

УДК 621.313

СОВМЕСТНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФОРМ ЗАКОНА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭДС ХОЛОСТОГО ХОДА ВРАЩАЮЩИХСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

С. В. Широков

ул. Совхозная, 40, п. Юбилейный Днепропетровского р-на, 52005, Украина. E-mail: shirokovsv@bigmir.net

Получены новые аналитические выражения для ЭДС проводника в пазу якоря и ЭДС витка катушки обмотки якоря вращающейся электрической машины с относительным движением пазов якоря и полюсов индуктора. ЭДС витка катушки обмотки якоря выражена через сумму производных от двух различных магнитных потоков, пропорциональных величинам векторного магнитного потенциала внутри пазов с проводниками этого витка. Показано, что часть полного магнитного потока возбуждения через каждый виток катушки обмотки якоря, образованная половиной дуги наконечника полюса индуктора, находящейся полностью между пазами с проводниками витка, не принимает участия в наведении ЭДС этого витка. Применительно к электрической машине без относительного движения пазов якоря и полюсов индуктора – индукторному генератору с постоянным потоком – аналитически обнаружены и подтверждены экспериментально неизвестные ранее особенности физического механизма наведения ЭДС, заключающиеся в значительной разнице ЭДС пазовых проводников в каждом двух соседних пазах статора. Данное обстоятельство открывает возможность построения индукторных машин, которые по величине ЭДС и габаритам близки к обычным синхронным машинам.

Ключевые слова: закон электромагнитной индукции, векторный магнитный потенциал, паз якоря, ЭДС, напряженность электрического поля.

СПІЛЬНЕ ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОЇ Й ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ФОРМ ЗАКОНУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЕРС НЕРОБОЧОГО ХОДУ ОБЕРТОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН

С. В. Широков

вул. Совхозна, 40, с. Ювілейне, Дніпропетровського р-ну, 52005, Україна. E-mail: shirokovsv@bigmir.net

Отримані нові аналітичні вираження ЕРС провідника в пазу якоря та ЕРС витка котушки обмотки якоря обертової електричної машини з відносним рухом пазів якоря та полюсів індуктора. ЕРС витка котушки обмотки якоря виражена через суму похідних від двох різних магнітних потоків, пропорційних величинам векторного магнітного потенціалу всередині пазів з провідниками цього витка. Показано, що частина повного магнітного потоку збудження через кожний виток котушки обмотки якоря, утворена половиною дуги наконечника полюса індуктора, що знаходиться повністю між пазами з провідниками цього витка, не бере участь у наведенні ЕРС цього витка. Стосовно електричної машини без відносного руху пазів якоря й полюсів індуктора – індукторному генератору з постійним потоком – аналітично виявлені й підтверджені експериментально невідомі раніше особливості фізичного механізму наведення ЕРС, що заключаються у значній різниці ЕРС пазових провідників у кожних двох сусідніх пазах статора. Дана обставина відкриває можливість побудови індукторних машин, які за величиною ЕРС і габаритах близькі до звичайних синхронних машин.

Ключові слова: закон електромагнітної індукції, векторний магнітний потенціал, паз якоря, ЕРС, напруженість електричного поля.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Единственным инструментом определения величины ЭДС холостого хода якоря в современных курсах электрических машин (ЭМ) является интегральная форма закона электромагнитной индукции в фарадеевской (в виде формулы Фарадея) [1] или максвелловской формулировке [2]. Однако известна и дифференциальная форма этого закона в формулировке Дж. К. Максвелла

$$E_z = -\partial A_z / \partial t, \quad (1)$$

где A_z – осевая составляющая векторного магнитного потенциала (ВМП) поля возбуждения в фиксированных точках пространства внутри паза якоря ЭМ; E_z – индуцированная в тех же точках пространства напряженность вихревого электрического поля.

На возможность определения ЭДС по (1) со

ссылкой на оригинальные труды Дж. К. Максвелла указано в статье [3], а также в курсе ТОЭ [4] и монографии [5].

На рис. 1 изображена развертка поперечного сечения активной зоны явнополюсной синхронной машины в пределах двойного полюсного деления и графики ВМП A_z в зубцовом слое статора, соответствующие двум положениям ротора, сдвинутым на полюсное деление τ .

Поток возбуждения Φ_f каждого полюса ротора внутри его сердечника разделяется плоскостью симметрии сердечника на два одинаковых потока Φ_{lev} и Φ_{prav} , не проходящих через эту плоскость. Следовательно, в любом поперечном сечении ЭМ на осях полюсов ротора внутри их сердечников ВМП A_z обращается в нуль, и выполняются граничные условия Дирихле $A_z=0$ [6].

