

УДК 658.5.011.56

Д.Н. Марченко, к.т.н.

ЭНТРОПИЙНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ БЕЗОПАСНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМВосточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля,
e-mail: lokom@snu.edu.ua*В статье рассмотрен способ анализа устойчивости стационарных состояний системы при помощи определения ее энтропии.***Введение**

Любая сложная система на протяжении своего жизненного цикла сталкивается с факторами, направленными на ее разрушение. Эти факторы могут быть как внешнего, так и внутреннего происхождения. Чтобы система нормально функционировала в изменяющихся условиях, необходимо, чтобы ей было присуще такое проявление свойств открытости, как изменение структуры. Изменение структуры системы обеспечивает расширение жизненных условий, связанное с усложнением организации и повышением безопасности. Это обеспечивается введением в систему элементов более общего значения, позволяющих установить связи с новыми сторонами внешней среды. Система с подобными элементами получает важнейшее свойство: адаптируемость, а факторы разрушения становятся инициаторами ее развития. Исходя из сказанного, можно определить подобную систему как развивающуюся (способную к адаптации) систему, а ее гибкость как важный показатель безопасности.

Анализ исследований и публикаций

В процессе функционирования элементы системы несут информацию о своем состоянии, фиксируя тем самым определенные свойства воздействующих на них внешних и внутренних процессов, явлений и объектов [2, 3]. Обладая возможностью фиксировать измененное состояние рассматриваемой системы от воздействия на неё других материальных систем, имеются основания для приобретения информации об этих системах. Сложная техническая система, испытывая воздействия, не исключает наличия способностей интерпретировать любым образом эффект влияния для адаптации к внешним изменяющимся условиям [4].

Имея определенное количество информации, идущей от внешних систем, расшифровав и преобразовав её, можно через систему управления запустить программу адаптации. Поскольку необходимость учета и использования информации не вызывает сомнений, имеются подходы в определении её количества [2]: энтропийный; алгоритмический; комбинаторный; семантический и прагматический. Первый подход получил применение в задачах количественного определения сложности системы и уровня внешних воздействий, второй – для описания (воссоздания) объекта, четвертый – для описания содержательной части сообщения, передаваемого её получателю, пятый – обращает внимание на полезность передаваемой информации.

Первый подход, с точки зрения анализа состояния системы, способной надежно (бесперебойно) выполнять заданные функции, например, по передаче энергии от источников к потребителям, можно считать приемлемым.

Постановка задачи исследований

Существует четыре формы энтропии [3]:

1. Энтропия как мера неопределенности состояния любой упорядоченной физической системы, или поведения любой системы.
2. Термодинамическая энтропия микрочастиц, или молекулярного (микроскопического) множества.
3. Информационная энтропия (неопределенность информации) сведений о некоторой информационной системе.
4. Энтропия, или неопределенность поведения, любой не вполне упорядоченной системы вплоть до макроскопических множеств.

Первая и третья формы энтропии связаны с неопределенностью состояния системы и пригодны для исследования неживых объектов и процессов. При этом энтропия не имеет своей размерности.

Далее информацию будем рассматривать как процесс, взаимосвязь, отношение между элементами системы. При этом важна информация, которая указывает на наличие отклонений параметров системы от заданных условий (или значений) под воздействием сторонних факторов. Чем больше уровень отклонений параметров от заданных значений, тем выше энтропия и, следовательно, больший хаос наблюдается в системе.

Для определения энтропии должна быть известна цель (или назначение системы), а также условная вероятность её достижения в зависимости от действия факторов, оказывающих существенное влияние на систему [4].

Цель исследований – определение обобщенной энтропии, обусловленной воздействием внешних вероятностных факторов на работоспособность отдельных элементов и системы в целом.

Понятие «обобщенная энтропия» означает, что её можно определить для всех моделей, как физических систем, так и умственных (или интеллектуальных) систем. Обобщенной энтропии модели присущи конечные величины, которые можно определить в виде численных значений.

Определяя обобщенную энтропию, следует исходить из необходимости формирования причинно-следственных связей в системе. Например, для транспортных систем выявляются причины, по которым происходит нарушение функционирования элементов, в результате которого снижается безопасность эксплуатации. Чтобы определить величину такой энтропии, необходимо предварительно выделить возможные каналы (цепочки) связи элементов в структуре системы.

Основное содержание исследований. Модель такой системы должна описывать динамику структурных изменений в ней. Для оценки необходимой гибкости сложной системы при изменении ее структуры предлагается использовать понятие энтропии. В данном случае можно трактовать это понятие, как меру упорядочения системы по признакам соответствия ее возможностей целям, стоящим перед ней в различные моменты времени ее функционирования. Такое определение позволяет использовать энтропию в качестве параметра, характеризующего сложность анализа, синтеза и модификации открытых систем. Понятие энтропии является универсальным для рассмотрения как отдельных аспектов, так и системы в целом.

