

УДК 531.383

О.М. Безвесільна, д.т.н., проф.
С.С. Ткаченко, к.т.н., асис.**ОСОБЛИВОСТІ ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ НЕСТАНДАРТНИХ ПРИЗМ**

Національний технічний університет України „КПІ”, e-mail: tkachenkoss@ukr.net

*У статті розглянуто особливості вимірювання кутів призм, кут яких не вкладається у ціле число разів у кут 2π . Запропоновано використання методу калібрування та розглянуто варіанти проведення вимірювань таких кутів.***Ключові слова:** вимірювач кута, метод калібрування

Постановка задачі у загальному вигляді. При високоточних вимірюваннях плоских кутів раціонально застосовувати багаторазові вимірювання та використовувати метод калібрування, що дозволяє виключити грубі промахи при вимірюваннях, суб'єктивні помилки оператора, неточності виставки призм.

Аналіз досліджень та публікацій. Аналіз досліджень та публікацій [1-4] показав, що застосування методу калібрування у виробничих умовах різко розширює асортимент контрольованих призм. Для метрологічної мети застосовуються, як правило, багатогранні призми з рівномірним кутовим кроком, який вкладається цілим числом разів у кут 2π . Суть методу калібрування для вимірювання таких кутів було розглянуто авторами раніше [5].

У виробництві часто зустрічаються призми, кут яких не вкладається у ціле число разів 2π , або призми з малим кутом між нормаллями до граней, вимірювання яких із стичними кутовими інтервалами потребує більшої кількості перестановок.

Мета роботи. Розглянути особливості застосування методу калібрування для вимірювання кутів нестандартних призм.

Особливості вимірювання кутів призм. Поява кутомірних приладів з потужними обчислювальними засобами і повною автоматизацією процесу вимірювання і документування інформації привернула увагу до методу калібрування. Ручною операцією у таких приладах залишається тільки встановлення призми. Всі інші операції виконуються автоматично. Це дозволило у десятки разів зменшити час вимірювання і значно підвищити достовірність вимірювань, що зробило можливим застосовувати метод калібрування не тільки при унікальних роботах, а й при рутинних вимірюваннях, наприклад у виробничих умовах.

У стандарті [2], орієнтованому на використання лімбових гоніометрів, проводяться вимірювання відхилень від номіналу тільки суміжних центральних кутів. А в автоматизованих вимірювачах можуть проводитися вимірювання як суміжних центральних кутів, так і кутів при відліку від базової (першої) грані. Ці обставини призводять до того, що розроблені раніше алгоритми вимагають корекції при їх використанні в автоматизованих кутомірних засобах.

Також додаткові можливості щодо підвищення точності і контролю достовірності вимірювань для вимірювання об'єктів, які раніше не вимірювалися із застосуванням методу калібрування, відкривають автоматичне знімання інформації та її обробку за допомогою ЕОМ.

Сутність методу калібрування призм з рівномірним кутовим кроком, який вкладається цілим числом разів у кут 2π полягає у наступному: контрольовану призму встановлюють послідовно зі зсувом на її кутовий крок відносно лімба вимірювача у діапазоні $0...2\pi$, вимірюють у будь-якому з положень кути призми і знаходять середнє значення однойменних кутів, виміряних у різних положеннях. Таким чином визначаються усереднені значення кутів, виміряних на різних ділянках лімба. При цьому одержують:

$$\int_0^{\varphi} f(\Delta\varphi)d\varphi + \int_{\varphi}^{2\varphi} f(\Delta\varphi)d\varphi + \dots + \int_{(n-1)\varphi}^{2\pi} f(\Delta\varphi)d\varphi = \int_0^{2\pi} f(\Delta\varphi)d\varphi = 0, \quad (1)$$

де φ – кутовий крок міри; n - кількість перестановок призми; $\Delta\varphi$ - функція похибки вимірювача.

Особливості вимірювання кутів нестандартних призм. Вимірювання призм з кутом, який не вкладається цілим числом разів у 2π , можуть бути виконані за одним з двох наступних варіантів:

1. Вимірювання здійснюють при перестановці призми з кутовим кроком θ із кутовим інтервалом $\theta = \varphi$ доти, доки грань призми не займе положення $2\pi l$.

