

ХІМІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ Й ІНЖЕНЕРНА БІОТЕХНОЛОГІЯ

УДК 004.382.7

Б.Б. Круліковський, к.т.н.
Ю.А. Деменчук, магістр

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНВЕРСІЇ МЕТАНУ В ТРУБЧАТІЙ ПЕЧІ

Національний університет водного господарства та природокористування, kboris@ukr.net

В роботі аналізується технологічний процес неповної конверсії метану (первинний риформінг) в середовищі нікелевого каталізатора при виробництві амміаку. В результаті математичного моделювання розв'язок диференціальних рівнянь динамічного режиму трубчатой печі зведено до обчислення ряду, що сходиться

Ключові слова: конверсія метану, математичне моделювання, каталітичний реактор, динамічний режим, передаточна функція, ряд.

Одною із складових процесу виробництва амміаку є неповна конверсія метану в середовищі нікелевого каталізатора (первинний риформінг), що відбувається в трубчатій печі при високій температурі завдяки спалюванню природного газу. Як об'єкт керування трубчатая піч являє собою досить складну інерційну ланку, аналіз якої не можливий без розробки її математичної моделі. Математичний опис процесу конверсії метану може бути побудований на основі таких міркувань.

Узагальнена схема процесу конверсії метану представляється у вигляді структури технологічних потоків (Рис.1).

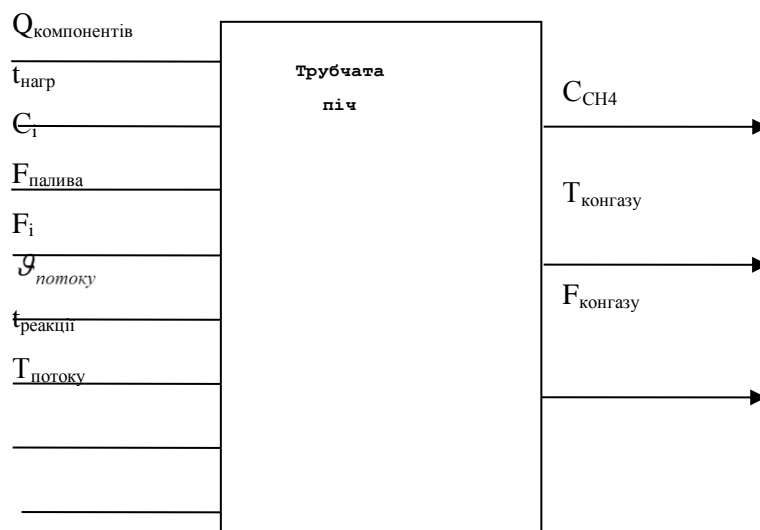


Рис.1. Структура потоків трубчатой печі.

Диференціальні рівняння динамічного режиму мають вигляд [1]:

$$u_i \frac{\partial z_i}{\partial l} + \frac{\partial z_i}{\partial t} = f_i(z_1, \dots, z_n), \quad (i=1, \dots, n), \quad (1)$$

де: $z_i(l, t), i = (1, \dots, n-1)$ - концентрації компонентів потоків в перерізі l реактора; $z_n(l, t)$ - температура потоку в тому ж перерізі; $(0 \leq l \leq L)$ - координата вздовж осі реактора; t - астрономічний час; u - лінійна швидкість потоку в апараті.

Вектор вхідних змінних в реакторі позначимо через $x_i(t)$, а вихідних – через $y_i(t)$. Вони описують відповідно вхідні і вихідні потоки i -го блоку, а через x_j позначимо вектор змінних, що визначають його j -ий вхідний потік.

Вектори $y_i(t)$ і $x_i(t)$ є матрицями-стовпцями розмірності відповідно $n \times 1$ і $m \times 1$.

Концентрації компонентів на вході та виході реактора:

$$z_i(0, t) = x_i(t), \quad i=1, \dots, n; \quad (2)$$

$$z_i(L, t) = y_i(t), \quad i=1, \dots, n. \quad (3)$$

Нехай в момент часу $t=0$ реактор знаходиться в стаціонарному режимі. Значення змінних в статичному режимі $z_i^*(l)$, ($i=1, \dots, n$) задовольняють рівнянням

$$u_i \frac{\partial z_i}{\partial l} = f_i(z_1, \dots, z_n), \quad (4)$$

що отримують з (1) прирівнюванням до нуля частинних похідних $\frac{\partial z_i}{\partial t}$. Система рівнянь в матричному вигляді:

$$\frac{\partial z}{\partial t} - U^{-1} f = 0, \quad (5)$$

де: $z = \|z_i\|$ - матриця стовпець розмірності $n \times 1$;

$f = \|f_i\|$ - матриця стовпець розмірності $n \times 1$;

U - діагональна матриця, елементи якої $u_{ii} = u_i$ ($i = 1, \dots, n$).

Нехай змінні $z_i^*(l)$, ($i=1, \dots, n$) задовольняють початковим вимогам $z_i^*(0) = z_{i0}^*$.

