

УДК 621.317

¹О. М. Безвесільна, д.т.н, професор
²А. Г. Ткачук, аспірант
³І. О. Білоус, магістрант

РОЗРАХУНОК ТА ОЦІНКА ОСНОВНИХ ПОХИБОК БАЛІСТИЧНОГО ЛАЗЕРНОГО ГРАВІМЕТРА

^{1,3} Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут",
e-mail: bezvesilna@mail.ru

² Житомирський державний технологічний університет,
e-mail: andrew_tkachuk@i.ua

У статті наведено розрахунок та проведено оцінку основних похибок балістичного лазерного гравіметра.

Ключові слова: прискорення сили тяжіння, балістичний лазерний гравіметр.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її актуальність

Вимірювання абсолютного значення прискорення сили тяжіння g з високою точністю необхідне для вирішення широкого спектру наукових задач: визначення форми Землі, побудови моделей руху глибинних мас, оцінки пружних деформацій поверхні планети, передбачення землетрусів, винаходження глибинних щільнісних неоднорідностей, пошуку покладів корисних копалин та інш. Для визначення g призначені гравіметри. Серед них найбільш відомими для наземних вимірювань є балістичні лазерні гравіметри (БЛГ) [1]. Однак, вони не автоматизовані, мають низьку швидкодію. Для сучасного використання такі низькі точність та швидкодія неприпустимі. Тому дослідження можливості підвищення точності та швидкодії БЛГ шляхом застосування цифрового двовимірного відеозображення є актуальною задачею.

Теорія і практика абсолютної гравіметрії на базі балістичних методів (терміни "абсолютний" і "балістичний" є синонімами) вимірювання є надзвичайно перспективними.

Балістичні методи вимірювання прискорення сили тяжіння (ПСТ) для різних високоточних вимірювань можна вважати технічно забезпеченими, хоча ще мають місце розходження в результатах, одержаних різними приладами за однакових умов.

Розповсюдження балістичних гравіметрів підтверджено великою кількістю приладів, що знаходяться в експлуатації, великим попитом на балістичні гравіметри серед практиків [2, 3].

На сьогоднішній день відсутня інформація про розрахунок та оцінку основних похибок БЛГ, рекомендації по їх зменшенню.

Метою статті є розрахунок та проведення аналізу основних похибок балістичного лазерного гравіметра.

Аналіз досліджень і публікацій

Проведені дослідження показали, що великий вклад у розвиток методів та засобів гравіметричних вимірювань внесли наукові школи, сформовані в Інституті геофізики під керівництвом академіка НАНУ Старостенка В.І. (м. Київ), в ННЦ "Інститут метрології" під керівництвом к.т.н. Сидоренка Г.С. та НТУУ "КПІ" на приладобудівному факультеті під керівництвом д.т.н., проф. Безвесільної О.М.

Сучасні дослідження в області розробки гравіметричної апаратури зосереджені у двох основних напрямках: перший – підвищення точності вимірювань g балістичними гравіметрами шляхом усунення впливу сейсмічних коливань на процес вимірювання, другий – побудова ефективних автоматизованих систем процесу гравіметричних вимірювань.

Найбільш відомими у галузі гравіметричних вимірювань є роботи видатних вчених СНД Попова Є.І. в Інституті фізики Землі РАН із сильно демпфюваними гравіметрами ГАЛ, Багрянця В.О, а раніше – Лозинської А.М. у ВНДІ Геофізики з комплектом апаратури на базі струнних гравіметрів, Полякова Л.Г. у Московському науково-дослідному інституті електромеханіки й автоматики та закордонних вчених Л. Ла-Коста, Д. Гаррисона, А. Графа, Ю. Престона-Томоди, М. Гальвані, Кука, Тейта, Фаллера та інших [2,3].

Викладення основного матеріалу дослідження

Вільно падаюче тіло рухається у просторі під дією деякої рівнодіючої сили \vec{F} , що дорівнює векторній сумі всіх сил, відомих у природі: гравітаційних, електромагнітних, аеродинамічних і ін. У цьому випадку:

$$\bar{F} = \sum_i \bar{F}_i. \quad (1)$$

Розкладемо множину сил F_i на дві підмножини: гравітаційні та інерційні сили, які, відповідно, позначимо

$$\sum_i \bar{F}_i^{(z)} \text{ та } \sum_i \bar{F}_i^{(i)}.$$

При чому будь-яка гравітаційна сила може бути записана у вигляді:

$$F_k^{(z)} = \gamma \cdot \left(\frac{m \cdot M_k}{R_k^3} \right) \cdot \bar{R}_k, \quad (2)$$

де γ – гравітаційна стала; m – маса пробного тіла; M_k – гравітаційна маса; R_k – відстань між центрами мас M_k і m .