Для даного випадку повинна здійснюватись умова:

$$\begin{aligned} 2\pi n &= \varphi m; \\ m &= \frac{2\pi n}{\varphi}, \end{aligned} \quad (2)$$

де m - кількість положень призми; n - кількість повних обертів, які здійснить призма до замикання; m і n - цілі додатні числа; φ - вимірюваний кут.

$$\text{У цьому випадку отримують: } \int_0^{2\pi n} f(\Delta\varphi) d\Delta\varphi = 0. \quad (3)$$

Тобто систематична складова похибки вимірювача не буде впливати на точність вимірювання.

Наприклад, при вимірюванні призми з центральним кутом $\varphi = 240^\circ$ повне здійснення умови (3) настає при $n = 2$, $m = 5$. Це означає, що при перестановці призми із кутовими інтервалами необхідно виконати 5 перестановок ($m = 5$). При цьому буде виконана умова (3) і призма при перестановках опише повне коло 2 рази ($n = 2$).

При $\varphi = 160^\circ$ отримують відповідно $n = 4$, $m = 5$.

2. Вимірювання проводять при кутових інтервалах, які перекриваються, ($\theta < \varphi$) таким чином, щоб як кутові інтервали, так і перекриття ціле число разів вкладались у кут 2π .

$$\text{При цьому повинна виконуватись умова: } \frac{2\pi}{\theta < \varphi} = k, \quad (4)$$

де k - додатне ціле число.

Наприклад, для призми з центральним кутом $\varphi = 240^\circ$ може бути прийнято $k = 2\pi/240^\circ$.

При вимірюванні малих кутів необхідна більша кількість перестановок міри. У цьому випадку зміни доцільно проводити з пропусками кутових інтервалів ($\theta > \varphi$). Перед змінами необхідно дослідити систематичну складову похибки вимірювача, переконатися, що вона є плавною кривою, і обрати крок θ .

Метод калібрування розповсюджується на вимірювання суміжних центральних кутів призми. За допомогою автоматичних вимірювачів можуть бути виміряні як суміжні центральні кути, так і центральні кути при відліку від базової грані.

При вимірюванні суміжних кутів контрольовану багатогранну призму встановлюють на предметному столі вимірювача у перше положення і проводять вимірювання всіх її суміжних кутів $\alpha_{i,1}$, де перша цифра індексу - номер кута призми ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), друга - номер положення призми на предметному столі. Кути, вимірювані у цьому положенні, наведені у стовпчику 1 таблиці 1. Далі розвертають призму відносно осі обертання предметного стола вимірювача на її кутовий крок, виконують необхідні регулювання для досягнення максимальних значень, ексцентриситету і нахилу, встановлюючи таким чином призму у друге положення. У другому положенні проводять вимірювання всіх суміжних кутів призми $\alpha_{i,2}$. Виміряні у цьому положенні кути наведені у стовпчику 2 таблиці 1.

Таблиця 1

Суміжні кути контрольованої багатогранної призми

Номер кута \ Номер положення	1	2	3	...	n
1	$\alpha_{1,1}$	$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{1,3}$...	$\alpha_{1,n}$
2	$\alpha_{2,1}$	$\alpha_{2,2}$	$\alpha_{2,3}$...	$\alpha_{2,n}$
3	$\alpha_{3,1}$	$\alpha_{3,2}$	$\alpha_{3,2}$...	$\alpha_{3,n}$
...
n	$\alpha_{n,1}$	$\alpha_{n,1}$	$\alpha_{n,1}$...	$\alpha_{n,1}$

У подальшому призму послідовно розвертають на її кутовий крок і в кожному положенні вимірюють всі її суміжні кути. Виміряні у кожному з наступних положень кути наведені у таблиці 1 (положення 3, ..., n). Кількість положень відповідає кількості граней призми. Таким чином, ті ж самі кути призми вимірюються на різних ділянках шкали (лімба) вимірювача.

Після вимірювань обчислюють середнє значення однойменних кутів (що мають однаковий перший індекс), виміряних у всіх положеннях призми, тобто обчислюють середнє значення кожного рядка таблиці 1:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_{k,i}}{n}, \quad (5)$$

де k - номер положення призми.

Одержані кути $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ контрольованої призми є більш точними порівняно з вимірюванням кутів призми в одному положенні.

Розглянемо складові кутів рядка 1 і стовпчика 1 таблиці 1.

