

УДК 62–83:621.313.3

**АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ЧАСТОТНО-ТОКОВОМ УПРАВЛЕНИИ**

**А. В. Стаценко**

Киевский национальный университет технологий и дизайна  
ул. Немировича-Данченка, 2, г. Киев, 01011, Украина. E-mail: stalexey@meta.ua

Решена задача определения параметров пропорционально-интегрального регулятора скорости в асинхронном электроприводе с частотно-токовым управлением, которые обеспечивают устойчивую работу системы. Рассмотрена структура системы регулирования скорости, определены передаточные характеристики основных ее узлов. Для определения передаточной характеристики асинхронного двигателя использована математическая модель в двухфазной системе координат, которая вращается вместе с вектором тока статора. Проведена линеаризация рассматриваемой системы; с использованием алгебраического критерия Рауса–Гурвица определены условия локальной устойчивости системы. Для различных условий нагрузки определены области значений параметров пропорционально-интегрального регулятора, обеспечивающие локальную устойчивость системы.

**Ключевые слова:** асинхронный двигатель, частотно-токовое управление, локальная устойчивость.

**АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ ПРОЦЕСУ РЕГУЛЮВАННЯ ШВИДКОСТІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ПРИ ЧАСТОТНО-СТРУМОВОМУ КЕРУВАННІ**

**О. В. Стаценко**

Київський національний університет технологій та дизайну  
вул. Немировича-Данченка, 2, м. Київ, 01011, Україна. E-mail: stalexey@meta.ua

Вирішена задача визначення параметрів пропорційно-інтегрального регулятора швидкості в асинхронному електроприводі з частотно-струмовим керуванням, які забезпечують стійку роботу системи. Розглянута структура системи регулювання швидкості, визначені передавальні характеристики основних її вузлів. Для визначення передавальної характеристики асинхронного двигуна використана математична модель у двофазній системі координат, яка обертається разом із вектором струму статора. Проведена лінеаризація системи, що розглядається; з використанням алгебраїчного критерію Рауса–Гурвица визначені умови локальної стійкості системи. Для різних умов навантаження визначені області значень параметрів пропорційно-інтегрального регулятора, що забезпечують локальну стійкість системи.

**Ключові слова:** асинхронний двигун, частотно-струмове керування, локальна стійкість.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** В системах асинхронного электропривода с частотно-токовым управлением в установившихся режимах при низких значениях момента нагрузки существует возможность снижения тока статора за счет регулирования тока намагничивания. Для этого необходимо поддерживать абсолютное скольжение равным критическому, а ток статора регулировать пропорционально корню квадратному из требуемого момента [1]. Для управления скоростью в этом случае может быть использован стандартный ПИ-регулятор, на вход которого подается сигнал рассогласования скорости, а выходной сигнал используется для формирования сигнала задания момента [2]. Параметры указанного ПИ-регулятора необходимо выбирать такими, чтобы обеспечивали устойчивую работу системы, а это требует решения задачи анализа устойчивости. При решении данной задачи существует возможность линеаризации рассматриваемой системы,

что позволяет использовать хорошо развитый аппарат анализа устойчивости линейных систем [3].

Цель работы – анализ устойчивости процесса регулирования скорости асинхронного двигателя при частотно-токовом управлении.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** При анализе будем считать, что двигатель работает на линейном участке характеристики намагничивания, а датчик частоты вращения является безинерционным. Пренебрегаем дискретностью работы управляющего устройства и высокочастотной составляющей тока статора, наличие которой обусловлено процессами коммутации в преобразователе частоты. Будем считать, что приведенный к валу ротора момент инерции постоянен.

Рассматриваемую систему регулирования скорости электрического двигателя представим в виде структурной схемы, показанной на рис. 1.

