

УДК 629.3.027.5

## ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ ТЕОРІЇ КОЧЕННЯ ЕЛАСТИЧНОГО КОЛЕСА

С. П. Пожидаєв

Національний університет біоресурсів і природокористування України  
вул. Героїв Оборони 15, м. Київ, 03041, Україна. E-mail: spozhy2@mail.ru

У теорії кочення еластичного колеса застосовуються два рівняння, що зв'язують прикладений до колеса крутний момент і силу тяги колеса. В одному з них застосовується динамічний радіус, а в іншому – радіус кочення колеса. Однак ці радіуси є різними величинами. Їх значення близькі лише в окремих випадках. У загальному випадку згадані рівняння суперечать одне одному. Це свідчить про недосконалість теорії кочення еластичного колеса. Результати ряду експериментальних досліджень свідчать про правильність другого рівняння. Але причина неправильності першого рівняння залишається нез'ясованою. Метою роботи є уточнення теорії кочення. Показано, що перше рівняння суперечить закону збереження енергії. Це свідчить про його помилковість. Причиною помилки є неправомірне застосування деяких правил теоретичної механіки. Воно спричиняє помилкове застосування динамічного радіуса колеса замість радіуса кочення. Усунення першого рівняння з теорії кочення усуне суперечність у ній.

**Ключові слова:** радіус кочення, динамічний радіус.

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ КАЧЕНИЯ ЭЛАСТИЧНОГО КОЛЕСА

С. П. Пожидаєв

Національний університет біоресурсів і природопользования Украины  
ул. Героев Оборони 15, г. Киев, 03041, Украина. E-mail: spozhy2@mail.ru

В теории качения эластичного колеса применяются два уравнения, определяющие взаимосвязь между приложенным к колесу крутящим моментом и силой тяги колеса. В одном из них применяется динамический радиус, а в другом – радиус качения колеса. Однако эти радиусы являются различными величинами. Их значения близки лишь в отдельных случаях. В общем случае упомянутые уравнения противоречат друг другу. Это свидетельствует о несовершенстве теории качения эластичного колеса. Результаты ряда экспериментальных исследований свидетельствуют о правильности второго уравнения. Но причина неправильности первого уравнения остается невыясненной. Целью работы является уточнение теории качения. Показано, что первое уравнение противоречит закону сохранения энергии. Это свидетельствует об его ошибочности. Причиной ошибки является необоснованное применение некоторых правил теоретической механики. Оно приводит к ошибочному применению динамического радиуса колеса вместо радиуса качения. Исключение первого уравнения из теории качения устраняет в ней противоречие.

**Ключевые слова:** радиус качения, динамический радиус.

**АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ.** Засновник теорії автомобіля академік Є.О. Чудаков звернув увагу на існування двох різних рівнянь, які пов'язують прикладений до колеса крутний момент  $M_k$  і силу тяги колеса  $P_k$ . Одне з них, отримане зі схеми діючих на колесо сил і моментів (рис. 1), базується на динамічному радіусі  $r_d$  [1]:

$$M_k = P_k \cdot r_d + R_z \cdot a, \quad (1)$$

де  $R_z$  – нормальна реакція опорної поверхні;

$a$  – поздовжнє зміщення нормальної реакції опорної поверхні.

Рівняння (1) застосовується у теорії кочення, наприклад у роботах [2, 3] тощо.

Друге рівняння отримують з балансу потужності колеса, воно базується на радіусі його кочення  $r_k$  [1]:

$$M_k = P_k \cdot r_k + M_f, \quad (2)$$

де  $M_f$  – момент опору перекочуванню.

Рівняння (2) теж застосовується у теорії кочення, наприклад у роботах [4, 5] та інших.