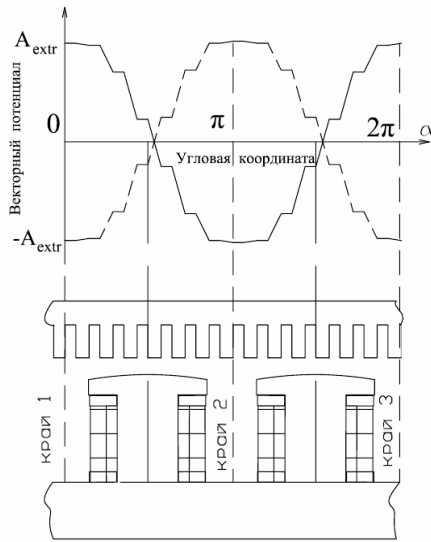


Рисунок 1 – Графики ВМП в зубцовом слое статора СМ

После прохождения зубцового слоя статора вследствие симметрии магнитной цепи ЭМ потоки Φ_{lev} и Φ_{prav} замыкаются в сердечнике статора в противоположных направлениях. Следовательно, с каждым полюсом ротора связана поверхность $A_z=0$, которая в продольном направлении продолжается в зазоре, в зубцовом слое и спинке статора. Полные величины потоков Φ_{lev} и Φ_{prav} (за вычетом потоков рассеяния) проходят в сердечнике статора только через его поперечные сечения, совпадающие с мгновенным положением краев полюсных делений индуктора «край 1, 2, 3» (рис. 1). Следовательно, в этих сечениях зубцового слоя и сердечника статора ВМП достигает экстремумов $\pm A_{zext}$, и выполняются граничные условия Неймана $\partial A_z / \partial t = 0$.

При вращении ротора пространственное распределение ВМП вращается синхронно с ним относительно неподвижных пазов якоря [3]. При этом величина ВМП внутри i-го паза якоря за время смещения паза от «края 1» полюсного деления к «краю 2» изменяется от величины $+A_{zext}$ до величины $-A_{zext}$, а за время смещения паза от «края 2» к «краю 3» изменяется обратно от величины $-A_{zext}$ до величины $+A_{zext}$. Мгновенное значение ЭДС пазового проводника якоря ЭМ с расчетной длиной l_δ равно

$$e_{pr} = \int_{l_\delta} E_z dl = - \frac{\partial A_z}{\partial t} l_\delta. \quad (2)$$

Целью статьи является выявление неизвестных ранее особенностей физического механизма наведения ЭДС в ЭМ путем совместного использования обеих форм закона электромагнитной индукции.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.
 Электрическая машина с относительным движением пазов якоря и полюсов индуктора (синхронная машина – СМ) асинхронная машина – АМ, машина постоянного тока – МПТ). На рис. 2 изображена четверть поперечного сечения активной зоны СМ с двумя пазами 1 и 2 якоря, в которых расположены пазовые проводники витков катушки обмотки якоря. Здесь же показаны составляющие потока возбуждения, сцепленного с витком с пазовыми проводниками в пазах 1 и 2. Между поверхностью $A_z=0$ и осью паза 1 якоря через воздушный зазор и зубцовый слой якоря ЭМ проходит магнитный поток возбуждения Φ_{0-paz1} .

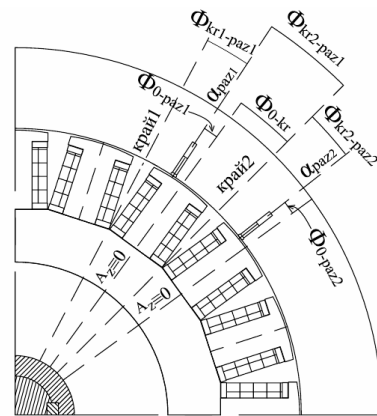


Рисунок – 2 Составляющие потока возбуждения, сцепленного с витком катушки якоря СМ

Такой же поток можно определить для паза статора АМ (нагляднее всего при фазном роторе) и для паза якоря МПТ. В двумерном поле возбуждения в поперечном сечении активной зоны ЭМ

$$\Phi_{0-paz1} = A_{z-paz1} l_\delta, \quad (4)$$

где A_{z-paz1} – ВМП внутри паза 1 якоря. Пазовый проводник можно представить как сторону витка, охватывающего Φ_{0-paz1} , со второй стороной в поверхности $A_z=0$, в котором $e_{vit} = -d\Phi_{0-paz1}/dt = e_{pr1}$.

Тогда в СМ по рис. 2 и в АМ ЭДС неподвижного проводника в пазу 1 якоря-статора от поля ротора

$$e_{pr1} = - \left(\frac{\partial \Phi_{0-paz1}}{\partial t} \right)_{v=0} = - \frac{\partial A_{z-paz1}}{\partial t} l_\delta = E_z l_\delta. \quad (5)$$

Частная производная означает, что речь идет об изменениях ВМП в фиксированных в системе координат статора точках пространства внутри паза.