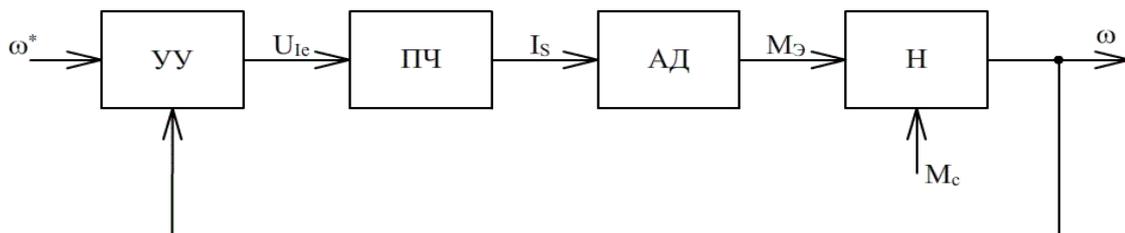


Рисунок 1 – Система регулирования скорости

На управляющее устройство (УУ) поступает сигнал задания скорости вращения  $\omega^*$  и сигнал обратной связи по скорости  $\omega$ . На основании этих сигналов рассчитывается значение требуемого значения электромагнитного момента  $M^*$  и определяется величина вектора тока статора  $I_S^*$  в соответствии с алгоритмом управления [1]. На выходе управляющего устройства формируются мгновенные значения сигналов задания токов статора  $U_{ic}$ . Преобразователь частоты (ПЧ), с учетом принятых допущений, обеспечивает безинерционное формирование фазных токов статора  $I_S$  асинхронного двигателя (АД). На валу двигателя (АД) создается электромагнитный момент  $M_{\Sigma}$ , который совместно с моментом сопротивления  $M_c$ , обусловленным механическим сопротивлением в нагрузке (Н), определяет изменение скорости вращения вала ротора. Для анализа необходимо получить математическое описание каждой из составных частей системы. Обычно при анализе свойств системы уравнения, которые их описывают, записывают в относительных величинах. Для этого необходимо выбрать базовые значения переменных. В соответствии с [2] в качестве базовых величин могут быть приняты любые величины, но чаще всего принимают номинальные значения. Учитывая принятое допущение о работе двигателя на линейном участке характеристики намагничивания, в качестве базовых значений переменных следует принять их величины при работе двигателя на границе линейного участка характеристики намагничивания.

Управляющее устройство в рассматриваемом режиме работы реализует функции регулятора скорости и регулятора момента при постоянном абсолютном скольжении, равном критическому. Регулирование скорости осуществляется посредством изменения сигнала задания момента  $M^*$  с использованием ПИ-регулятора [2]:

$$M^* = \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t (\omega^* - \omega_R) \cdot dt + K_I \cdot (\omega^* - \omega_R), \quad (1)$$

где  $\omega_R$  – угловая скорость вращения ротора;  $T_I$ ,  $K_I$  – постоянная времени интегральной составляющей и коэффициент усиления пропорциональной составляющей регулятора.

Передаточная характеристика регулятора скорости будет иметь вид:

$$W_C(p) = \frac{K_I \cdot T_I \cdot p + 1}{T_I \cdot p}. \quad (2)$$

При переходе к приращениям относительных величин необходимо умножить передаточную функцию на отношение базового значения входной величины к базовому значению выходной величины. Для этого выберем в качестве базового значения скорости вращения  $\omega_b$  номинальную скорость, а в качестве базового значения сигнала задания электромагнитного момента  $M_b^*$  его величину при работе на границе линейного участка характеристики намагничивания при критическом абсолютном скольжении. Передаточная характеристика регулятора скорости будет иметь вид:

$$W'_C(p) = \frac{K_I \cdot T_I \cdot p + 1}{T_I \cdot p} \cdot \frac{\omega_b}{M_b^*}. \quad (3)$$

Для регулирования момента при работе двигателя на линейном участке характеристики намагничивания и критическом абсолютном скольжении ток статора должен изменяться в соответствии с выражением [1]:

$$I_S^* = \frac{2}{\sqrt{3p_n}} \cdot \frac{\sqrt{L_R}}{L_M} \cdot \sqrt{M^*}, \quad (4)$$

где  $L_M$  – индуктивность от основного магнитного потока;  $L_R$  – полная индуктивность цепи ротора, состоящая из индуктивности от основного потока и индуктивности от потоков рассеяния;  $p_n$  – число пар полюсов.