Але динамічний радіус – це відстань від опорної площини до центра колеса, що рухається, а радіус

кочення – це відношення поздовжньої складової  $V$  поступальної швидкості руху центра колеса (без урахування прослизання або буксування) до кутової швидкості обертання колеса  $\omega$  [6], або, що те ж, теоретичний шлях  $L$ , який проходить колесо при повороті його (у площині обертання) на кут  $\alpha$  розміром один радіан:

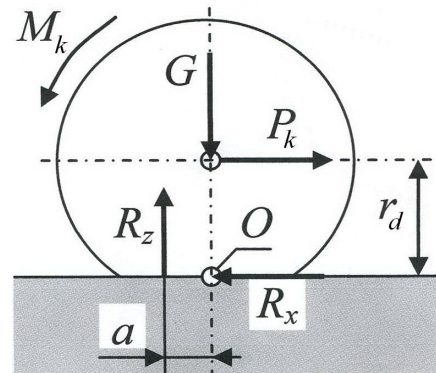


Рисунок 1 – Схема сил і моментів, що діють на еластичне колесо

$$r_k = \frac{V}{\omega} \equiv \frac{L}{\alpha} \quad (3)$$

У шин із малою нормальною деформацією динамічний радіус і радіус кочення мають близькі значення, але у коліс з шинами низького і наднизького тиску вони можуть істотно (на 15...25 %) різнитися [7]. Це означає, що рівняння (1) і (2) суперечать одне одному. Їх застосування породжує неоднозначність і плутанину при аналітичному описуванні роботи колісних рушіїв, що породжує недовіру до теорії кочення.

Щоб усунути суперечність, Є.О. Чудаков прирівняв рівняння (1) і (2) і вивів коригуюче співвідношення для коефіцієнта опору перекочування колеса  $f$ , що дозволяє за рахунок зміни моменту  $M_f$  забезпечити однаковість результатів, отримуваних за співвідношеннями (1) і (2) [1].

Проте таке рішення не витримує перевірку на граничні умови, яка полягає в тому, що будь-яка вірна теоретична побудова повинна давати правильні результати в умовах, коли вхідні змінні наближаються до крайніх допустимих для них значень. У

даному випадку, припускаючи що значення  $a$  і  $M_f$  прямують до нуля, отримуємо два різних рівняння, які не можуть надавати однаковий результат. Це свідчить про хибність рішення, запропонованого Є.О. Чудаковим.

*Аналіз останніх досліджень і публікацій.* Автор роботи [8] в результаті експериментальних досліджень зробив висновок, що взаємозв'язок між крутним моментом колеса і його силою тяги визначається деяким радіусом (названим ним «силовим»), який дорівнює середньому арифметичному значенню між радіусом кочення і динамічним радіусом. Такий висновок не можна вважати конструктивним, оскільки теорія кочення передбачає лише два можливих рішення – радіус кочення або динамічний радіус.

Результати експериментальних досліджень [9–11], в яких теж визначали числові значення «силового» радіусу і радіусу кочення шин на холостому ході, наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Значення радіусу кочення (на холостому ході) і «силового» радіусу деяких шин

Позначення шини і джерело інформації	Радіус кочення на холостому ході, м	Силовий радіус, м	Перевищення силового радіуса, %
480/70R34, [9]	0,750	0,770	+2,7
ОШ-1, [10]	0,677	0,652	-3,7
49x23,5-21LT HC2 AVTOROS, [10]	0,600*	0,634*	+5,7
49x23,5-21LT HC4 AVTOROS, [10]	0,568*	0,603*	+6,2
600/50R22,5 мод. DT-46, [11]	0,557	0,569	+2,2
	0,556	0,579	+4,1
	0,556	0,609	+9,5
Середнє значення відхилення			+3,8

\*Дані отримано в результаті проведеної автором математичної обробки даних, представлених на рисунках 1,б і 1 в роботи [10].

Її дані свідчать про те, що значення силового радіусу в семи випадках з восьми отримані більшими, ніж значення радіусу кочення. Оскільки динамічний радіус завжди менший за радіус кочення (визначений без урахування буксування), то можна стверджувати, що експериментальні дані підтверджують правильність рівняння (2), а не (1).