Введемо співвідношення

$$z_i(l, t) = z_i^*(l) + \delta z_i(l, t), \quad i=1, \dots, n. \quad (6)$$

Як звичайно, відхилення від стаціонарного режиму вважається малим. Якщо підставити вираз для z_i із (6) в рівняння (1), розкласти в ряд Тейлора праві частини рівнянь (1) і, використати рівняння (5), можна знайти:

$$\frac{\partial \delta z}{\partial t} + U \frac{\partial \delta z}{\partial l} - R(l) \cdot \delta z = 0, \quad (7)$$

де: $\delta z = \|\delta z_i\|$ - матриця стовпець розмірності $n \times 1$;

$R(l) = \left\| \frac{\partial f_i}{\partial z_j} \right\|$ - матриця розмірності $n \times n$.

На вході в реактор

$$\delta z_i(0, l) = 0, \quad i=1, \dots, n. \quad (8)$$

Застосовуємо перетворення Лапласа [2] до системи рівнянь (7). Скориставшись правилом одержання зображень від похідних і умовами (8), знайдемо систему рівнянь для зображень:

$$U \frac{dZ}{dl} - R(l)Z = -pZ. \quad (9)$$

Система (9) є системою лінійних диференціальних рівнянь, але з коефіцієнтами, що залежать від комплексної змінної p . Помножимо цю систему рівнянь зліва на матрицю U^{-1} при таких позначеннях:

$$U^{-1}R(l) = R_1(l), \quad U^{-1}U = V. \quad (10)$$

Будемо тимчасово вважати праву частину системи (9) відомою функцією l . Тоді система (9) стане неоднорідною системою лінійних диференціальних рівнянь. Відповідна їй однорідна система має вигляд:

$$\frac{dZ}{dl} - R_1(l)Z = 0. \quad (11)$$

В системі (11) коефіцієнти вже не залежать від комплексної змінної p . Позначимо через $\Phi(l)$ фундаментальну матрицю рішення однорідної системи (11), що задовольняє умові:

$$\Phi(0) = E, \quad (12)$$

де E – одинична матриця.

Запишемо рішення системи (9), припускаючи, що її права частина відома:

$$Z(l) = \Phi(l)Z(0) - \Phi(l) \int_0^l \Phi^{-1}(\xi) p V Z d\xi. \quad (13)$$

Таким чином, система диференціальних рівнянь (9) перетворилась у систему інтегральних рівнянь (13), рішення якої доцільно шукати у вигляді ряду по степенях комплексної змінної p :

$$Z(l) = \sum_{k=0}^{\infty} a^{(k)}(l) p^k, \quad (14)$$

де $a^{(k)}(l)$, ($k=0,1,\dots,m,\dots$) – вектори-стовпці.

Підставимо в рівняння (13) вираз (14) для $Z(l)$:

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^{(k)}(l) p^k = \Phi(l)Z(0) - \sum_{k=0}^{\infty} p^{k+1} \left[\int_0^l \Phi(l)\Phi^{-1}(\xi) V a^{(k)}(\xi) d\xi \right]. \quad (15)$$

Введемо позначення

$$\Phi(l) = a^{(a)}(l), \quad (16)$$

а також нове позначення:

$$\bar{a}^{(1)}(l) = -\Phi(l) \int_0^l \Phi^{-1}(\xi) V \bar{a}^{(0)}(\xi) d\xi, \quad (17)$$

звідки $a^{(1)}(l) = \bar{a}^{(1)}(l)Z(0)$.

Аналогічно можна показати, що

$$a^{(k)}(l) = \bar{a}^{(k)}(l)Z(0). \quad (18)$$

На виході з реактора $l=L$, тоді

$$W(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{a}^{(k)}(L) p^{(k)}. \quad (19)$$

Шляхом нескладних перетворень отримаємо

$$Z(l) = W(p)Z(0). \quad (20)$$

Функція $W(p)$, є передаточною функцією каталітичного реактора.

Нехай $v_{11} = v_{22} = \dots = v_{nn} = v = 1/u$. Тоді $V = vE$. Підставимо цей вираз для V , а також значення $\bar{a}^{(0)}(l)$ із формули (16) в праву частину виразу (17).

Остаточно передаточна функція $W(p)$ приймає вигляд:

$$W(p) = \Phi(L) \left(1 - vLp + \frac{(vLp)^2}{2!} + \dots + (-1)^k \frac{(vLp)^k}{k!} + \dots \right). \quad (21)$$

Внаслідок наведених розрахунків розв'язок диференціальних рівнянь (1) в частинних похідних замінюється обчисленням ряду (21), що сходиться.

Література

1. В. А. Луценко, Л. Н. Финякин Математическое моделирование химико-технологических процессов на аналоговых вычислительных машинах. – Москва, «Химия», 1984, 271 с.
2. Автоматическое управление в химической промышленности: учебник для вузов/ Под ред. Е.Г. Дудникова, - М : Химия , 1987. – 256 с.