Данное выражение является нелинейным, поскольку предполагает выполнение функции извлечения корня квадратного из сигнала задания момента. Для анализа устойчивости в малом его необходимо линеаризовать. Если возвести выражение (4) в квадрат, то в окрестности начального значения  $I_{S0}$  ток статора будет пропорционален сигналу задания момента и обратно пропорционален начальному значению тока. Передаточная функция данного регулятора момента будет иметь вид:

$$W_M(p) = \frac{4}{3p_n} \cdot \frac{1}{K_L \cdot L_M} \cdot \frac{1}{I_{S0}}, \quad (5)$$

где  $K_L = \frac{L_M}{L_R}$ .

При переходе к относительным величинам базовое значение тока статора  $I_{sb}^*$  получим из выражения (4), тогда передаточная функция регулятора момента в относительных единицах будет иметь вид:

$$W'_M(p) = \frac{4}{3p_n} \cdot \frac{1}{K_L \cdot L_M} \cdot \frac{1}{I_{S0}} \cdot \frac{M_b^*}{I_{sb}^*}. \quad (6)$$

Для математического описания электрического двигателя воспользуемся моделью в двухфазной вращающейся системе координат  $u-v$ . Учитывая то, что в процессе управления формируется вектор тока статора, целесообразно указанную систему координат сориентировать по направлению этого вектора. В соответствии с [4] можно записать выражения для напряжений ротора в системе координат, которая вращается с определенной скоростью:

$$\begin{aligned} U_{ru} &= L_M \frac{di_{su}}{dt} + R_r \cdot i_{ru} + L_R \frac{di_{ru}}{dt} + \\ &+ (\omega_k - \omega_r) \cdot L_R \cdot i_{rv} + (\omega_k - \omega_r) \cdot L_M \cdot i_{sv}, \\ U_{rv} &= -(\omega_k - \omega_r) \cdot L_M \cdot i_{su} - (\omega_k - \omega_r) \cdot L_R \cdot i_{ru} + \\ &+ R_r \cdot i_{rv} + L_R \frac{di_{rv}}{dt} + L_M \frac{di_{sv}}{dt}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $i_{su}$ ,  $i_{sv}$  – составляющие вектора тока статора по осям  $u$  и  $v$ ;  $i_{ru}$ ,  $i_{rv}$  – составляющие вектора тока ротора по осям  $u$  и  $v$ ;  $\omega_k$  – скорость вращения системы координат;  $\omega_r$  – электрическая скорость вращения вала ротора;  $R_r$  – активное сопротивление цепи ротора.

Выражение электромагнитного момента имеет вид:

$$M = \frac{m}{2} p_n \cdot L_M \cdot (i_{su} \cdot i_{rv} - i_{sv} \cdot i_{ru}), \quad (8)$$

где  $m$  – число фаз многофазной электрической машины, приводимой к двухфазной, в рассматриваемом случае  $m = 3$ .

Для двигателя с короткозамкнутым ротором напряжения ротора равны нулю. Учитывая то, что система координат ориентирована по вектору тока статора, составляющая этого вектора по оси  $u$  будет равна величине вектора, а составляющая по оси  $v$  будет равна нулю. Учитывая допущение о работе двигателя с постоянным абсолютным скольжением, равно критическому, и тот факт, что при управлении формируется непосредственно вектор тока статора, разность частоты вращения системы координат и частоты вращения ротора будет постоянной и равной критическому абсолютному скольжению  $\Delta s$ . Преобразуем систему уравнений (7) к виду:

$$L_R \frac{di_{ru}}{dt} = -L_M \frac{dI_s}{dt} - R_r \cdot i_{ru} - \Delta s \cdot L_R \cdot i_{rv} \quad (9)$$

$$L_R \frac{di_{rv}}{dt} = \Delta s \cdot L_M \cdot I_s + \Delta s \cdot L_R \cdot i_{ru} - R_r \cdot i_{rv}$$

Выражение электромагнитного момента будет иметь вид:

$$M = \frac{3}{2} p_n \cdot L_M \cdot I_s \cdot i_{rv}. \quad (10)$$

Таким образом, электромагнитный момент определяется произведением величины вектора тока статора на ортогональную составляющую вектора тока ротора. Эта составляющая определяется из системы (9).

