

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УЛИТКОВОГО ПИТАТЕЛЯ ШАРОВОЙ МЕЛЬНИЦЫ КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

**В. А. Кондратец**

Кировоградский национальный технический университет

просп. Университетский, 8, г. Кировоград, 25030, Украина. E-mail: matsuyan@mail.ru

Неподдержание необходимого разжижения пульпы в шаровой мельнице, измельчающей пески, механического двухспирального классификатора, приводит к значительному перерасходу электрической энергии, мелющих тел и футеровки. Поскольку отсутствие математических моделей улиткового питателя тормозит автоматизацию данного технологического процесса, решаемая в статье задача является актуальной. Целью работы является получение уравнений динамики улиткового питателя шаровой мельницы. Установлено, что улитковый питатель шаровой мельницы по уровню пульпы в приемном устройстве описывается дифференциальным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами. Таким же по виду уравнением он описывается и по разжижению пульпы. Постоянная времени в обоих уравнениях одинакова, и для типового оборудования равна 65,2 с. Песковый желоб классификатора создает переменное транспортное запаздывание 2,6–5,6 с. Полученные результаты подтверждены экспериментально. Показано, что улитковый питатель является аperiodическим динамическим звеном по обоим выходным величинам с запаздыванием, значительной постоянной времени и длительными переходными процессами, что необходимо учитывать при разработке подходов качественного управления разжижением пульпы в мельнице.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, улитковый питатель, песковый желоб.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАВИТКОВОГО ЖИВИЛЬНИКА КУЛЬОВОГО МЛИНА ЯК ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ

**В. О. Кондратець**

Кіровоградський національний технічний університет

просп. Університетський, 8, м. Кіровоград, 25030, Україна. E-mail: matsuyan@mail.ru

Непідтримання необхідного розрідження пульпи у кульовому млині, що подрібнює піски механічного двоспірального класифікатора, призводить до значного перевитрачання електричної енергії, молоткових тіл і футерівки. Оскільки відсутність математичних моделей завиткового живильника гальмує автоматизацію даного технологічного процесу, задача, що розв'язується у цій публікації, є актуальною. Метою роботи є отримання рівнянь динаміки завиткового живильника кульового млина. Установлено, що завитковий живильник кульового млина за рівнем пульпи в приймальній пристрої описується диференціальним рівнянням першого порядку з постійними коефіцієнтами. Таким же за виглядом рівнянням він описується і по розрідженню пульпи. Постійна часу в обох рівняннях однакова, і для типового обладнання дорівнює 65,2 с. Пісковий жолоб класифікатора створює змінне транспортне запізнення 2,6–5,6 с. Отримані результати підтверджені експериментально. Показано, що завитковий живильник є аperiodичною динамічною ланкою за обома вихідними величинами із запізненням, значною постійною часу та тривалими перехідними процесами, що необхідно враховувати при розробці підходів якісного управління розрідженням пульпи у млині.

**Ключові слова:** математичне моделювання, завитковий живильник, пісковий жолоб.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Большую часть сырья для черной металлургии получают обогащением бедных железных руд. Для измельчения крепких железных руд перед обогащением используют технологическую схему, где шаровая мельница измельчает пески механического двухспирального классификатора. Ныне снижение энергоемкости процессов измельчения и повышение технологической эффективности измельчения следует рассматривать как важнейшую составляющую на пути интенсификации процессов рудоподготовки [1], однако неподдержание необходимого разжижения пульпы в данной шаровой мельнице приводит к значительному перерасходу электрической энергии, мелющих тел и

футеровки, что существенно повышает себестоимость получаемой продукции. Так как отсутствие математических моделей улиткового питателя тормозит автоматизацию данного технологического процесса, решаемая в статье задача является актуальной.

Автоматизацией процессов измельчения руд в основном занимались применительно к схеме, где шаровая мельница работает в замкнутом цикле с классификатором, однако полученные решения не подходят к рассматриваемому циклу. Для автоматизации рассматриваемого цикла измельчения было предложено одно решение [2], которое сводилось к измерению потоков в песковом желобе классифика-

тора. Однак при довготривалій практичній перевірці в промислових умовах встановлено, що уст-ройство може забиватися сторонніми предме-тами, створюючи аварійні ситуації. Поскольку средства предупреждения этого отличаются громоздкостью и значительной стоимостью, требовалось искать новые пути решения задачи. Со временем устанавливается, что разжижение пульпы необходимо поддерживать в приемном устройстве улиткового питателя [3]. Предлагается подход по определению соотношения твердое/жидкое [4] и средства его реализации [5, 6]. Однако уравнения динамики (математические модели) такого объекта, которые необходимы при исследовании (изучении) технологического процесса, его проектировании, автоматическом управлении [7], никто не получал.