Будь-яка інерційна сила записується так:

$$F_k^{(i)} = \bar{x}_n \cdot m, \quad (3)$$

де \bar{x}_n – парціальне прискорення пробного тіла.

З урахуванням рівнянь (1) і (2), суму рівнянь (3) можна записати у наступному вигляді:

$$\bar{F} = m \cdot \left[\gamma \cdot \sum_i \frac{M_i}{R_i^3} \bar{R}_i + \sum_i \bar{x}_i \right], \quad (4)$$

де величина, що стоїть дужках, прискорення, що включає ПСТ g .

Розв'язавши це рівняння відносно g , одержимо:

$$g_0 = 2 \cdot S \left| t^2 - \left(\sum_i F_i^{(z)} + \sum_i F_i^{(i)} \right) \right| \cdot m, \quad (5)$$

звідки випливає, що точність визначення g_0 , залежить від точності вимірювання наступних величин:

- шляху S пробного тіла;
- степені фіксації інерційної системи, відносно якої вимірюють шлях S (тобто від точності S_0 та V_0);
- часу t ;
- гравітаційних сил, що складають множину $F_i^{(z)}$;
- інерційних сил, що складають множину $F_i^{(i)}$.

Фактори F під знаком суми рівняння (5) можна умовно розділити на локальні, регіональні та глобальні [1].

До локальних відносяться градієнти гравітаційного поля та температури, електричні і магнітні поля у приміщенні, де відбувається робота. До регіональних – зміни гідрологічних умов та висоти місця спостережень, барометричні ефекти, сейсмічна та вулканічна активність в регіоні тощо. До глобальних факторів відносяться, в першу чергу, приливні зміни та, меншою мірою, такі явища, як рух полюсів Землі, нерівномірність обертання планети, астрофізичні явища тощо.

Аналіз рівняння (5) дозволяє побачити, що пробна маса в період вільного падіння знаходиться у взаємодії з усіма фізичними об'єктами всесвіту, які за допомогою гравітаційних та інших сил впливають на закон руху пробного тіла. Тому визначення усіх взаємодій є надзвичайно складною задачею. У сучасній гравіметрії сумарна взаємодія гравітаційних перешкод, за винятком впливу Сонця та Місяця, вважається настільки малим порівняно з рівнодіючою інерційних сил, що ним можна знехтувати [3]. Саме виключення впливу інерційних сил на результати вимірювання гравіметра складає, на даний момент часу, одну з основних труднощів на шляху підвищення точності визначення ПСТ.

Шлях, що пройшла пробна маса вимірюється відносно інерційної системи координат, яка не є абсолютно інерційною. Тому кінематичні похибки можна розділити на дві групи:

- які обумовлені впливом факторів, що діють на пробне тіло;
- які обумовлені впливом факторів, що діють на інерційну систему відліку координат пробної маси.

Сукупність показників вказаних похибок дозволяє визначити структуру показників балістичного гравіметра (рис. 1).