Перейдем к изображениям и запишем систему (9) в виде:

$$\begin{aligned} i_{ru}(p) &= -K_L \cdot I_s(p) - T_r \cdot \frac{i_{ru}(p)}{p} - \\ &- \Delta s \cdot \frac{i_{rv}(p)}{p} + \frac{I_s(0) + i_{ru}(0)}{p} \\ i_{rv}(p) &= \Delta s \cdot K_L \cdot \frac{I_s(p)}{p} + \Delta s \cdot \frac{i_{ru}(p)}{p} - \\ &- T_r \cdot \frac{i_{rv}(p)}{p} + \frac{i_{rv}(0)}{p} \end{aligned} \quad (11)$$

где  $T_r = \frac{R_r}{L_R}$ .

Учитывая то, что критическое скольжение равно  $\Delta s = \frac{R_r}{L_R} = T_r$ , можно записать выражение для изображения составляющей вектора тока ротора по оси  $v$ :

$$\begin{aligned} i_{rv}(p) &= \frac{K_L \cdot T_r^2}{p^2 + 2 \cdot T_r \cdot p + 2 \cdot T_r^2} I_s(p) + \\ &+ \frac{I_s(0) + i_{rv}(0) + i_{ru}(0) \cdot (p + T_r)}{p^2 + 2 \cdot T_r \cdot p + 2 \cdot T_r^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Из приведенной формулы следует, что электромагнитный момент на валу определяется величиной вектора тока статора, его начальным значением и начальными значениями составляющих вектора тока ротора.

Исходя из выражения (12) для базового значения тока статора, можно определить базовую величину переменной  $i_{rvb}$ . Тогда выражение (10) примет вид

$$\bar{M} = \bar{I}_s \cdot \bar{i}_{rv}. \quad (13)$$

Из выражения (13) видно, что передаточная характеристика, описывающая зависимость электромагнитного момента асинхронного двигателя от тока статора при таком управлении, является нелинейной, поскольку содержит нелинейную функцию перемножения тока статора на составляющую вектора тока ротора  $i_{rv}$ . Для анализа устойчивости системы в малом эту функцию необходимо линеаризовать. Наиболее распространенным методом линеаризации является разложение нелинейной функции в ряд в окрестности некоторой точки. Чаще всего для разложения используется ряд Тейлора. В соответствии с гипотезой малых отклонений Вышнеградского формула разложения нелинейной функции двух переменных  $x, y$  в окрестности точки с координатами  $(a, b)$  имеет вид:

$$\begin{aligned} f(x, y) &\approx f(a, b) + (x - a) \cdot \frac{\partial f(a, b)}{\partial x} + \\ &+ (y - b) \cdot \frac{\partial f(a, b)}{\partial y} \end{aligned} \quad (14)$$

Соответственно, выражение (13) в окрестности начальных относительных значений тока статора  $\bar{I}_{s0}$  и составляющей вектора тока ротора  $\bar{i}_{rv0}$  примет вид:

$$\bar{M}_\ominus = \bar{I}_{s0} \cdot \bar{i}_{rv0} + (\bar{I}_s - \bar{I}_{s0}) \cdot \bar{i}_{rv0} + (\bar{i}_{rv} - \bar{i}_{rv0}) \cdot \bar{I}_{s0}. \quad (15)$$

Для упрощения представления полученного выражения можно перейти к приращениям относительных величин в соответствии с [2]. Тогда выражение приращения электромагнитного момента будет иметь вид:

$$\Delta \bar{M} = \Delta \bar{I}_s \cdot \bar{i}_{rv0} + \Delta \bar{i}_{rv} \cdot \bar{I}_{s0}. \quad (16)$$