Кути, наведені у рядку 1 таблиці 1, можуть бути подані у вигляді:

$$\begin{aligned} \alpha_{1,1} &= \alpha_{1,n} + \Delta_{1,1} + \sigma_{1,1}, \\ \alpha_{1,2} &= \alpha_{1,n} + \Delta_{1,2} + \sigma_{1,2}, \\ &\dots \\ \alpha_{1,n} &= \alpha_{1,n} + \Delta_{1,n} + \sigma_{1,n}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $\alpha_{1,n}$ – істинне значення першого кута; $\Delta_{1,1}, \Delta_{1,2}, \dots, \Delta_{1,n}$ – систематична складова похибки вимірювання першого кута у першому, другому, ..., n -му положенні призми; $\sigma_{1,1}, \sigma_{1,2}, \dots, \sigma_{1,n}$ – випадкова складова похибки вимірювання першого кута у першому, другому, ..., n -му положенні призми.

Зазвичай, багатогранні призми, призначені для метрологічної мети, виконуються з невеликими відхиленнями від номінального кутового кроку, тобто мають приблизно однакові кути між суміжними гранями. З урахуванням цього, стовпчик 1 таблиці 1 (крім уже розглянутого у виразі (6) кута $\alpha_{1,1}$) може бути представлений у вигляді:

$$\begin{aligned} \alpha_{2,1} &= \alpha_{2,n} + \Delta_{2,1} + \sigma_{2,1}, \\ \alpha_{3,1} &= \alpha_{3,n} + \Delta_{3,1} + \sigma_{3,1}, \\ &\dots \\ \alpha_{n,1} &= \alpha_{n,n} + \Delta_{n,1} + \sigma_{n,1}, \end{aligned} \quad (7)$$

де $\Delta_{2,1}, \Delta_{3,1}, \dots, \Delta_{n,1}$ – систематична складова похибки вимірювання другого, третього, ..., n -го кута у першому положенні призми; $\sigma_{2,1}, \sigma_{3,1}, \dots, \sigma_{n,1}$ – випадкова складова похибки вимірювання другого, третього, ..., n -го кута у першому положенні призми; отриманні $\alpha_{2,n}, \alpha_{3,n}, \dots, \alpha_{n,n}$ – істинне значення другого, третього, ..., n -го кутів призми.

При багатократних вимірюваннях у кожному з положень призми з точністю до не виключеної випадкової складової похибки можна записати: $\alpha_1 \cong \alpha_{1,u}; \alpha_2 \cong \alpha_{2,u}; \dots; \alpha_n \cong \alpha_{n,u}$. (8)

З врахуванням цього, обчислюють відхилення першого кута у різних положеннях призми (рядок 1 таблиці 1):

$$\begin{aligned} \delta_{1,1} &= \alpha_{1,1} - \alpha_1 \cong \Delta_{1,1} + \sigma_{1,1}, \\ \delta_{1,2} &= \alpha_{1,2} - \alpha_1 \cong \Delta_{1,2} + \sigma_{1,2}, \\ &\dots \\ \delta_{1,n} &= \alpha_{1,n} - \alpha_1 \cong \Delta_{1,n} + \sigma_{1,n}. \end{aligned} \quad (9)$$

Крім того, обчислюють відхилення всіх кутів, отриманих у першому положенні призми (стовпчик 1 таблиці 1), окрім уже розглянутого у виразі (6) першого кута:

$$\begin{aligned} \delta_{2,1} &= \alpha_{2,1} - \alpha_2 \cong \Delta_{2,1} + \sigma_{2,1}, \\ \delta_{3,1} &= \alpha_{3,1} - \alpha_3 \cong \Delta_{3,1} + \sigma_{3,1}, \\ &\dots \\ \delta_{n,1} &= \alpha_{n,1} - \alpha_n \cong \Delta_{n,1} + \sigma_{n,1}. \end{aligned} \quad (10)$$

З наведеного видно, що при вимірюванні у першому положенні призми до істинного значення її кутів додається похибка вимірювача на відповідних ділянках його шкали.