Состояние любой системы определяется распределением ее элементов, обладающих каким-то признаком, мерой их включения в группы.

Положим, что энтропия — H является непрерывно дифференцируемой функцией, характеризующей состояние системы. Предположим, что новое состояние системы в момент времени $t + \Delta t$ является функцией состояния системы в момент времени t и что изменение параметра, характеризующего состояние (энтропия), за время Δt пропорционально значению этого параметра в момент времени t с коэффициентом пропорциональности K : $\frac{dH}{dt} = KH$.

Из функционального определения энтропии следует, что чем интенсивней рост возмущений в системе, тем быстрее нарушается упорядоченность, организованность системы. С учетом применения гибких средств модификации системы это уравнение можно записать следующим образом:

$$\frac{dH}{dt} = (a - b)H,$$

где a – интенсивность роста числа возмущений в системе; b – параметр, характеризующий управление процессом формирования новых структур и коррекции старых для адаптации под накопленные изменения.

Энтропия в таком случае выступает как оценка расхождения в функционировании системы с внешней средой.

Параметр, характеризующий процесс самоорганизации может быть выражен следующим образом: $b = pH$,

где p – интенсивность включения новых структур в существующую систему. С учетом этого выражения запишем модель процесса развития системы следующим образом:

$$\frac{dH}{dt} = aH - pH^2 \quad \text{или} \quad \frac{dH}{H(a - pH)} = dt. \quad (1)$$

Это нелинейное дифференциальное уравнение. Рассмотрим дробно-рациональную функцию $\frac{1}{H(a - pH)}$. Представим ее в виде

$$\frac{1}{H(a-pH)} = -\frac{1}{H(pH-a)} = -\frac{1}{p} \left(\frac{1}{H\left(H-\frac{a}{p}\right)} \right) = -\frac{1}{p} \left(\frac{1}{H-\frac{a}{p}} - \frac{1}{H} \right) \cdot p = \frac{1}{a} \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H-\frac{a}{p}} \right) = \frac{1}{a} \left(\frac{1}{H} + \frac{1}{\frac{a}{p}-H} \right).$$

Тогда, интегрируя левую часть дифференциального уравнения (1), получим:

$$\int \frac{dH}{H(a-pH)} = \frac{1}{a} \left(\int \frac{dH}{H} + \int \frac{dH}{\frac{a}{p}-H} \right) = \frac{1}{a} \left(\ln|H| - \ln\left|H-\frac{a}{p}\right| + \ln C \right) = \frac{1}{a} \ln \left| C \frac{H}{H-\frac{a}{p}} \right|.$$

Общее решение уравнения (1) будет иметь вид: $\frac{1}{a} \ln \left| C \frac{H}{H-\frac{a}{p}} \right| = t$ или $C \frac{H}{H-\frac{a}{p}} = e^{at}$.

Произвольную постоянную C будем искать, исходя из того, что при $t=t_0$ $H=H_0$ и

$$C \frac{H_0}{H_0-\frac{a}{p}} = e^{at_0}. \text{ Откуда } C = e^{at_0} \frac{H_0-\frac{a}{p}}{H_0}.$$

Подставив найденное C в общее решение, получим: $\frac{H}{H-\frac{a}{p}} = \frac{H_0}{H_0-\frac{a}{p}} e^{-a(t_0-t)}$.

$$\text{Тогда } H = \frac{a}{p} \frac{\frac{H_0}{H_0-\frac{a}{p}} e^{-a(t_0-t)}}{\frac{H_0}{H_0-\frac{a}{p}} e^{-a(t_0-t)} - 1} = \frac{a}{p} \frac{e^{-a(t_0-t)}}{e^{-a(t_0-t)} - \frac{H_0-\frac{a}{p}}{H_0}} = \frac{a}{p} \frac{e^{-a(t_0-t)}}{e^{-a(t_0-t)} - \left(1 - \frac{a}{p} \cdot \frac{1}{H_0}\right)}$$

$$\text{или } H = \frac{a}{p} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{a}{H_0 p}\right) e^{-a(t-t_0)}}, \quad t > t_0, \quad (2)$$

где H_0 – начальное условие.

Для качественного исследования математической модели предлагается использовать метод фазовых диаграмм – зависимость \dot{H} от H . Для этого получаем: $\dot{H} = aH = pH^2 = -p \left[\left(H + \frac{a}{2p} \right)^2 - \frac{a^2}{4p^2} \right] = 0$.

