре в сечении с трещиной $\sigma_S A_S$ и в сечении j – $\sigma_{S,j} A_S$, на равнодействующую усилий, возникающими в растянутом бетоне $\sigma_{bt} A_{bt}$ и в сжатом бетоне сжимающим усилием $\sigma_{bt,c} A_{bt,c}$, возникающими в этом же сечении j в околоарматурной зоне., т.е. равнодействующая $\sigma_{S,3} A_S$ находится по формуле (20). Что же касается точки приложения этой равнодействующей силы, то безусловно она соответствует точке приложения

равнодействующей в растянутом бетоне, т.е. $z_{bt,j}$.

Отношение плеч моментов $M_{b,j}$ и M определяется из следующей зависимости (см. рис. 3), при $h_0 - \zeta_2 x_2 \approx h_0 - \zeta_{2,j} x_{2,j}$):

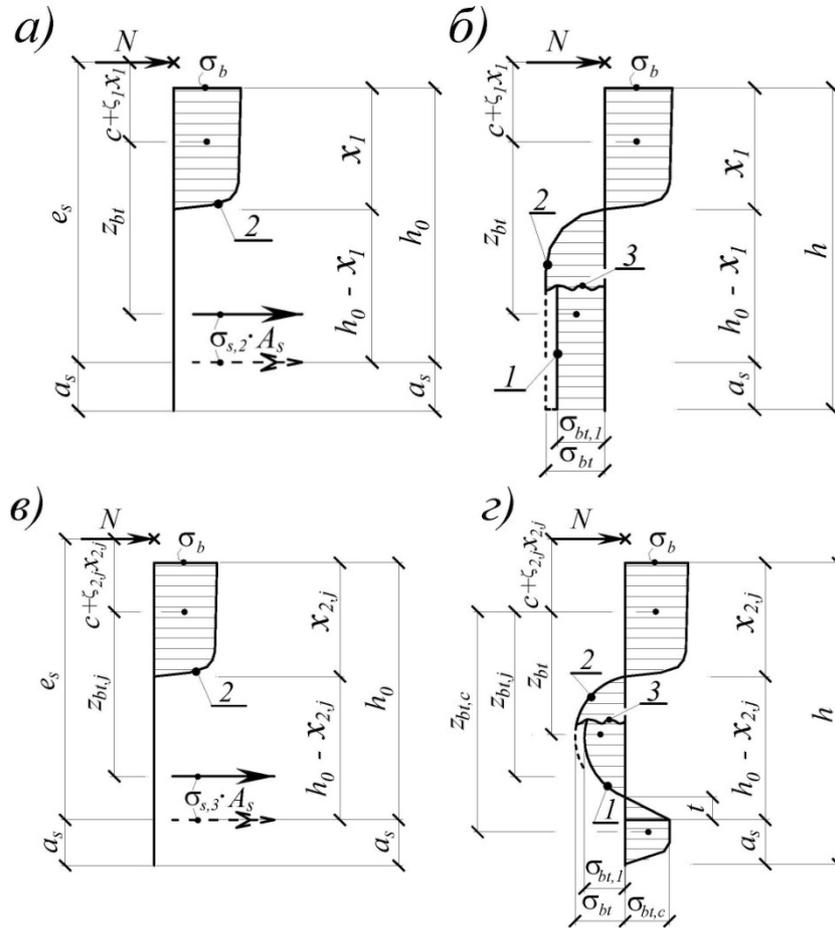


Рис. 4. Эквивалентная замена усилий в бетоне растянутой зоны на разницу усилий в растянутой арматуре для соответствующих сечений: а, б – для сечения k , в, г – для сечения j ;

1 и 2 – действительные эпюры напряжений в первом и втором бетоне соответственно;

3 – шов между бетонами

$$\frac{z_{bt,j}}{z_b} = \frac{B_t \cdot t_t - B_{1,c} \cdot t_{1,c} - B_{2,c} \cdot t_{2,c}}{-B_{1,c} - B_{2,c} + B_t} = \gamma. \quad (23)$$