Однак цього факту недостатньо для того, щоб вважати проблему « $r_k$  чи  $r_d$ » вирішеною. Необхідно встановити причину неправильності співвідношення (1), яке завдяки своїй «очевидності» вводить науковців в оману.

Мета роботи – уточнення теорії кочення еластичного колеса шляхом встановлення причини хибності рівняння рівноваги колеса (1).

**МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.** Рівняння (2) отримано з балансу потужності колеса, тобто воно впливає з закону збереження енергії, який є одним з найбільш фундаментальних законів природи.

Рівняння (1) отримано в інший спосіб і суперечить рівнянню (2). Це означає, що воно суперечить закону збереження енергії. Оскільки до сьогоднішнього дня не виявлено жодного явища, де б цей закон порушувався, то, якщо якийсь процес «... суперечить законам збереження, то відразу можна стверджувати: цей процес неможливий і безглуздо намагатися його здійснити» [12]. Таким чином рівняння (1), яке спирається на динамічний радіус і суперечить закону збереження енергії, слід визнати помилковим без будь-яких додаткових доказів.

Це твердження, зокрема, відповідає духу і букві чинного стандарту [6], в якому термін «динамічний радіус» розміщений у розділі «Координати центру колеса ...», але не в розділах, що відносяться до роботи колеса.

Для встановлення причини хибності рівняння (1) слід більш детально розглянути процес кочення еластичної шини – рис. 2.

Переважаюча ділянка її бігової доріжки (яка не контактує з опорною площиною  $CD$ ) розташована на такій відстані від центру колеса, яку у першому наближенні можна прийняти рівною вільному радіусу шини  $r_c$ . Цій ділянці бігової доріжки колісний диск через еластичні боковини шини намагається (у відносному русі) надати парціальну поступальну швидкість  $V_c = \omega \cdot r_c$ .

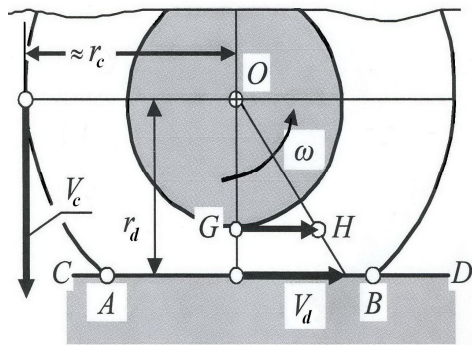


Рисунок 2 – Розрахункові лінійні швидкості руху окремих ділянок бігової доріжки шини в її відносному русі

І лише невелика ділянка  $AB$  бігової доріжки шини, яка контактує з опорною площиною  $CD$ , розташована на меншій відстані від центру колеса, мінімальне значення якого дорівнює динамічному радіусу  $r_d$ . Цій ділянці бігової доріжки диск через еластичні боковини шини намагається надати парціальну поступальну швидкість  $V_d = \omega \cdot r_d$ . (Точка  $G$  посадкового діаметра диска в цей час має відносну поступальну швидкість, яка на рис. 2 зображена вектором  $GH$ ).

Але в силу нерозривності бігової доріжки її поступальна швидкість (у відносному русі) однакова у всіх її точках. Внаслідок цього і завдяки тангенціальній еластичності боковин шини відбувається вирівнювання парціальних поступальних швидкостей руху з утворенням деякої середньозваженої поступальної швидкості руху всієї бігової доріжки  $V = V_c \cdot (1 - \delta)$ ,

де  $\delta$  – деякий ваговий коефіцієнт, значення якого залежить від нормальної деформації шини або довжини ділянки  $AB$  бігової доріжки.

Середньозважена швидкість  $V$  разом з кутовою швидкістю обертання колеса  $\omega$  визначає радіус кочення колеса (3).

Замінивши на рис. 2 парціальну швидкість  $V_d$  середньозваженою швидкістю  $V$ , отримуємо рис. 3.