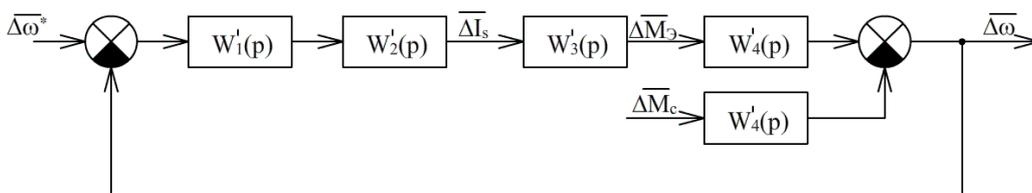


Рисунок 2 – Линеаризованная структурная схема системы регулирования скорости

При записи вираження (12) для зображення складаючої вектора тока ротора по осі  $v$  в приращеннях относительных величин, учитывая что приращения начальных значений равны нулю, получим:

$$\Delta \bar{i}_{rv}(p) = \frac{K \cdot T_r^2}{p^2 + 2 \cdot T_r \cdot p + 2 \cdot T_r^2} \cdot \frac{I_{sb}}{I_{rvb}} \cdot \Delta \bar{I}_s(p) \quad (17)$$

Учитывая то, что относительные значения начальных величин  $\bar{I}_{s0}$  и  $\bar{i}_{rv0}$  равны, подставив выражение (17) в (16) получим выражение для изображения приращения относительной величины электромагнитного момента:

$$\Delta \bar{M}(p) = \left(1 + \frac{3}{2} \cdot p \cdot L_M \cdot \frac{K \cdot T_r^2}{p^2 + 2 \cdot T_r \cdot p + 2 \cdot T_r^2} \cdot \frac{I_{sb}}{I_{rvb}}\right) \cdot \bar{I}_{s0} \cdot \Delta \bar{I}_s(p) \quad (18)$$

На основании полученных выражений составим линеаризованную структурную схему системы регулирования скорости. Управляющее устройство представим с помощью: сумматора, который осуществляет вычитание из сигнала задания скорости сигнала обратной связи по скорости, блоков реализующих передаточные функции (3), (6). Преобразователь частоты заменим усилительным звеном с коэффициентом усиления равным единице. Асинхронный двигатель представим в виде блока, который реализует функцию (18). Нагрузку асинхронного двигателя представим двумя блоками: сумматором для определения разности между электромагнитным моментом и моментом сопротивления и интегрирующим звеном. Переместив второй сумматор, получим линеаризованную структурную схему системы регулирования скорости (рис. 2).

Передаточные характеристики будут иметь вид:

$$\begin{aligned} W_1'(p) &= \frac{K_1 \cdot T_1 \cdot p + 1}{T_1 \cdot p} \cdot \frac{\omega_b}{M_b^*} \\ W_2'(p) &= \frac{4}{3 p_n} \cdot \frac{1}{K_L \cdot L_M} \cdot \frac{1}{\bar{I}_{s0}} \cdot \frac{M_b^*}{I_{sb}} \\ W_3'(p) &= \left(\frac{3}{2} \cdot p_n \cdot L_M \cdot \frac{I_{sb}}{I_{rvb}} \cdot \frac{K_L \cdot T_r^2}{p^2 + 2 \cdot T_r \cdot p + 2 \cdot T_r^2} + 1\right) \cdot \bar{I}_{s0} \\ W_4'(p) &= \frac{M_b}{J \cdot \omega_b \cdot p} \end{aligned} \quad (19)$$

Изображение приращения частоты вращения в относительных единицах будет определяться в соответствии с выражением

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\omega}(p) &= X(p) \cdot \Delta \bar{\omega}^*(p) - Y(p) \cdot \bar{M}_c(p) \\ X(p) &= \frac{W_1'(p) \cdot W_2'(p) \cdot W_3'(p) \cdot W_4'(p)}{1 + W_1'(p) \cdot W_2'(p) \cdot W_3'(p) \cdot W_4'(p)} \\ Y(p) &= \frac{W_4'(p)}{1 + W_1'(p) \cdot W_2'(p) \cdot W_3'(p) \cdot W_4'(p)} \end{aligned} \quad (20)$$