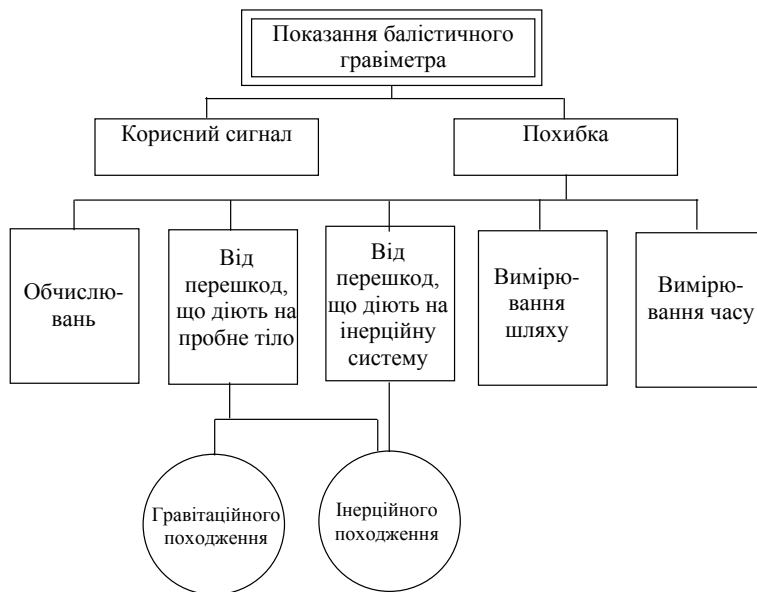


Рис. 1. Структура показників балістичного гравіметра

Метрологічна задача при розробці, виготовленні та дослідженні гравіметрів зводиться до зменшення всіх складових похибки вимірювання. Так, похибки випадкового походження зменшують шляхом збільшення числа вимірювань N згідно виразу σ/\sqrt{N} , якщо є підстава вважати, що $g = const$.

Проблема відтворення одиниць довжин та часу в абсолютній гравіметрії зводиться, в основному, до підвищення точності та тривало-часової стабільності їх відтворення, так як саме похибки цих одиниць [4] є основною перешкодою у підвищенні точності вимірювання ПСТ.

Відтворення одиниці довжини в сучасних балістичних гравіметрах високої точності здійснюється шляхом стабілізації частоти випромінювання робочого лазера по гетеродину, що має у своєму складі осередок резонансного поглинання на парах йоду. Така будова джерела випромінювання обумовлена високими вимогами до тривало-часової стабільності довжини хвилі порядку $5 \cdot 10^{-9}$. Задовольнити ці вимоги без йодових лазерів неможливо. У той же час, їх вихідна потужність недостатня для інтерферометра, що вимірює шлях, пройденим пробним тілом. Внаслідок цього, виникає необхідність створення систем стабілізації з гетеродуванням. Проте, як показує досвід, для надійної роботи цих систем в умовах мікросейсмічності, їх необхідно доповнювати пристроями періодичного підтвердження вірності вибору номера лінії поглинання.

Існують й інші схеми прив'язки робочого лазера до гетеродинного. Це робота йодового лазера у режимі широко-полісного сканування. Ширина смуги сканування вибирається так, щоб за один період частота генерації, як мінімум, хоча б один раз проходила через значення необхідної лінії спостереження. Робочий лазер вважається налагодженим, якщо сигнали нульових биттів ("биений"), обох ОКГ (оптичних квантових генераторів) з'являються в момент проходження гетеродином лінії поглинання. У випадку запізнення або випередження сигналу биття виділяється сигнал помилки, що корегує частоту робочого лазера [3]. Така схема дає високу надійність відтворення довжини хвилі.

Значні помилки при вимірюванні ПСТ з'являються в тому випадку, якщо лазер генерує більш однієї моди, що спотворює характеристики стабілізуючого механізму. Цей ефект ліквідується шляхом регулювання струму розряду в трубці або за допомогою інших спеціальних заходів. Так, наприклад, застосовується стабілізація лазера за провалом Лемба, при чому в даному випадку нестабільність довжини хвилі, також залежить від системи автоналагодження. В роботах [2,3] пропонується метод відтворення одиниці довжини хвилі шляхом повільного сканування довжини резонатора лазера по синусоїдальному закону, з амплітудою ± 5 мкм та частотою 0,01 Гц, що забезпечує усереднення мод за час 100 с. Слід відмітити, що метод відтворення одиниці довжини з допомогою лазера є, на даний час, найкращим, але не єдиним. Так за кордоном приділяють увагу вдосконаленню гравіметрів, в яких довжина задається за допомогою еталона Фабрі-Перро, а початок та кінець відліку часу, здійснюється по моментам появи інтерференції пучків квазі-білого світла ("ксенонова лампа") [2]. Проте довжину еталона Фабрі-Перро слід періодично контролювати за допомогою лазера, що стабілізований по йоду, а для збереження стабільності довжини еталона необхідно підтримувати температуру в термостаті з точністю до 0,01 К. Таким чином, досягнення тривало-часової стабільності одиниці довжини (10^{-9}) є великою проблемою, хоча саме з допомогою гравіметра з еталонам Фабрі-Перро та джерелом білого світла отримана найвища точність вимірювання ПСТ, що складає 10^{-9} .