Целью данной работы является получение уравнений динамики улиткового питателя шаровой мельницы, измельчающей пески механического двухспирального классификатора, по каналам разжижения и уровня пульпы в приемном устройстве аналитическим путем.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.**  
В данной технологической схеме (рис. 1) шаровая мельница 1 работает в замкнутом цикле по второй спирали 3 с механическим двухспиральным классификатором 2, первая спираль 4 которого подает мокрый песковый продукт, представляющий собой исходное питание, а вторая – 3 создает циркулирующую нагрузку. Пески классификатора 2 поступают в песковый желоб 6, на входе которого по трубопроводу 5 подается вода, создавая пульпу 7. Она по песковому желобу 6 поступает в приемное устройство 8 улиткового питателя, создавая уровень  $H$ . Улитку 9 питателя в основном выполняют с двумя хоботами – захватными элементами. Она прикреплена к загрузочной горловине барабана 1 шаровой мельницы и вращается вместе с ним, совершая  $n$  оборотов за секунду. Хоботы захватывают материал с нижней отметки и транспортируют его в процессе вращения к загрузочной горловине технологического агрегата, которая расположена на более высокой отметке. Приемное устройство 8 улиткового питателя в горизонтальном сечении представляет собой прямоугольник длиной  $b$  (рис. 1) и шириной  $a$ . В приемном устройстве 8 накапливается пульпа 7. При определенной продуктивности пескового желоба в приемном устройстве улиткового питателя устанавливается конкретное значение уровня пульпы  $H$ , поскольку в установившемся режиме работы объем подошедшего материала отвечает объему, удаленному хоботами при вращении барабана мельницы.

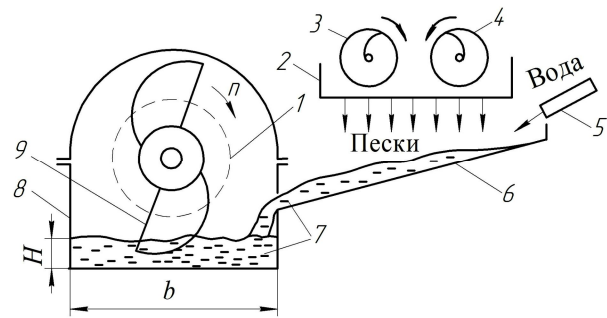


Рисунок 1 – Схема цикла измельчения с механическим двухспиральным классификатором: 1 – барабан шаровой мельницы; 2 – классификатор; 3 – вторая спираль; 4 – первая спираль; 5 – трубопровод подачи воды в песковый желоб; 6 – песковый желоб; 7 – пульпа; 8 – приемное устройство; 9 – улитка

Улитковый питатель как объект управления возможно подать в виде схемы, приведенной на рис. 2. Он имеет три входных величины –  $Q_p$ ,  $Q_{wg}$  и  $K_g$ . Входная величина  $K_g$  является производной, поскольку полностью определяется расходом песков и воды в песковый желоб. В качестве входной величины возможно рассматривать и расход пульпы  $Q$  в песковом желобе. Выходными величинами являются уровень пульпы  $H$  и соотношение твердое/жидкое  $K_y$  в приемном устройстве улиткового питателя. Возмущающими воздействиями здесь являются  $n$  и  $c$ , однако улитковый питатель имеет неизменную ширину  $c$  захватных элементов при  $n=const$ . Поэтому данный объект управления не имеет возмущений по этим параметрам. В то же время он является достаточно сложным, поскольку в нем возникают волновые движения пульпы, переводящие управляемые координаты в случайные процессы. Для такого рода управляемых объектов предложена методология построения математических моделей с использованием непараметрических оценок условного математического ожидания [8], однако реализация системы управления в данном случае сильно усложняется. Значительно упростить процесс получения математической модели и реализации системы управления возможно определением математических ожиданий выходных переменных на информационном уровне с последующим применением традиционных методов. Как показал анализ, при получении математической модели улиткового питателя целесообразно использовать принцип «накопления».

Допустим, что отклонение объемного расхода пульпы  $\Delta Q$  от установившегося значения произошло за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$ . Тогда воздействие на входе объекта возможно подать как  $\Delta V/\Delta t$ , а его уравнение в виде

$$A \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}, \quad (1)$$

где  $\Delta V$  – отклонение объема пульпы;  $\Delta H$  – отклонение уровня пульпы в приемном устройстве;  $A$  – постоянный коэффициент, имеющий конкретное значение для определенного процесса.