В МПТ ЭДС пазового проводника якоря в мгновенной инерциальной системе координат, в которой скорость движения проводника $v=0$, будет определяться по (5). В системе координат статора при скорости движения проводника $v \neq 0$

$$e_{pr1} = - \left(\frac{\partial \Phi_{0-paz1}}{\partial t} \right)_{B=const} = - \frac{\partial \Delta A_{zpa1}}{\partial t} I_{\Sigma} + (v \times B_{paz}) I_{\Sigma} \quad (6)$$

где B_{paz} – индукция внутри паза с проводником [5]. В случае проводника якоря в зазоре МПТ первое и второе слагаемые в (6) становятся не различимы. Поток Φ_{0-paz1} может быть представлен в виде разности двух потоков, имеющих одинаковые знаки и создаваемых одним полюсом индуктора

$$\Phi_{0-paz1} = \Phi_{0-kr} - \Phi_{kr1-paz1}, \quad (7)$$

где $\Phi_{kr1-paz1} = \Delta A_{zpa1} I_{\Sigma}$ – поток возбуждения, входящий в якорь между осью паза 1 и ближайшим к пазу 1 «краем 1» полюсного деления индуктора; ΔA_{zpa1} – приращение ВМП от максимальной величины A_{zext1} на «краю 1» полюсного деления индуктора до оси паза 1; $\Phi_{0-kr} = \Phi_f/2 = const$ – половина основного потока Φ_f полюса ротора, входящая в якорь между поверхностью с $A_z=0$ и любым краем данного полюсного деления индуктора.

Тогда

$$-\frac{d\Phi_{0-paz1}}{dt} = + \frac{d\Phi_{kr1-paz1}}{dt} = e_{pr1}. \quad (8)$$

Мгновенная величина основного потока Φ_{fa} , сцепленного с витком катушки якоря с пазовыми проводниками в пазах 1 и 2, равна разности двух потоков, проходящих в рассматриваемый момент времени между «краем 2» полюсного деления и пазами 1 и 2, причем слагаемые потоки $\Phi_{kr2-paz1}$ и $\Phi_{kr2-paz2}$ могут иметь различные знаки каждый, но всегда противоположные у разных потоков. Предположим, что $\Phi_{kr2-paz1} > 0$, а $\Phi_{kr2-paz2} < 0$. Тогда

$$\Phi_{fa} = \Phi_{kr2-paz1} - \Phi_{kr2-paz2}. \quad (9)$$

Поток $\Phi_{kr2-paz1}$ по рис.2 можно выразить в виде суммы потоков

$$\Phi_{kr2-paz1} = \Phi_{0-paz1} + \Phi_{0-kr}. \quad (10)$$

Тогда

$$\Phi_{fa} = \Phi_{0-paz1} + \Phi_{0-kr} - \Phi_{kr2-paz2}. \quad (11)$$

Поток Φ_{0-kr} является постоянной величиной и в любой момент времени в процессе наведения ЭДС участия не принимает. Поток Φ_{0-paz1} , определяется по (4), а поток $\Phi_{kr2-paz2}$ равен

$$\Phi_{kr2-paz2} = \Delta A_{zpa2} I_{\Sigma}, \quad (12)$$

где ΔA_{zpa2} приращение ВМП от максимальной величины $-A_{zext2}$ на «краю 2» полюсного деления индуктора до оси паза 2.

В свою очередь поток $\Phi_{kr2-paz2}$ по рис. 2 можно представить в виде разности потоков

$$\Phi_{kr2-paz2} = \Phi_{f0-kr} - \Phi_{0-paz2}. \quad (13)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Phi_{fa} &= \Phi_{0-paz1} + \Phi_{0-kr} - \Phi_{0-kr} + \Phi_{0-paz2} = \\ &= \Phi_{0-paz1} + \Phi_{0-paz2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Если при записи (9) принять, что $\Phi_{kr2-paz1} < 0$, а $\Phi_{kr2-paz2} > 0$, то формула (14) примет вид

$$\begin{aligned} \Phi_{fa} &= -\Phi_{0-paz1} - \Phi_{0-kr} + \Phi_{0-kr} - \Phi_{0-paz2} = \\ &= -\Phi_{0-paz1} - \Phi_{0-paz2}. \end{aligned} \quad (14a)$$

В любой момент времени один из двух потоков из (14)–(14a) сцеплен с витком в пазах 1 и 2 СМ по рис. 2, а второй поток не сцеплен.

Потоки Φ_{0-paz1} и Φ_{0-paz2} , пропорциональные величинам ВМП внутри пазов с проводниками витка, являясь алгебраическими величинами, всегда входят в (14) с одинаковыми знаками, совпадающими со знаком большего из потоков в (9), т.е со знаком Φ_{fa} . При этом ЭДС витка с пазовыми проводниками в пазах 1 и 2 оказывается равной

$$\begin{aligned} e_{zsm} &= - \frac{d\Phi_{fa}}{dt} = - \frac{d(\Phi_{0-paz1} + \Phi_{0-paz2})}{dt} = \\ &= - \frac{d\Phi_{0-paz1}}{dt} - \frac{d\Phi_{0-paz2}}{dt}. \end{aligned} \quad (15)$$

Если учесть, что при $\Phi_{0-paz1} > 0$ согласно (5)

$$-\frac{d\Phi_{0-paz1}}{dt} = e_{pr1}, \text{ а при } -\Phi_{0-paz2} < 0 \text{ также по (5)}$$

$$-\frac{d\Phi_{0-paz2}}{dt} = \frac{d(-\Phi_{0-paz2})}{dt} = -e_{pr2}, \text{ то}$$

$$e_{zsm} = e_{pr1} + (-e_{pr2}) = e_{pr1} - e_{pr2}. \quad (15a)$$

Поскольку в электромашине с относительным движением пазов якоря и полюсов индуктора направления приращений абсолютных величин потоков Φ_{0-paz1} и Φ_{0-paz2} всегда одинаковы и совпадают с направлением приращения абсолютной величины потока Φ_{fa} , то знаки численных значений производных в (15) и знаки численных значений e_{pr1} и $(-e_{pr2})$ в (15a) также всегда одинаковы что соответствует согласному действию этих ЭДС в витке.