Інтервали часу руху пробного тіла вимірюються шляхом підрахунків імпульсів відомої частоти, що проходять через селектор, з плином інтервалу часу T_n . Проте саме таким вимірюванням

притаманні похибки, що обумовлені неідентичністю затримок відкриття та закриття селектора, кінцевою дією імпульсів, небездоганністю їх фронтів тощо. Кількісний, сумарний вплив вказаних факторів зручно представити деяким еквівалентним розширенням інтервалу часу T_n . Похибка вимірювання прискорення, що викликана помилками вимірювання двох інтервалів часу T та T_n , представляється у вигляді:

$$\Delta g \approx 10^{-9} \cdot g \cdot \sqrt{(\alpha_1^2 \cdot \Delta T^2 + \alpha_2 \cdot \Delta T_n^2)}, \quad (6)$$

де α_1 та α_2 – відомі та сталі коефіцієнти; ΔT та ΔT_n – похибки вимірювання інтервалів часу T та T_n .

Якщо, наприклад, $\Delta T = 5$ нс, а $\Delta T_n = 10$ нс, то $\Delta g = 0,25$ мГл. Згідно інших джерел, не виключена частина систематичної похибки гравіметра, обумовлена його чутливістю до розширень інтервалу часу T_n , складає $0,6 \div 1$ мГл. Деякі фізичні явища, що викликають систематичні похибки наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Явища, що викликають систематичні похибки

Впливові фактори	Фізичні явища	Оцінка кількісного впливу, мГл	Невиключений залишок, мГл	Висновки
Гравітаційні	Притягання Сонця та Місяця	10^{-1}	10^{-2}	Не впливає
	Притягання апаратури	---	$5 \cdot 10^{-4}$	Не впливає
	Гравітаційний градієнт	$6 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	Не впливає
	Вплив локальних змін мас атмосфери	$\pm 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	Не впливає
	Вплив мас ґрунтових вод	$\pm 2 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	Не впливає
Інерційні	Електростатичні та магнітні сили	---	$8 \cdot 10^{-3}$	Враховано
	Градієнт магнітного поля	---	$5 \cdot 10^{-4}$	Не впливає
	Опір залишкового газу	---	$7 \cdot 10^{-3}$	Враховано
	Вплив обертання Землі	---	$5 \cdot 10^{-4}$	Враховано
Інструментальні при визначенні шляху	Нестабільність довжини хвилі лазера	$\pm 3 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	Враховано
	Нестабільність температури	---	10^{-3}	Враховано
	Обертання пробного тіла навколо горизонтальної вісі	---	$4 \cdot 10^{-3}$	Враховано
	Нестабільність тиску	---	10^{-3}	Враховано
	Відхилення від вертикалі	---	10^{-3}	Враховано
Інструментальні при визначенні часу	Нестабільність генератору	---	$5 \cdot 10^{-4}$	Враховано
	Неточність вимірювання інтервалів часу	$\pm 5 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-4}$	Враховано
	Кінцева швидкість світла	25	---	Враховано

Основні обмеження точності балістичних методів визначення ПСТ

Подальшому росту точності перешкоджає цілий ряд обставин як принципового (фізичного), так і технологічного (економічного) характеру. Тому виникає питання про оптимальну точність, яка залежить від багатьох факторів та визначається обмеженнями. Ці обмеження необхідно знати, щоб з однієї сторони, використовувати усі точні можливості, що представляються теорією, а з іншої сторони – не приймати марних спроб підвищити точність за межі можливого.

Проаналізуємо, яким чином практичні міркування формують умови необхідної точності вимірювань в гравіметрії.

Нехай, маємо повільно протікаючий (квазістатичний) процес. Необхідно із заданою надійністю β отримати величину $\Delta S(t)$ (рис. 3), вимірювання процесу $S(t)$ за час τ .

Як відомо, величина, яка вимірюється, та похибка $\delta(t)$ БЛГ повинні бути пов'язані співвідношенням:

$$\Delta S(t) \geq \beta \cdot \delta(t), \quad (7)$$

де $\beta \geq 1$ – число, що характеризує надійність вимірювання.