Рассматривая (2), легко видеть, что если $H_0 = \frac{a}{p}$, то $H = H_0 = \text{const}$. То есть, энтропия системы с течением времени остается постоянной. Исходя из полученных результатов, можно утверждать, что энтропия открытых систем может как возрастать, так и убывать, что позволяет говорить о самоорганизации. Действительно, из (2) следует, что если $\frac{a}{pH_0} < 1$ ($H_0 > \frac{a}{p}$), то

функция $H(t)$ – убывает, если же $\frac{a}{pH_0} > 1$ ($H_0 < \frac{a}{p}$) – возрастает.

Пусть энтропия $H_0 = H_0(t)$ системы с самовосстановлением изменяется как случайный процесс типа

$$H_0 = \frac{a}{p} + \delta \sin \omega t, \quad (3)$$

где δ , ω – случайные величины, распределенные по нормальному закону, т.е. $\delta \sim N(\delta_0, \sigma_\delta)$, $\omega \sim N(\omega_0, \sigma_\omega)$. Пусть $\frac{a}{p} = H_{пр}$, где $H_{пр}$ – предельное (наибольшее или наименьшее) значение, к которому приближается энтропия системы с течением времени. Тогда (3) запишется в виде:

$$H_0 = H_{пр} + \delta \sin \omega t,$$

где $\delta \sim N(m_\delta, \sigma_\delta)$, $\omega \sim N(m_\omega, \sigma_\omega)$. На рис.1, 2 с учетом проведенных рассуждений иллюстративно показано поведение функции $H(t)$.

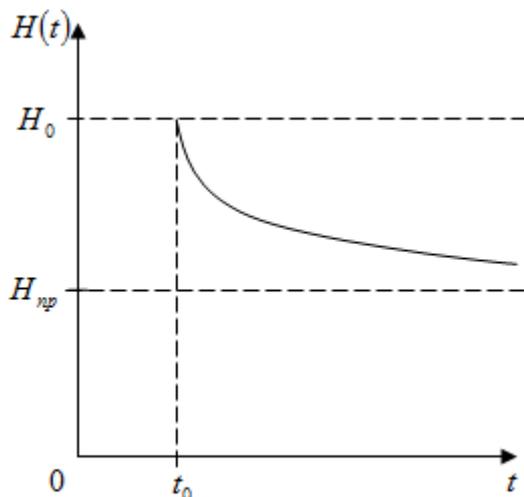


Рис. 1. Поведение функции $H(t)$ при $H_0 > \frac{a}{p}$

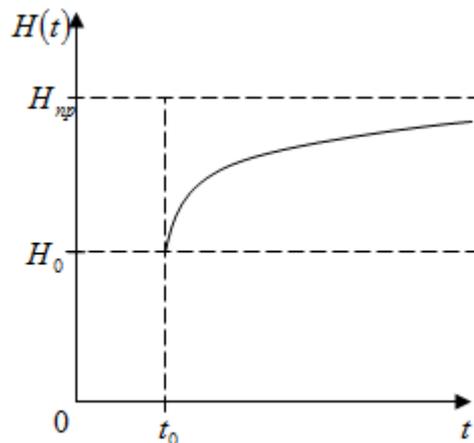


Рис. 2. Поведение функции $H(t)$ при $H_0 < \frac{a}{p}$

В очень важном с практической точки зрения случае бинарной системы энтропия определяется из выражения: $H(p) = -p \log_2 p - (1-p) \log_2 (1-p)$. (4)

Как правило, часто необходимо решать обратную задачу: по известной величине энтропии требуется определить, какому уровню вероятности одного из состояний она соответствует. Нами получено приближенное решение обратной задачи. Чтобы не решать при этом трансцендентное уравнение (4), удобнее воспользоваться приближенной формулой для расчета $p(H)$ в виде: $p \approx s_1 + s_2 + s_3$, (5)

где

$$s_1 = 0.5H(1 - \sqrt{2 \ln 2(1-H)}), s_2 = 0.27483H^{1.13663}(1-H)^{0.86473}$$

$$s_3 = 0.07393H^{0.8416}(H - 0.2123545)(H - 0.6298609)(0.9285186 - H)(1-H)^{0.25429}.$$

Точность приближения соответствует ошибке, не превышающей 10^{-8} . Любая система может быть представлена в виде бинарной по следующей схеме. Выбирается подсистема, которая требует дальнейшего более детального анализа. Все остальное при этом рассматривается, как условная вторая подсистема. При таком подходе действительно неясно, какова вероятность нахождения всей системы в первом и втором состоянии. С помощью выражения (5) этот вопрос решается однозначно. Из этого следует построение рекурсивного алгоритма переопределения упорядоченности подсистем.

Как видно из полученных результатов, в саморегулирующихся системах возрастающая с течением времени энтропия может уменьшаться и оставаться постоянной (рис. 3).