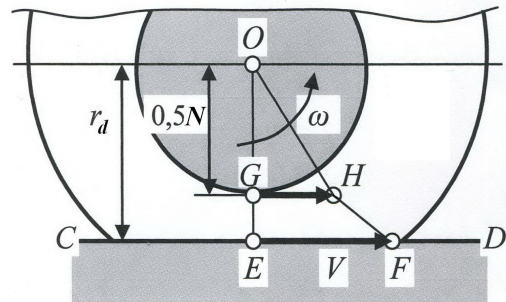


Рисунок 3 – Розподіл дійсних лінійних швидкостей руху деяких точок колеса у його відносному русі

Лінія  $OHF$  на ньому характеризує розподіл дійсних відносних лінійних швидкостей точок колеса, що лежать уздовж вертикальної лінії  $OGE$ .

Причому відрізок  $OH$  епюри характеризує розподіл згаданих швидкостей у перерізі  $OG$  диска колеса, а відрізок  $HF$  – у перерізі  $GE$  еластичної шини. Останній відрізок відхиляється праворуч від можливого продовження лінії  $OH$ .

Це означає, що кутова швидкість обертання перетину  $GE$  еластичної шини більша, ніж кутова швидкість обертання диска колеса.

Фізичний зміст цього явища простий. Точка  $E$  знаходиться на мінімальній відстані від центра колеса  $O$ . Незмінність відносної поступальної швидкості руху бігової доріжки у цій точці може існувати лише рахунок збільшення кутової швидкості обертання відрізка  $GE$ .

Таким чином кутова швидкість повороту перерізу  $GE$  шини більша, ніж кутова швидкість обертання колісного диска, що є можливим завдяки тангенціальним деформаціям боковин. Це, зокрема, пояснює причину швидкого руйнування боковин шин, що експлуатуються з надмірно пониженим тиском повітря, коли тангенціальні деформації боковин стають занадто інтенсивними.

Внаслідок цього колесо з еластичною шиною не можна розглядати як подане на рис. 1 монолітне затверділе тіло, для якого, дотримуючись правил теоретичної механіки, побудовано рівняння (1).

Дотримуючись правил теоретичної механіки, еластичне колесо слід подавати у вигляді двох твердих тіл, шарнірно з'єднаних між собою (рис. 4) – колісного диска 1 з посадковим діаметром  $N$ , який обертається навколо точки  $O$  з кутовою швидкістю  $\omega$ , і прикріпленого до нього важеля 2 довжиною  $GE$ , рівною  $(r_d - 0,5N)$ , кутова швидкість обертання якого ( $\omega'$ ) дещо більша, ніж  $\omega$ , і дорівнює

$$\omega' = \omega \cdot \left( \frac{r_k - 0,5N}{r_d - 0,5N} \right). \quad (4)$$

Поступальну швидкість т.  $E$  такої механічної системи (у відносному русі) слід визначати за співвідношенням

$$V = 0,5N \cdot \omega + (r_d - 0,5N) \cdot \omega', \quad (5)$$

яке після підстановки виразу (4) перетворюється у вираз

$$V = r_k \cdot \omega, \quad (6)$$

що узгоджується з визначенням (3).

Рівняння рівноваги колеса, модель якого подана на рис. 4, необхідно складати не за допомогою елементарних геометричних міркувань, а за допомогою рівняння віртуальної роботи, яке має вигляд (рис. 5):

$$\delta A = M_k \cdot \delta\alpha - P_k \cdot \delta L - R_z \cdot a \cdot \delta\alpha = 0, \quad (7)$$

де  $\delta\alpha$  – варіація кутової координати  $\alpha$  колеса;

$\delta L$  – варіація лінійної координати  $L$ , пов'язана

з варіацією  $\delta\alpha$  співвідношенням  $\frac{\delta L}{\delta\alpha} = r_k$ , яке впливає з визначення радіуса кочення.