Если каждой из ЭДС соответствует изображающий вектор на векторной диаграмме, то (15a) идентична известной формуле для ЭДС витка

в виде геометрической разности ЭДС его пазовых проводников [1].

Электрическая машина без относительного движения пазов якоря и полюсов индуктора. Рассмотрим однофазный разноименнополюсный индукторный генератор (РИГ) (рис. 3) с постоянным потоком и классической зубцовой зоной. РИГ (рис. 3) соответствует одному из двух типовых вариантов исполнения, при котором ось полюса возбуждения совпадает с пазом статора, а на краях полюсной дуги выполнены целые зубцы статора [7].

Частота ЭДС, наведенной в обмотке якоря РИГ по рис. 1 определяется только числом зубцов ротора и его частотой вращения. Эти величины связаны соотношением

$$f_S = Z_R n / 60 = 12n / 60 = n / 5,$$

где Z_R – число зубцов ротора; f_S – частота ЭДС, Гц; n – частота вращения ротора, об/мин.

Таким образом, время поворота ротора на одно его зубцовое деление соответствует одному периоду наведенной ЭДС, поэтому дугу, соответствующую зубцовому шагу ротора, принято считать равной двойному полюсному делению 2τ по аналогии с обычными синхронными машинами [8].

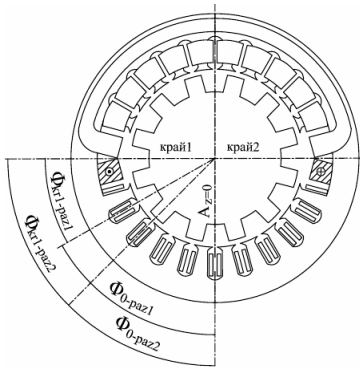


Рисунок 3 – РИГ с постоянным потоком

Полную величину вектора магнитной индукции возбуждения в зазоре РИГ принято представлять в виде суммы постоянной V_{f} и переменной V_{r} составляющих. При этом обычно предполагается, что при вращении ротора РИГ (рис. 3) постоянная составляющая V_{f} остается неподвижной относительно статора и не участвует в наведении ЭДС якоря, а основная гармоника переменной составляющей V_{1R} , обусловленная зубчатым строением ротора и имеющая пространственный период, близкий к величине 2τ , движется вдоль воздушного зазора относительно катушек якоря-статора и создает с ними переменные во времени потокосцепления Ψ_k , являющиеся функциями угла поворота [8]. Следовательно, ЭДС холостого хода катушек якоря равны

$$e_k = -\frac{d\Psi_k}{dt} = -w_k \frac{d\Phi_{vit}}{dt} = w_k e_{vit}, \quad (16)$$

где w_k – число витков катушки обмотки якоря; Φ_{fa} – основной магнитный поток возбуждения, сцепленный с витком катушки; e_{vit} – ЭДС витка катушки обмотки якоря.

Если рассматривать ЭДС e_{vit} в целом, то естественно считать, что физическим агентом, ответственным за ее возникновение является именно поток Φ_{fa} . Это обстоятельство находит свое отражение в широко применяемой формулировке «переменный магнитный поток наводит в контуре, с которым он сцеплен, переменную ЭДС». Однако ЭДС e_{vit} витка катушки локализована в двух его пазовых проводниках $e_{vit} = e_{pr1} + e_{pr2}$. В РИГ это наглядно подтверждается тем, что при выполнении катушек обмотки якоря с удлиненным шагом, охватывающим несколько (нечетное число) полюсных делений τ и имеющих увеличенную длину лобовых частей катушек при той же длине пазовых проводников, величина e_{vit} не изменяется. В обычных синхронных машинах такие обмотки не применяются, поэтому данное обстоятельство остается скрытым. При этом формула (16) не содержит никакой информации о локализации ЭДС внутри витков катушек якоря. Как будет ясно из нижеследующего, это обстоятельство является серьезным недостатком, не позволяющим выявить важные особенности процесса наведения ЭДС холостого хода в РИГ. Как известно, действительным физическим агентом, ответственным за наведение ЭДС e_{pr} , является вихревое электрическое поле напряженностью E_z внутри паза статора. Если каждый из двух, изменяющихся в противофазе, магнитных потоков Φ_{falev} или Φ_{faprav} , проходящих через два соседних зубца статора, ответственен за индуцирование своего поля вектора E_z внутри образованного этими зубцами паза статора, то совершенно непонятно, каким образом эти изменяющиеся в противофазе электрические поля не компенсируют друг друга и наводят во всех проводниках в данном пазу статора одинаковые ЭДС. Очевидно, что преодолеть указанное противоречие можно только переходя к определению ЭДС по формуле (2).