Характеристическое уравнение для данной системы имеет четвертый порядок:

$$A_0 p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 = 0, \quad (21)$$

где:

$$\begin{aligned} A_0 &= 3 I_{sb} \cdot K_L^2 \cdot L_M \cdot T_1 \cdot J \cdot p_n \\ A_1 &= 6 I_{sb} \cdot K_L^2 \cdot L_M \cdot T_1 \cdot J \cdot p_n \cdot T_r + 4 M_b \cdot K_1 \cdot T_1 \cdot K_L^2 \\ A_2 &= 6 I_{sb} \cdot K_L^2 \cdot L_M \cdot T_1 \cdot J \cdot p_n \cdot T_r^2 + \\ &+ 8 M_b \cdot K_1 \cdot T_1 \cdot K_L^2 \cdot T_r + 4 M_b \cdot K_L \\ A_3 &= 8 M_b \cdot K_L \cdot T_r + 8 M_b \cdot K_L \cdot T_r^2 \cdot K_1 \cdot T_1 + \\ &+ 12 M_b \cdot K_1 \cdot T_1 \cdot L_M \cdot p_n \cdot T_r^2 \\ A_4 &= 8 M_b \cdot K_L \cdot T_r^2 + 12 M_b \cdot L_M \cdot p_n \cdot T_r^2 \end{aligned}$$

Для анализа устойчивости можно воспользоваться алгебраическим критерием Рауса-Гурвица. В соответствии с ним [3] необходимым и достаточным условием устойчивости системы четвертого порядка является положительность коэффициентов характеристического уравнения, а также выполнение условия:

$$A_3(A_1 A_2 - A_0 A_3) - A_1^2 A_4 > 0. \quad (22)$$

Анализируя выражения (21) можно сделать вывод о том, что все коэффициенты характеристического уравнения являются положительными, поскольку в них не входят отрицательные параметры и выражения не содержат разности. Тогда выражение (22) может быть использовано для выбора параметров регулятора скорости в конкретной электромеханической системе при заданном диапазоне изменения момента инерции, использование которых обеспечит устойчивую работу системы.

Определим области значений параметров регулятора скорости, обеспечивающих устойчивую работу системы при нескольких значениях момента инерции. Расчет проведем для двигателя типа 4A160M4У3 [5] при постоянных моментах инерции равных 5 кг·м<sup>2</sup>, 20 кг·м<sup>2</sup>, 40 кг·м<sup>2</sup>. Базовое значение тока статора для рассматриваемого двигателя равно 14 А, а электромагнитного момента 25.13 Н·м. Результаты приведены на рис. 3.

На рис. 3 области неустойчивой работы отмечены серым цветом. В соответствии с [3], устойчивая система возвращается в положение равновесия после исчезновения внешних сил, которые вывели ее из этого состояния. Для проверки полученных результатов проведем расчет переходного процесса, который возникает в рассмотренном случае при скачкообразном изменении тока статора на 10 % от установившегося значения при постоянном моменте сопротивления равном 3 Н·м. Расчет будем проводить при постоянном моменте инерции равном 40 кг·м<sup>2</sup>, постоянном параметре  $T_1$ , равном 0,1 с, и двух значениях параметра  $K_L$ , равном 0,5 и 1,5. Результаты расчета приведены на рис. 4.

Как видно из приведенных графиков, в первом случае возникший колебательный процесс является затухающим, а во втором – незатухающим, что подтверждает достоверность полученных условий устойчивости.

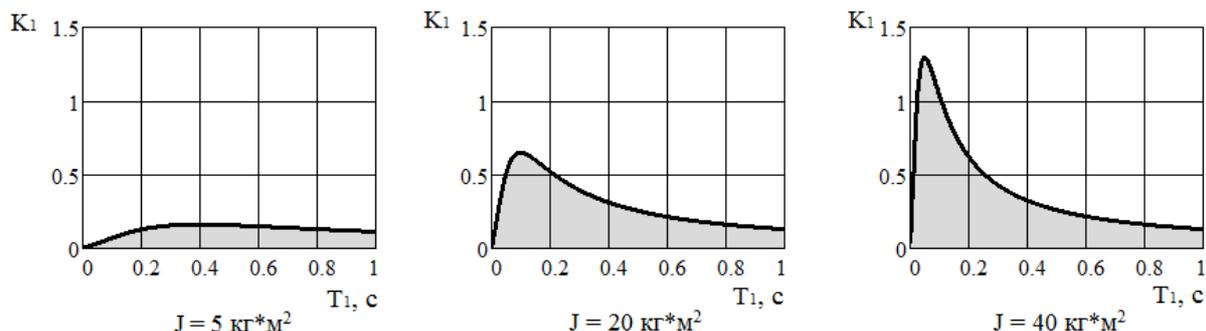


Рисунок 3 – Области значений параметров регулятора скорости при устойчивой и неустойчивой работе системы (область неустойчивой работы отмечена серым цветом)