Здесь

$$t_t = \frac{h_0 - \zeta_{2,j} x_{2,j} - 0,5(h_0 - x_{2,j} + t)}{h_0 - \zeta_2 x_2}, \quad (24)$$

$$t_{1,c} = \frac{h_0 - \zeta_{2,j} x_{2,j} - \frac{1}{3}t}{h_0 - \zeta_2 x_2}, \quad (25)$$

$$t_{2,c} = \frac{h_0 - \zeta_{2,j} x_{2,j} + \frac{3}{8}a_s}{h_0 - \zeta_2 x_2}, \quad (26)$$

$$B_{1,c} = 0,5\chi_1 R_b A_{1bt,c}, \quad (27)$$

$$B_{2,c} = \frac{2}{3} \chi_1 R_b A_{2bt,c}, \quad (28)$$

$$B_t = \frac{2}{3} \chi R_{bt} k \left(A - A_b - A_{bt,c} \right) \quad (29)$$

Здесь, ζ_2, x_2 – параметр, характеризующий положение центра тяжести эпюры сжатого бетона в сечении с трещиной и высота сжатого бетона в этом же сечении; $\zeta_{2,j}, x_{2,j}$ – то же, в сечении j (рис. 3).

Тогда, располагая зависимостями $M_{b,j} = \sigma_{s3} A_s z_{bt,j}$ (рис. 4) и $M = N(c + \zeta_2 x_2) = \sigma_s A_s z_b$, получим:

$$\frac{\sigma_{S3}}{\sigma_S} = \frac{M_{b,j}}{M\gamma}. \quad (30)$$

В работе [4] получена зависимость ψ_s от напряжений в арматуре в сечении с трещиной, в сечении j и напряжений в растянутом бетоне в сечении k (рис. 3):

$$\psi_S = \frac{1}{3\sigma_S l_{crc}} \cdot \left[\left(\sigma_{S,j} + 2\sigma_S - \frac{2\chi R_{bt} k}{\mu} \left(1 - \frac{A_b}{A} \right) \right) (l_{crc} - 2t_*) + 3(\sigma_{S,j} + \sigma_S) t_* \right]. \quad (31)$$

Заменяя слагаемое, связанное с напряжениями в растянутом бетоне в сечении k на $\sigma_{S,2}$ по модифицированной зависимости [4]

$$\sigma_{S2} = \sigma_{bt} \cdot \frac{A_{bt}}{A_S} = \frac{\chi R_{bt} k}{\mu} \left(1 - \frac{A_b}{A} \right), \quad (32)$$

получим:

$$\psi_S = \frac{1}{3l_{crc}} \cdot \left[\left(\frac{\sigma_{S,3}}{\sigma_S} + 3 - 2 \frac{\sigma_{S,2}}{\sigma_S} \right) (l_{crc} - 2t_*) + 3 \left(2 + \frac{\sigma_{S,3}}{\sigma_S} \right) t_* \right]. \quad (33)$$

Теперь, используя зависимость (18) и (30) и выполняя алгебраические преобразования, будем иметь:

$$\psi_S = \frac{1}{3l_{crc}} \cdot \left[\left(\frac{M_{b,j}}{M\gamma} - \frac{2\chi M_{b,crc}}{M(1-\varphi_1)} + 3 \right) (l_{crc} - 2t_*) + 3 \left(\frac{M_{b,j}}{M\gamma} + 2 \right) t_* \right]. \quad (34)$$

Здесь

$$M = N(c + \zeta_2 x_2), \quad (35)$$

$$M_{b,crc} = \frac{R_{bt} k}{\mu} \left(1 - \frac{A_b}{A} \right) \cdot A_s \cdot [h_0 - \zeta_1 x_1 - 0,5(h_0 - x_1)], \quad (36)$$

$$M_{b,j} = \left[\chi_1 R_b \left(\frac{1}{2} \frac{A_{1bt,c}}{A_S} + \frac{2}{3} \frac{A_{2bt,c}}{A_S} \right) - \frac{2}{3} \frac{\chi R_{bt} k}{\mu} \left(1 - \frac{A_b}{A} - \frac{A_{bt,c}}{A} \right) \right] \times \\ \times A_s \cdot (B_t \cdot t_t - B_{1,c} \cdot t_{1,c} - B_{2,c} \cdot t_{2,c}) \quad (37)$$

Значения ψ_s , определенного по формуле (34) зависят лишь от интегральных характеристик $M_{b,crc}$, $M_{b,j}$, M и удобны для сопоставления с опытными. Анализ, выполненный авторами, показывает, что расхождение между значениями ψ_s , определенного по теории В.И. Мурашёва и опытными значениями, в ряде случаев, весьма существенны. Безусловно, это сказывается как на вычислениях ширины раскрытия трещин, так и на жёсткости железобетонных конструкций.