Аналогично ЭМ (рис. 2) ЭДС e_{pr1} и e_{pr2} пазовых проводников в пазах 1 и 2 нижнего полюса возбуждения РИГ (рис. 3) может быть выражена по формуле (8) через оба потока Φ_{0-paz1} , $\Phi_{kr1-paz1}$ и Φ_{0-paz2} , $\Phi_{kr1-paz2}$, прилегающие справа и слева к пазу с соответствующим проводником.

Поток возбуждения Φ_{fa} , сцепленный с витком катушки якоря в пазах 1 и 2 РИГ (рис. 3), равен разности однонаправленных потоков

$$\Phi_{fa} = \Phi_{0-paz1} - \Phi_{0-paz2} \quad (17)$$

Тогда ЭДС e_{vit} витка катушки якоря равна

$$e_{VIT} = -\frac{d\Phi_{\alpha}}{dt} = -\frac{d\Phi_{0-paz1}}{dt} + \frac{d\Phi_{0-paz2}}{dt} = e_{pr1} + (-e_{pr2}) = e_{pr1} - e_{pr2} \quad (18)$$

Поскольку, как будет показано ниже, направления приращения ВМП $A_{z\text{paz1}}$ в нечетном пазу №1 и ВМП $A_{z\text{paz2}}$ в четном пазу № 2 всегда противоположны, то и знаки численных значений производных от потоков Φ_{0-paz1} и Φ_{0-paz2} в (18) также всегда противоположны. В результате слагаемые e_{pr1} и $(-e_{pr2})$ в формуле (18) всегда имеют одинаковые знаки, как и в (15а), что соответствует согласному действию этих ЭДС в витке.

Очевидно, что амплитуда ЭДС от рабочей гармоники \mathbf{B}_{1R} с амплитудой B_{1Rm} любого проводника в любом пазу статора РИГ, определенная по формуле Фарадея

$$e_{pr} = B_{1Rm} v / \delta, \quad (19)$$

должна быть одинаковой.

Точно также, если исходить из второго уравнения Максвелла в формулировке Герца-Хэвисайда

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}_{1R} / \partial t, \quad (20)$$

то в зазоре под шлицем каждого паза статора должны индуцироваться локальные вихревые электрические поля с одинаковой амплитудой напряженности $E_{Z\text{max}}$, период и частота изменения которой равны T_S и f_S соответственно, причем фаза напряженности под шлицями соседних пазов статора должна отличаться на π электрических градусов. Распространяясь внутрь пазов статора из зазора одинаковые локальные вихревые электрические поля должны создавать в пазовых проводниках во всех пазах статора ЭДС индукции e_{pr} с одинаковой амплитудой и действующей величиной, причем фаза e_{pr} в соседних пазах должна отличаться на π электрических градусов. Однако выполненное ниже определение ЭДС e_{pr} по формуле (2) не подтверждает вывода о равенстве амплитуд и действующих значений ЭДС e_{pr} во всех пазах статора РИГ.

Поскольку магнитная система РИГ (рис. 3) аналогична магнитной системе машины постоянного тока, то при определении распределения ВМП в зубцовом слое ее статора воспользуемся результатами, содержащимися в [5, 6]. В двухмерном поле выражение для магнитной индукции поля возбуждения имеет вид

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} = \left(\frac{\partial}{\partial \rho}\right) \left(\frac{\partial A_z}{\partial \alpha}\right) \mathbf{i}_\rho - \left(\frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right) \mathbf{i}_\alpha, \quad (21)$$

$$(1/\rho) \left(\partial A_z / \partial \alpha\right) = B_\rho \text{ и } -\left(\partial A_z / \partial \rho\right) = B_\alpha,$$

где \mathbf{i}_ρ , \mathbf{i}_α – единичные орты в принятой цилиндрической системе координат (ρ, z, α) ; B_ρ , B_α , A_z – скалярные величины составляющих векторов \mathbf{B} и \mathbf{A} в принятой цилиндрической системе координат.

В воздушном зазоре РИГ (рис. 3) составляющая B_α проявляется только в области краевого эффекта (около краев полюсов возбуждения и около краев пазов ротора). Не считаясь с краевым эффектом, будем аналогично [5] полагать, что индукция под полюсом возбуждения РИГ (рис. 1) имеет только радиальную составляющую B_ρ .

Известно, что распределение B_ρ в зазоре РИГ с постоянным потоком и прямоугольными пазами ротора имеет вид близкий к кривой типа «меандра» с практически постоянными величинами индукции над зубцом ротора $B_{\delta\text{zub}}$ и над пазом $B_{\delta\text{paz}}$ [8]. Тогда для осевой составляющей ВМП $A_{z\delta}$ в зазоре над зубцом и пазом ротора при значении координаты $\rho = \rho_\delta$ справедливы уравнения $\partial A_{z\delta} / \partial \alpha = \rho_\delta B_{\delta\text{zub}}$ и $\partial A_{z\delta} / \partial \alpha = \rho_\delta B_{\delta\text{paz}}$.