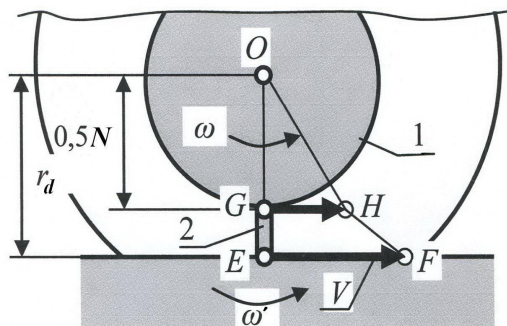


Рисунок 4 – Подання еластичного колеса у вигляді двох твердих тіл

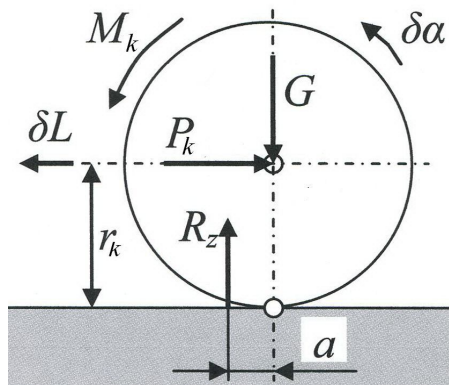


Рисунок 5 – До побудови рівняння віртуальної роботи колеса

З рівняння (7) впливає

$$M_k = P_k \cdot \frac{\delta L}{\delta\alpha} + R_z \cdot a = P_k \cdot r_k + R_z \cdot a,$$

що підтверджує необхідність застосування в рівнянні силового балансу (1) радіусу кочення  $r_k$ , а не динамічного радіусу  $r_d$ .

Таким чином, можна користуватися і загальноприйнятою розрахунковою схемою еластичного колеса – у вигляді монолітного твердого тіла, але при цьому слід брати до уваги тільки радіус кочення колеса  $r_k$ .

**ВИСНОВКИ.** Причиною виникнення хибного рівняння (1) є застосування динамічного радіусу при складанні рівнянь рівноваги еластичного колеса, у той час як у дійсності кінематична і силова взаємодія колеса з опорною поверхнею відбувається на плечі, рівному радіусу кочення.

Для опису кінематичних, силових чи енергетичних показників роботи колісних рушіїв повинен застосовуватися тільки радіус кочення, внаслідок чого на розрахунковій схемі колісної машини слід вказувати саме його.

Це усуне неоднозначність при аналітичному описі роботи колісних рушіїв, підвищить точність розрахунків і довіру до теорії кочення.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Чудаков Е.А. Теория автомобиля. – М.: Машгиз, 1950. – 343 с.
2. Кутьков Г.М. Тракторы и автомобили. Теория и технологические свойства. – М.: КолосС, 2004. – 504 с.
3. Солтус А.П. Теория эксплуатационных vlastностей автомобиля. – К.: Арістей, 2006. – 176 с.
4. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение, 1981. – 271 с.
5. Гришкевич А.И. Автомобили. Теория. – Мн.: Высшая школа, 1986. – 208 с.
6. ГОСТ 17697–72. Автомобили. Качение колеса. Термины и определения. – Введ. 1972–05–06. – М.: Изд-во стандартов, 1972. – 24 с.
7. Петрушов В.А., Шуклин С.А., Московкин В.В. Сопrotивление качению автомобилей и автопоездов. – М.: Машиностроение, 1975. – 225 с.
8. Станкевич Э.Б. Зависимость силового нагружения колеса от его геометрических параметров // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1987. – № 9. – С. 6–9.
9. Идентификация шин по эксплуатационным показателям / С.В. Гончаренко, З.А. Годжаев, Э.Б. Станкевич и др. // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2007. – № 7. – С. 16–19.
10. Тягово-сцепные качества высокоэластичных шин сверхнизкого давления / С.Д. Зайцев, С.В. Гончаренко, Л.С. Стребленченко и др. // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2008. – № 9. – С. 29–31.
11. Экспериментальная оценка тягово-сцепных качеств широкопрофильной шины / С.Д. Зайцев, Л.С. Стребленченко, С.В. Гончаренко, В.И. Прядкин // Тракторы и сельхозмашины. – 2010. – № 8. – С. 25–27.
12. Иродов И.Е. Основные законы механики. – М.: Высшая школа, 1978. – 240 с.