На практике при создании каких-либо сложных систем для повышения их надежности осуществляют резервирование компонентов системы. Различают несколько типов резервирования [1]: холодное резервирование, горячее резервирование и другие. При горячем резервировании все компоненты работают в «нагруженном» режиме, и используются системой для реакции на возмущающие воздействия. При выходе из строя одного или нескольких компонентов остальные продолжают работать и тем самым обеспечивают исправную работу системы. Примером такого резервирования может служить металлический порошок, образующийся при взаимодействии металлических «деталей» под нагрузкой (например взаимодействие колеса с рельсом при движении поезда или взаимодействие зубчатых колес в редукторах).

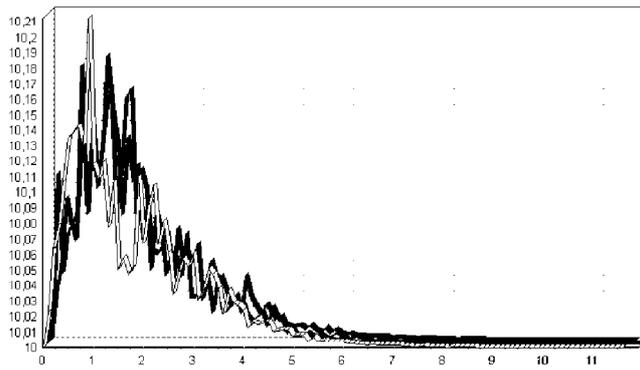


Рис. 3. Характер изменения энтропии в системе с самовосстановлением

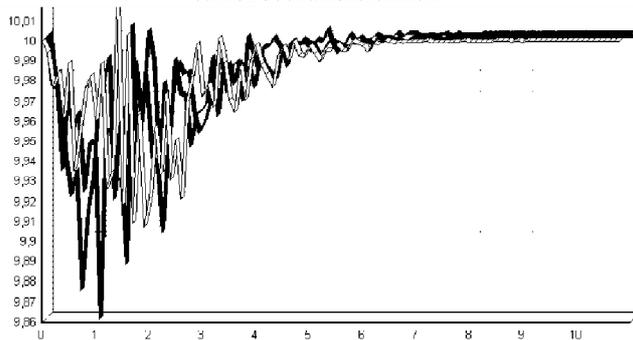


Рис. 4. Характер изменения энтропии в системе с самовосстановлением

В этом случае в областях контакта возникают большие температуры, из-за чего происходит мгновенное плавление, что увеличивает коэффициент трения. Понятно, что при дальнейшем движении происходит разрушение этих сплавившихся участков и как следствие – возникает металлическая крошка (абразив). Если бы весь этот порошок сразу уходил из системы, то срок службы составных частей был бы очень коротким. За счет того, что частично абразив возвращается в составные части системы (под действием тех же процессов, которые вызвали и разрушение, способствуя образованию порошка) происходит восстановление этих компонентов, что увеличивает срок их эксплуатации.

При холодном резервировании в «нагруженном» режиме работает только один компонент, в то время как остальные работают в «холостом» или дежурном режиме. При выходе из строя основного компонента система

выводит его из рабочего режима и ставит на его место один из резервных компонентов, остальные при этом продолжают работать в «холостом» режиме. Примером такого резервирования может служить работа компьютерной сети (в частности Internet). Передача данных одним компьютером другому происходит через коммуникации и понятно, что с течением времени они могут выходить из строя. Как правило, к конечному пункту назначения (компьютер-получатель), данные могут прийти не одним, а несколькими маршрутами, то есть используя различные промежуточные отрезки пути. Обычно выбирается кратчайший путь между промежуточными серверами. Но может возникнуть ситуация, когда часть данных прошла одним маршрутом, а остальные части этим маршрутом пройти не могут в результате каких либо неполадок и поэтому отправляются дальше по другому пути.

Если вероятность выхода из строя всей системы из-за одного компонента равна p (т.е. вероятности выхода из строя самого компонента), то при его резервировании вероятность выхода из строя всей системы в результате поломки всех компонентов данного типа (входящих в резерв) равна p^n .

Выводы. Предложенные выше выражения позволяют определить энтропию состояния стационарных состояний системы: определить критические точки, в которых даже малые возмущения приводят к качественным изменениям в системе, найти области ее устойчивости и оценить степень гибкости сложной системы, необходимую для ее безопасного функционирования. Энтропия имеет преимущества перед вероятностями при оценке безопасности, поскольку не связана со статистическими законами распределения случайных величин. По величине энтропии можно судить об уровне надежности сложной системы и выборе оптимального, с точки зрения устойчивости, варианта эксплуатации.

Список литературных источников

1. Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И. Хаотическая динамика простых систем.— Природа, 1981, № 2, с. 54—65.
2. Заславский Г. М. Статистическая необратимость в нелинейных системах.— М.: Наука, 1970.
3. Заславский Г. М. Стохастичность динамических систем. — М.: Наука, 1984.
4. Сугаков В.И. Основы синергетики. К.: Обереги.— 2001. — 287с.