На рис.4 изображена развертка двухполюсного РИГ, аналогичного РИГ (по рис. 3), но с прямоугольными пазами ротора, а также графики ВМП поля возбуждения $A_{z\delta}$ в воздушном зазоре РИГ для двух положений ротора относительно зубцов статора, сдвинутых на половину его зубцового деления. Угол наклона пазовых участков графиков к оси абсцисс α показан значительно большим, чем в действительности с целью отображения на рис. 4 приращений ВМП на осях четных пазов статора. Графики построены для равных по ширине на уровне окружности зазора зубцов и пазов ротора $\Delta\alpha_{\text{zub}} = \Delta\alpha_{\text{paz}} = \Delta\alpha$.

При трапецеидальной форме зубцов и пазов ротора в реальных РИГ сопряжение зубцового и пазового участка графика происходит не в точке, как на рис. 4, а по некоторой кривой, соответствующей кривой изменения индукции B_ρ на участке зазора над наклонной к радиальной плоскости стенкой паза, что приводит к сглаживанию формы кривой ЭДС в пазовых проводниках.

График, показанный сплошной линией, соответствует моменту времени t_1 начала интервала времени Δt пересечения краев полюсов возбуждения зубцами ротора при вращении по часовой стрелке (справа налево по рис.4). График, показанный штриховой линией, соответствует моменту времени $t_2 = t_1 + \Delta t$. Магнитный поток при отсутствии тангенциальных потоков через паза статора (при малом насыщении) сохраняют свою величину как в зазоре, так и в зубцовом слое статора,

$$\Phi_{0-paz} = A_{z\delta} I_\delta = A_{z\text{paz}} I_\delta, \quad (22)$$

где $A_{z\delta}$ – ВМП на оси паза статора в зазоре; $A_{z\text{paz}}$ – ВМП на оси паза внутри паза статора.

Отсюда следует, что $A_{z\delta} = A_{z\text{раз}}$, т.е. ВМП сохраняет свою величину на оси паза статора как в зазоре, так и внутри паза. Если считать, что магнитный поток полюса возбуждения замыкается только через зубцы статора, то ВМП во всем поперечном сечении паза статора одинаков и равен ВМП $A_{z\text{раз}}$ на его оси.

Из рис. 4 видно, что величина ВМП на оси i -го паза статора за два последовательных интервала времени Δt поворота ротора на половину его зубцового деления получает одинаковые и противоположные приращения $\pm \Delta A_{z\text{рази}}$, т.е.

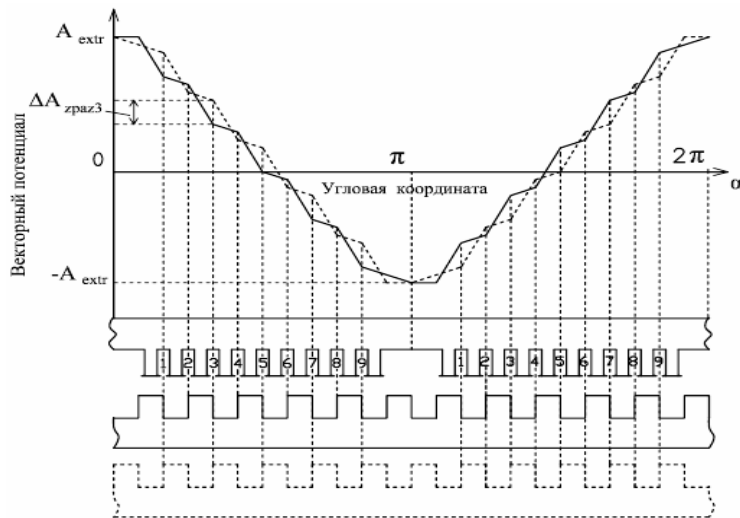


Рисунок 4 – Графики ВМП в зазоре РИГ

Из вышесказанного следует, что ЭДС каждого витка катушки якоря РИГ по рис. 3 распределена по пазовым проводникам витка неравномерно: максимальная ЭДС e_{max} действует в проводнике, расположенном в пазу статора с нечетными номерами, а минимальная ЭДС e_{min} действует в проводнике, расположенных в пазу статора с четными номерами. При этом расчет величины ЭДС пазового проводника РИГ (рис. 3), выполненный автором в [9], показывает, что величина e_{max} должна быть в 3–4 раза больше, чем величина e_{min} , что подтверждается описанным ниже экспериментом.

Таким образом из двадцати пазовых сторон десяти катушек обмотки якоря, расположенных на верхнем полюсе возбуждения РИГ по рис. 3, лишь десять пазовых сторон, расположенных в пазах № 1, № 3, № 5, № 7, № 9 являются источниками максимальной ЭДС e_{max} . Именно этим обстоятельством объясняется низкая величина ЭДС холостого хода известных одно- и трехфазных РИГ с постоянным потоком по сравнению с обычной синхронной электромашинной, в которой противоположно направленные ЭДС холостого хода e_{max} индуктируются одновременно в проводниках

изменяется во времени с периодом ЭДС холостого хода якоря РИГ. При этом приращение $\pm \Delta A_{z\text{рази}}$ на осях пазов статора с нечетными номерами значительно больше и имеет противоположный знак, чем приращение $\pm \Delta A_{z\text{рази}}$ на осях пазов статора с четными номерами.