## ON A PROBLEM OF THE THEORY OF AN ELASTIC WHEEL ROLLING

S. Pozhydaiev

National University of Life and environmental sciences of Ukraine

Heroiv Oborony st., 15, Kyiv, 03041, Ukraine. E-mail: spozhy2@mail.ru

The theory of rolling of an elastic wheel uses two different equations, which describe the relationship between the driving torque applied to the wheel and the driving force. One equation uses the loaded radius, and the other one applied for the effective rolling radius. But these two radiuses have different values. Their values are closely set only in individual cases, and the equations mentioned above contradict one another in the general case. This testifies to a mistake in the rolling theory. Results of a number of experimental investigations indicate the second equation to be true. But the reason of the first equation being incorrect remains unexplained. The study objective is refinement of the theory of rolling. It has been shown that the first equation contradicts the energy conservation law. This attests to its incorrectness. The cause of the error is inaccurate application of some rules of theoretical mechanics. This results in erroneous application of the loaded radius instead of the effective rolling radius. And exclusion of the first equation from the theory of rolling eliminates its contradiction mentioned.

**Key words:** effective rolling radius, loaded radius.

## REFERENCES

1. Chudakov, Ye.A. (1950), *Teoria avtomobilia* [The automobile theory], Mashhis, Moscow, Russia.
2. Kut'cov, G.M. (2004), *Tractory i avtomobili. Teoria i tekhnologicheskie svoistva* [Tractors and automobiles. Theory and operational behaviour], Kolos, Moscow, Russia.
3. Soltus, A.P. (2006), *Teoria ekspluatatsiinykh vlastyvostei avtomobilia* [Theory of performance properties of automobiles], Aristei, Kiiv, Ukraine.
4. Smirnov, G.A. (1981), *Teoria dvizhenia kolesnykh mashin* [Theory of running of wheeled vehicles], Mashinostroenie, Moscow, Russia.
5. Grishkevych, A.I. (1986) *Avtomobili. Teoria* [Automobiles. Theory], Vysheishaia shkola, Minsk, Belarus.
6. GOST 17697-72. (1972), *Avtomobili. Kachenie kolesa. Terminy i opredelenia. Vved. 1972-05-06. Izdvo standartov*, Moscow, Russia. – 24 p.
7. Petrushov, V.A., Shuklin, S.A., Moskovkin, V.V. (1975), *Soprotivlenie kacheniu avtomobilei i avtopoiez-dov* [Rolling resistance of automobiles and road trains], Mashinostroenie, Moscow, Russia.
8. Stankevych, E.B. (1987), «Dependence of a wheel force loading on its geometrics», *Mekhanizatsia I elektrificatsia sel'skoho khoziaistva*, no. 9, pp. 6–9.
9. Goncharenko, S.V., Godzhaiev, Z.A., Stankevych E.B. et al. (2007), «Tire identification via its performance properties», *Tractory i sel'skohoziastvennye mashiny*, no.7, pp. 16–19, Russia.
10. Zaitsev, S.D., Goncharenko, S.V., Streblechenko, L.S. et al. (2008), «Roadhold of highelastic overlow pressure tires», *Tractory i sel'skohoziastvennye mashiny*, no.9, pp. 29–31, Russia.
11. Zaitsev, S.D., Streblechenko, L.S., Goncharenko, S.V., Priadkin, V.I. (2010), «Roadhold experimental estimation of wide-section tires» *Tractory i sel'skohoziastvennye mashiny*, no. 8, pp.25–27, Russia.
12. Irodov, I.Ye. (1978), *Osnovnyie zakony mekhaniky* [The main laws of mechanics], Vysshiaia shkola, Moscow, Russia.

Стаття надійшла 30.04 2013.