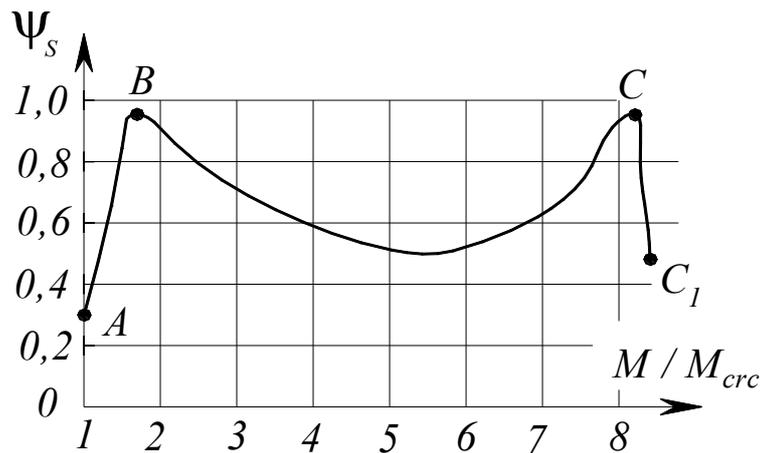


Рис. 5. Истинный график изменения параметра ψ_s в зависимости от уровня нагружения M/M_{crc}

Истинный график изменения параметра ψ_s в зависимости от уровня нагружения M/M_{crc} приведён на рис. 1. Следует отметить, что расхождение в области B и в области C, C_1 на ступенях, предшествующих разрушению железобетонного элемента от текучести арматуры, также может быть весьма существенным, превышающим два и более раз (рис. 1). При этом, для работы арматуры в упругопластической стадии, значения ψ_s , полученное по формуле (34), корректировалось по зависимостям, предложенным в работе [3].

До образования трещин значение ψ_s , согласно весьма удачным рассуждениям и расчётам В.М. Бондаренко [8], равно ψ_{crc} . После появления трещин в результате эффекта нарушения сплошности бетона происходит резкое изменение значения ψ_s – скачок от значения ψ_{crc} , равного порядка 0,3 до значения, приближающегося к единице. Этому скачка нет на графике В.И. Мурашёва и, к сожалению, ряда нормативных документов (см. рис. 5, область AB).

Список литературных источников

1. Мурашев В. И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона / Василий Иванович Мурашев. – М. : Машстройиздат, 1950. – 286 с.
2. Немировский Я. М., Кочетков О. И. Влияние работы растянутой и сжатой зон бетона на деформации обычных изгибаемых железобетонных элементов после возникновения в них трещин // Особенности деформации бетона и железобетона и использование ЭВМ для оценки их влияния на поведение конструкций / Под ред. А. А. Гвоздева, С. М. Крылова. – М. : Стройиздат, 1969. – С. 106–156.
3. Гольшев А. Б. Сопротивление железобетона : монография / А.Б. Гольшев, В. И. Колчунов. – К. : Основа, 2009. – 432 с.
4. Яковенко И. А. Новые зависимости для оценки сопротивления растянутого бетона между трещинами составных внецентренно сжатых железобетонных конструкций / И. А. Яковенко, Г. К. Биджосян // Нові технології в будівництві. – 2011. – №2. – С. 14–20.
5. Бетонные и железобетонные конструкции : СНиП 2.03.01–84*. – [Введены в действие с 1986-01-01]. – М. : ЦТИП Госстроя СССР, 1989. – 88 с. – (Строительные нормы и правила).
6. Колчунов В. И. Об использовании гипотезы плоских сечений в железобетоне / В. И. Колчунов, И. А. Яковенко // Строительство и реконструкция. – Орел: ОрелГТУ, 2011. – №6. – С. 21–27.
7. Колчунов В. И. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций / В. И. Колчунов, И. А. Яковенко // Вестник гражданских инженеров. – Санкт-Петербург, СПбГАСУ, 2009. – №4(21). – С. 160–163.
8. Бондаренко В. М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. – Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1968. – 324 с.