Следовательно, ВМП на осях пазов статора с нечетными и четными номерами изменяется в течение интервала времени Δt с различной скоростью и в противоположных направлениях.

обеих пазовых сторон каждой катушки обмотки якоря.

Приращение ВМП $\pm A_{z\text{extr}}$ на оси i -го паза статора обычной СМ по рис. 1 за время перемещения паза от «края 1» к «краю 2» полюсного деления τ будет равным по величине приращению ВМП $\pm \Delta A_{z\text{рази}}$ на оси нечетного паза якоря-статора РИГ (рис. 3) с шириной зубца ротора τ и величиной потока зубца ротора, равной потоку полюса ротора Φ_f СМ по рис. 1. При этом ЭДС пазовых проводников в нечетных пазах статора РИГ (рис. 3) и ЭДС пазовых проводников СМ (рис. 1) будут близкими по величине. В описании изобретения автора [9] приведены принципы построения одно- и трехфазных РИГ с постоянным потоком с одинаковой и максимальной ЭДС e_{max} пазовых проводников во всех пазах статора на полюсной дуге полюса возбуждения, что расширяет верхнюю границу области преимущественного использования РИГ вместо обычных СМ от величин $\tau = 35\text{--}45$ мм [8] до величин $\tau = 150\text{--}200$ мм.

Экспериментальное подтверждение неравенства ЭДС пазовых проводников катушки якоря индукторного генератора. Для экспериментальной проверки полученных выводов автором была

изготовлена и испытана в лаборатории электрических машин НГУ (г. Днепропетровск) модель однофазного РИГ (рис. 5).

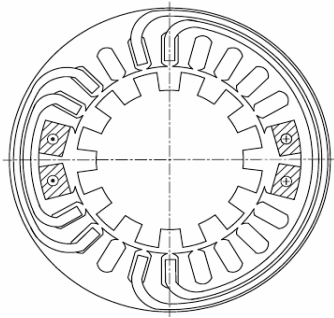


Рисунок 5 – Экспериментальный РИГ

Магнитная система РИГ аналогична рассмотренной ранее РИГ (рис. 3, 4). В полуоткрытых пазах статора РИГ (рис. 5) уложены две пары концентрических катушек. Первая пара катушек уложена в пазах на краях полюсных дуг полюсов возбуждения: первая катушка в пазах № 1 при счете слева направо, а вторая катушка пары – в пазах № 2. Вторая пара катушек уложена в средней части полюсных дуг полюсов возбуждения. Все катушки имеют одинаковое число витков. При этом в витках катушек с пазовыми сторонами в нечетных пазах наводится двойная максимальная ЭДС $e_{vit}=2e_{max}$, а в витках катушек с пазовыми сторонами в четных пазах – двойная минимальная ЭДС $e_{vit}=2e_{min}$.

В обмотку возбуждения подавался постоянный ток в диапазоне 1–5 А от лабораторного источника постоянного тока и в диапазоне 5–10 А от лабораторного генератора постоянного тока. Предельное значение магнитодвижущей силы катушки обмотки возбуждения при токе возбуждения 10 А достигало $F_f=500$ А. Магнитное напряжение зазора F_δ при усредненной в пределах зубцовых делений ротора индукции в зазоре $B_\delta=0,5$ Тл равно $F_\delta = B_\delta k_\delta 10^7 / 4\pi = 0,5 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^7 / 4\pi = 298$ А, где $k_\delta=1,5$ – коэффициент воздушного зазора при открытых пазах ротора.

Ротор РИГ (рис. 5) приводился во вращение от однофазного коллекторного электродвигателя, питаемого через лабораторный автотрансформатор. Форма и величина напряжения катушек наблюдались на экране двухлучевого осциллографа. Амплитуда близкого к синусоидальному переменного напряжения в катушках в нечетных пазах № 1 и № 5 достигала нескольких вольт. Максимальная величина несинусоидального напряжения в катушках в четных пазах № 2 и № 4 во всем диапазоне изменения тока возбуждения и частоты вращения ротора составляла не более одной трети от амплитуды напряжения в катушках в соседних пазах с нечетными номерами.

ВЫВОДЫ.

1. Мгновенная ЭДС пазового проводника ЭМ может быть выражена через производную по времени со знаком «минус» или «плюс» соответственно от двух потоков Φ_{0-paz1} и Φ_{kr-paz} прилегающих справа и слева к пазу с проводником.

2. ЭДС витка катушки якоря ЭМ равна алгебраической сумме имеющих одинаковые знаки производных от потоков Φ_{0-paz1} и Φ_{0-paz2} , взятых со знаком «минус», т.е алгебраической сумме ЭДС пазовых проводников витка.