З іншого боку, при вимірюваннях з послідовним розворотом на кутовий крок призми, до першого її кута повинні додаватися ті ж складові похибки вимірювача, що і при вимірюванні призми у першому положенні. Причому похибки повинні бути приблизно рівні для першого кута призми у другому положенні і другого кута призми у першому положенні, для першого кута у третьому положенні і третього кута у першому положенні тощо. Якщо вони суттєво відрізняються, це свідчить про недостовірність вимірювання.

Для оцінки достовірності вимірювань обчислюють і порівнюють наступну різницю:

$$\begin{aligned} \delta_{2,1} - \delta_{1,2} &\cong \sigma_{2,1} - \sigma_{1,2} \leq \varepsilon, \\ \delta_{3,1} - \delta_{1,3} &\cong \sigma_{3,1} - \sigma_{1,3} \leq \varepsilon, \\ &\dots\dots\dots \\ \delta_{n,1} - \delta_{1,n} &\cong \sigma_{n,1} - \sigma_{1,n} \leq \varepsilon, \end{aligned} \quad (11)$$

де ε – допустиме відхилення при вимірюванні кутів.

У випадку, якщо при перестановках призми кут розвороту буде виконаний з недопустимим відхиленням від кутового кроку, різко зміниться похибка вимірювання, відбудеться грубий промах при вимірюваннях, призма буде мати недопустимий нахил або ексцентриситет, тоді одна або декілька нерівностей (11) будуть порушені. При цьому вимірювання повинні кваліфікуватися, як недостовірні, та їх необхідно повторити.

Величина ε може бути обчислена, виходячи з допусків на неточність встановлення, кількості прийомів вимірювань, величини випадкової складової похибки вимірювань та інше. У деяких випадках доцільно прийняти: $\varepsilon = a\sigma$, (12)

де a – коефіцієнт, що обирається з задач вимірювань, наприклад, заданого рівня довірчої вірогідності; σ – допустиме середнє квадратичне відхилення випадкової складової похибки вимірювання кутів.

Найбільш просто ε визначати експериментально для кожного конкретного приладу.

Зазначимо, що наведені співвідношення справедливі при вимірюванні суміжних кутів призми.

У випадку відліку всіх кутів призми від базової грані у першому положенні призми (стовпчик 1) будуть наростаючі кути, а у рядку 1 буде перший кут, виміряний у різних положеннях відносно шкали вимірювача. У цьому випадку обробка інформації відповідно виразам (1-7) проводиться однаково, однак вираз (11) повинен бути таким:

$$\begin{aligned} \delta_{2,1} - (\delta_{1,2} + \delta_{1,2}) &\leq \varepsilon, \\ \delta_{3,1} - (\delta_{1,2} + \delta_{1,2} + \delta_{1,3}) &\leq \varepsilon, \\ &\dots\dots\dots \\ \delta_{n,1} - (\delta_{1,2} + \delta_{1,2} + \delta_{1,3} + \dots + \delta_{1,n}) &\leq \varepsilon. \end{aligned} \quad (13)$$

Висновки. В роботі розглянуто особливості вимірювання кутів нестандартних призм, з кутами, що не вкладаються цілим числом разів у кут 2π . Запропоновано варіанти підвищення точності вимірювання таких кутів.

Використання методу калібрування є ефективний для кутовимірювальних приладів, у яких цілком автоматизований процес вимірювання та обробка інформації. Він суттєво дозволяє зменшити похибку вимірювання кутів та підвищити точність вимірювань завдяки тому, що систематична складова похибки при вимірюваннях одного і того ж кута в діапазоні $0 \dots 2\pi$ дорівнює нулю.

Список літературних джерел

1. Меры плоского угла призматические: ГОСТ 2875-88 - М.: Изд-во стандартов, 1988, - 9 с.
2. Гониометры. Методы и средства поверки: ГОСТ 8.266-77. М.: Изд-во стандартов, 1978, 21 с.
3. Соломахо В.Л. Прогрессивные методы и средства измерения линейных и угловых величин / В.Л. Соломахо, Б.В. Цитовичен. К., 1990. – 20 с.
4. Средства контроля и измерения линейных и угловых размеров: методики контроля и поверки / ВНИИ измерения. – М., 1991. Кн. 5. Приборы для угловых измерений. – 93 с.
5. Безвесільна О.М. Методика дослідження похибки вимірювача кута / Безвесільна О.М., Ткаченко С.С. // Вісник Інженерної академії України. - Київ, 2009, Вісник 3-4. – С. 56-59.