Тоді теорему Лагранжа про середнє значення на інтервалі, що розглядається, можна записати в наступному вигляді:

$$\frac{S(t_2) - S(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta S(t)}{\tau} = \frac{dS}{dt} = V(t),$$

звідки з урахуванням рівняння (2.12) одержимо:

$$\delta(t) \leq \tau \cdot \frac{V(t)}{\beta}. \quad (8)$$

Із рівняння (8) випливає, що у випадку вимірювань процесів, що повільно змінюються, крім тривіального до точності засобу вимірювання, приєднуються також як й не зовсім очевидні вимоги (тривіальність вимірювання міститься в тім, що похибка приладу $\delta(t)$ повинна бути тим менша, чим з більшою надійністю потрібно отримати результат):

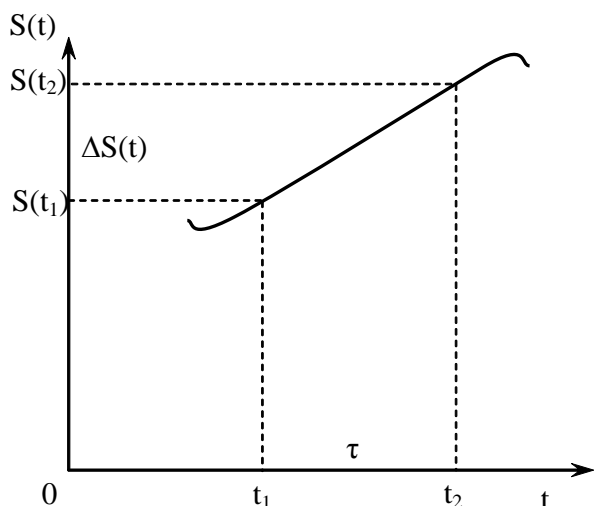


Рис. 3. Залежність допустимої похибки від швидкості дрейфу вимірювального процесу: $S(t)$ – зміна вивчаючого параметру процесу за час спостереження τ

1) значення похибки приладу повинно змінюватися з часом, якщо швидкість процесу $V(t)$ змінна;

2) значення похибки приладу повинно бути тим менше, чим менший проміжок часу τ , що витрачається на вияв змін ΔS .

На основі рівняння (2.13) визначимо максимально допустиме значення $\delta(t)$. Якщо $\tau = 0,1$; $\beta = 1$; $V = 1$ мкГл то:

$$\delta = \frac{0,1 \cdot 1}{1} = 0,1 \text{ мкГл} \quad \text{або у відносному виразі } \delta/g_0 = 0,1 \cdot 10^{-10}.$$

Така похибка вимірювання ПСТ потрібна на даний час для вирішення деяких геологічних задач. Приблизно той же порядок точності необхідний зразковим гравіметрам для перевірки робочих засобів вимірювання прискорення.

Але ця точність, на даний момент часу, знаходиться поблизу тих меж, які визнаються деякими інструментальними та принциповими обмеженнями.

Як вже зазначалось раніше, похибка лазерного інтерферометра, що є пристроєм для відтворення

одиниці довжини, робить суттєвий вплив на похибку гравіметра. Визначимо одну із похибок інтерферометра - дифракційну похибку, що обумовлена обмеженою апертурою світлового пучка:

$$\Delta g / g \approx 0,1 \cdot (\lambda / d)^2.$$

При довжині хвилі (так як і в нашому випадку) $\lambda = 0,633$ мкм; діаметрі пучка $d \approx 2$ мм: $\Delta g / g = 0,1 \cdot (0,633 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 10^{-3})^2 \approx 1,0017225 \cdot 10^{-8}$.

При проведенні гравіметричних вимірювань вищої точності враховується цілий ряд систематичних похибок шляхом внесення відповідних поправок, таких як поправки за тиском світла, вертикальні та горизонтальні градієнти першого та другого порядку, опір вакууму та інш. Хоча в даний час точне врахування цих похибок та внесення поправок є справою більш складною, ніж саме вимірювання прискорення, проте воно принципово здійснено. Але все ж таки маються обмеження фундаментального характеру, яких не можливо усунути ніякими інструментальними та технологічними засобами. До них відносяться наближеність встановленої величини швидкості світла, квантово-механічні обмеження, межі точності визначення градієнтів прискорення, флуктуації тощо.