3. Общей физической величиной, объединяющей все возможные выражения ЭДС пазового проводника и витка катушки якоря ЭМ через различные магнитные потоки, является ВМП внутри пазов якоря ЭМ. Данный вывод заставляет вспомнить, что Дж.К. Максвелл в п. 540 своего «Трактата об электричестве и магнетизме» назвал ВМП «основной величиной в теории электромагнетизма» и записал дифференциальную форму закона электромагнитной индукции исключительно в виде (1). Запись же дифференциальной формы закона в виде (20) утвердилась в электродинамике после работ Г. Герца и О. Хэвисайда.

4. В РИГ с постоянным потоком и классической зубцовой зоной аналитически обнаружено существенное различие между ЭДС пазовых проводников в каждых двух соседних пазах статора, подтвержденное экспериментально, что не может быть объяснено на основе интегральной формы закона электромагнитной индукции в любой формулировке или на основе второго уравнения Максвелла в формулировке Герца-Хэвисайда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. Машины переменного тока: учебник для вузов. – СПб: Питер, 2008.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: учебник для вузов; в 2-х т. – М.: Издательский дом МЭИ, 2006.
3. Поливанов К.М. К 100-летию «Трактат об электричестве и магнетизме» Дж. К. Максвелла // Электричество. – 1974. – № 1–3.
4. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Часть 3. Теория электромагнитного поля. – М.: Энергия, 1975.
5. Поливанов К.М. Электродинамика движущихся тел. – М.: Энергоиздат, 1982.
6. Милых В.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей // Электротехника и электромеханика. – 2006. – № 2.
7. Нестеров Б.З. Расчет однофазных индукторных генераторов (пособие по курсовому проектированию). – Л.: ЛЭТИ, 1973.
8. Альпер Н.Я., Терзьян А.А. Индукторные генераторы. – М.: Энергия, 1970.

9. Широков С.В. Різноїменнополюсна індукторна машина з постійним потоком. Опис винаходу та

креслення до заявки на винахід №а 2012 15036 від 27.12.2012 р.

JOINT USE OF INTEGRAL AND DIFFERENTIAL FORMS OF THE ELECTROMAGNETIC INDUCTION LAW TO DETERMINE THE EMF IDLING ROTATING OF ELECTRICAL MACHINES

S. Shirokov

vul. Sovchoznaya, 40, p. Yubilejnyj, Dnepropetrovsk rgn., 52005, Ukraine. E-mail: shirokovsv@bigmir.net

The author has presented new analytical expressions for the EMFs of a conductor in an armature slot and a turn coil winding of an armature of the rotating electric machines (EM) with the relative movement of armature slot and the magnetic poles of the inductor. The EMF of an armature turn coil winding was expressed as a sum of derivatives from two different magnetic fluxes proportional to the values of the magnetic vector potential inside the slots with the conductors of this turns. It is shown that a part of the total magnetic field flux through each turn of the armature coil, which is formed by a half-arc of an inductor pole tip and is fully placed between the slots with the conductors of this turns, is not involved in inducing EMF of this turn. Corresponding to EM without relative movement of the armature slots and the poles of the inductor, to the inductor generator with a constant magnetic flux of the wave rotor, it was analytically found and confirmed the features of the physical mechanism of EMF inducing, that was experimentally unknown before and results in a significant differences between EMF of conductors in each of two adjacent stator slots. This circumstance opens the possibility to build the inductor machines with dimensions and EMF value closed to the parameters of conventional synchronous machines.

Key words: law of electromagnetic induction, magnetic vector potential, armature slot, EMF, electric field intensity.

REFERENCES

1. Voldek, A.I., Popov, V.V. (2008), *Elektricheskie mashiny. Mashiny peremennogo toka* [Electrical machines. AC machine], Piter, St-Petersburg, Russia.
2. Ivanov-Smolenskiy, A.V. (2006), *Elektricheskie mashiny*. [Electrical machines], MPEI, Moscow, Russia.
3. Polivanov, K.M. (1974), "To the 100 anniversary of «Treatise on electricity and magnetism» of J. K. Maxwell", *Elektrichestvo*, no. 1–3.
4. Polivanov, K.M. (1975), *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Teoriya elektromagnitnogo polia* [Theoretical foundations of electrical engineering. Electromagnetic field theory], part 3, Energiya, Moscow, Russia.
5. Polivanov, K.M. (1982), *Elektrodinamika dvizhuschikhsia tel* [Electrodynamics of moving bodies], Energoizdat, Moscow, Russia.

6. Milyih, V.I., Polyakova, N.V. (2006), "Determination of electromagnetic parameters of electrical machines on the basis of numerical calculations of magnetic fields", *Electrical engineering and electromechanics*, no. 2, pp. 40–46.

7. Nesterov, B.Z. (1973), *Raschet odnophaznykh induktornykh generatorov* [Calculation of single-phase inductor generators], LETI, St-Petersburg, Russia.

8. Alper N.Ya., Terzyan A.A. Inductor generators. – M: Energy, 1970.

9. Shirokov, S.V. (2012), "Inductor machine with a constant flux", Description and the drawings in the application for invention № а 2012 15036 of 27.12.2012.

Стаття надійшла 25.06.2013.