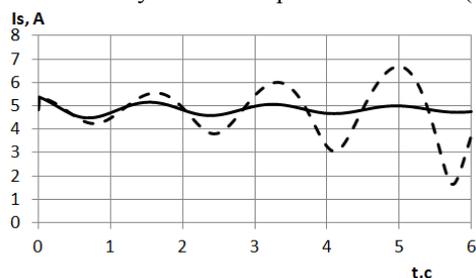


Рисунок 4 – Графики переходных процессов тока статора при различных значениях параметра  $K_I$  (пунктир –  $K_I = 0,5$ ; сплошная линия –  $K_I = 1,5$ )

**ВЫВОДЫ.** 1. При частотно-токовом регулировании скорости асинхронного двигателя удается обеспечить локальную устойчивость системы посредством выбора параметров пропорционально-интегрального регулятора.

2. Параметры регулятора скорости, обеспечивающие устойчивую работу, зависят от параметров асинхронного двигателя и момента инерции нагрузки.

### STABILITY ANALYSIS OF THE INDUCTION MOTOR SPEED REGULATION UNDER FREQUENCY-CURRENT CONTROL

**A. Statsenko**

Kyiv National University of Technology and Design

vul. Nemirovicha-Danchenka, 2, Kyiv, 01011, Ukraine. E-mail: stalexey@meta.ua

The article is devoted to solving a problem of determining the parameters of PI speed controller in the induction electric drive with frequency-current control, which maintain stable operation of the system. The author has examined the speed control system structure and defined the transfer characteristic of its main components. To determine the transfer characteristic of the induction motor the mathematical model in two-phase coordinate system that rotates together with stator current vector is used. Linearization of the system is performed and using the Routh-Hurwitz algebraic criterion the conditions for local stability of the system are defined. Also, the value ranges of the PI controller parameters that maintain local stability of the system is specified for different load conditions.

**Key words:** induction motor, frequency-current control, local stability.

#### REFERENCES

1. Statsenko, A.V. (2011), «Induction motor torque regulation under frequency-current control», *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskiy National University*, iss. 6 (71) part 1, pp. 20–25, Ukraine.
2. Popovych, M.G., Kovalchuk, O.V., (1997), *Teoriya avtomatichnogo keruvannia* [Automatic control theory], Lybid, Kyiv, Ukraine.
3. Babakov, N.A., Voronov, A.A., Voronova, A.A. et al. (1986), *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Teoriya lineinykh system avtomaticheskogo upravleniya* [Automatic control theory. Theory of automatic control

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Стаценко А.В. Регулирование момента асинхронного двигателя при частотно-токовом управлении // *Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського*. – 2011. – Вип. 6/2011 (71), част. 1. – С. 20–25.
2. Теорія автоматичного керування: підручник / М.Г. Попович, О.В. Ковальчук. – К.: Либідь, 1997. – 544 с.
3. Теория автоматического управления. В 2-х ч. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / Н. А. Бабаков, А.А. Воронов, А.А. Воронова и др.; под ред. А.А. Воронова. – М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.
4. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – 2-е изд.. – М.: Высшая школа, 1994. – 318 с.
5. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник / А.Э. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонин, Е.А. Соболенская. – М.: Энергоиздат, 1982. – 504 с.

linear systems], in 2 vol., vol. 1, Vysshaya shkola, Moscow, Russia.

4. Kopylov, I.P. (1994), *Matematicheskoe modelirivanie elektricheskikh mashin* [Mathematical modeling of electrical machines], Vysshaya shkola, Moscow, Russia.

5. Kravchik, A.E., Shlaf, M.M., Afonin, V.I., Sobolenskaja, E.A. (1982), *Asinkhronnye dvigateli serii 4A* [Induction motors of 4A series], reference book, Energoatomizdat, Moscow, Russia.

Стаття надійшла 19.04.2013.