Розглянемо обмеження, що накладають квантово-механічні закони, використовуючи відношення невизначеностей:

$$(\Delta \bar{E})^2 \cdot (\Delta \bar{t})^2 \geq h^2. \quad (9)$$

Ця нерівність накладає обмеження на вимірювання енергії (швидкості) тіла, якщо її необхідно виміряти в точно заданий момент часу. Як вже відмічалось вище, прискорення g можна визначити з відношення:

$$g = \frac{V - V_0}{t - t_0}.$$

Знайдемо дисперсію ПСТ:

$$D = M_2 \{g\} = \frac{g^2}{(t - t_0)^2} \cdot [(\Delta \bar{t})^2 + (\Delta \bar{t}_0)^2] + \frac{1}{(t - t_0)^2} \cdot [(\Delta \bar{V})^2 + (\Delta \bar{V}_0)^2], \quad (10)$$

де $(\Delta \bar{t})^2$ та $(\Delta \bar{t}_0)^2$ – дисперсії (невизначеності) кінцевого та початкового моментів часу; $(\Delta \bar{V})^2$ та $(\Delta \bar{V}_0)^2$ – дисперсії кінцевої та початкової швидкостей вільно падаючого тіла.

Перепишемо рівняння (10), використовуючи рівняння (9):

$$D = \frac{g^2}{(t - t_0)^2} \cdot [(\Delta \bar{t})^2 + (\Delta \bar{t}_0)^2] + \frac{\hbar^2}{m^2 \cdot (t - t_0)^2} \cdot \left[\frac{1}{V^2 \cdot (\Delta \bar{t})^2} + \frac{1}{V_0^2 \cdot (\Delta \bar{t}_0)^2} \right]. \quad (11)$$

Досліджуючи рівняння (11) на екстремум, визначимо $(\Delta \bar{t})^2$ та $(\Delta \bar{t}_0)^2$, які відповідають мінімуму D . Опускаючи проміжні викладки, маємо:

$$(\Delta \bar{t})^2 = h / (m \cdot V \cdot g) \quad \text{та} \quad (\Delta \bar{t}_0)^2 = h / (m \cdot V_0 \cdot g).$$

Визначено, що вимірювання ПСТ точніше ніж 10^{-9} принципово неможливо внаслідок квантово-механічних обмежень, а також - флуктуацій мір довжини та часу.

Висновки

Проведено розрахунок та аналіз основних похибок балістичного лазерного гравіметра. Встановлено, що точність визначення ПСТ залежить від точності вимірювання наступних величин:

- шляху S пробного тіла;
- степені фіксації інерційної системи, відносно якої вимірюють шлях S (тобто від точності S_0 та V_0);
- часу t ;
- гравітаційних сил, що складають множину $F_i^{(c)}$;
- інерційних сил, що складають множину $F_i^{(i)}$.

Визначено, що вимірювання ПСТ точніше ніж 10^{-9} принципово неможливо внаслідок квантово-механічних обмежень, а також - флуктуацій мір довжини та часу.

Література:

1. Балістичний гравіметр: Патент України на винахід 98058, МПК G 01 V 7/00 / О.М. Безвесільна, Ю.О. Подчашинський, А.А. Остапчук – №и 2010 16009 від 31.12.2010. – Бюл. №7.
2. Безвесільна О.М. Гравіметри та їх виставка: монографія / О. М. Безвесільна, А.А. Остапчук, С.С. Ткаченко – Житомир : ЖДТУ, 2010. – 303 с.
3. Безвесільна О.М. Тенденції розвитку та аналізу сучасного стану балістичної гравіметрії / О. М. Безвесільна, А.А. Остапчук // Вісник Інженерної академії України. – № 2, 2012. – С. 34-39
4. Безвесільна О.М. Технологічні вимірювання та прилади. Перетворюючі пристрої приладів: підручник / О. М. Безвесільна, Г. С. Тимчик – Житомир : ЖДТУ, 2012. – 812 с.
5. Безвесільна О.М. Наукові дослідження в галузі вимірювання механічних величин / О. М. Безвесільна, Ю.О. Подчашинський, Г. С. Тимчик – Житомир : ЖДТУ, 2011. – 876 с.