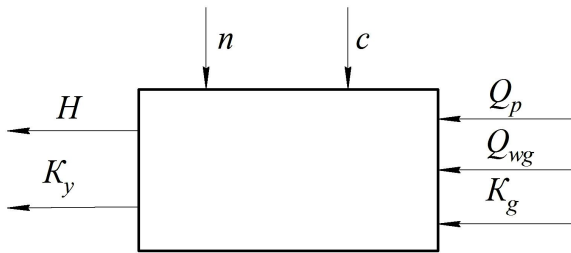


Рисунок 2 – Схематическое изображение улиткового питателя:  $Q_p, Q_{wg}$  – соответственно массовый расход песков и воды в песковый желоб;  $K_g, K_y$  – соответственно соотношение твердое/жидкое в песковом желобе и приемном устройстве;  $H$  – уровень пульпы в приемном устройстве;  $n$  – количество оборотов улиткового питателя в единицу времени;  $c$  – ширина захватных элементов

Умножив левую и правую части уравнения (1) на  $\Delta t$ , находим  $A = \Delta V / \Delta H$ , где  $\Delta V = a \cdot b \cdot \Delta H$ , т.е.  $A$  равно площади горизонтального сечения приемного устройства улиткового питателя  $S_y = a \cdot b$ .

Осуществив в (1) предельный переход  $\Delta t \rightarrow 0$  и учитывая, что  $\Delta V / \Delta t$  при этом стремится к  $Q_{py} - Q_{ry}$ , получим дифференциальное уравнение

$$A \frac{\Delta H}{\Delta t} = Q_{py} - Q_{ry}, \quad (2)$$

где  $Q_{py}$  – приток материала в приемное устройство;  $Q_{ry}$  – расход материала с приемного устройства.

Приток материала в приемное устройство составляет

$$Q_{py} = \frac{Q_p}{\delta_p} + k_1 \frac{Q_p}{\delta_w} + \frac{Q_{wg}}{\delta_w}, \quad (3)$$

где  $\delta_p, \delta_w$  – соответственно плотность твердого и воды;  $k_1$  – коэффициент, который учитывает содержание влаги в песках классификатора.

Расход пульпы с приемного устройства улиткового питателя

$$Q_{ry} = k_2 H, \quad (4)$$

где  $k_2$  – константа, которая характеризует улитковый питатель,  $m^2/c$ .

С учетом (3) и (4) и значения коэффициента  $A$  уравнение (2), предварительно поделив его левую и правую части на  $k_2$ , запишем в виде

$$T_y \frac{dH}{dt} + H = \left( \frac{1}{\delta_p k_2} + \frac{k_1}{\delta_w k_2} \right) Q_p + \frac{1}{\delta_w k_2} Q_{wg}, \quad (5)$$

где  $T_y = S_y / k_2$  – постоянная времени улиткового питателя.

Уравнение (5) является математической моделью улиткового питателя по каналу уровня пульпы. Постоянная времени  $T_y$  улиткового питателя определяется его конструктивными параметрами – площадью горизонтального сечения приемного устройства и постоянной  $k_2$ . Входная величина  $Q_p$  (5) изменяется очень медленно и влиять на нее практически невозможно, поэтому фактически управляющим воздействием может быть лишь расход воды в песковый желоб  $Q_{wg}$ .

При неизменном объемном расходе пульпы в песковом желобе можно записать

$$Q_l = Q_{vp1} + Q_{vw1},$$

где  $Q_{vp1}, Q_{vw1}$  – соответственно объемный расход твердого и воды в песковом желобе.

В установившемся режиме  $Q_l = Q_{ry}$ , поддерживаются определенные значения уровня пульпы  $H$  в приемном устройстве и заданные значения соотношения  $K_y, K_g$ . В установившемся режиме работы соотношение твердое/жидкое формируется в песковом желобе и сохраняется во всей технологической линии – песковый желоб, приемное устройство, захватные элементы, мельница.

Допустим, что соотношение твердое/жидкое в песковом желобе скачком возросло на  $\Delta K_g$  и является разницей между новым значением  $K_{g2}$  и предыдущим  $K_{g1}$ . В данном случае значения массового расхода твердого в песковом желобе равны

$$Q_{vp1} \cdot \delta_p = Q_{vw1} \cdot \delta_w \cdot K_{g1}, \quad (6)$$

$$Q_{vp2} \cdot \delta_p = Q_{vw2} \cdot \delta_w \cdot K_{g2}, \quad (7)$$

где  $Q_{vp2}, Q_{vw2}$  – соответственно объемный расход твердого и воды при увеличении  $K_g$ .

В соответствии с (6) и (7) определим увеличение доли расхода твердого в песковом желобе

$$\Delta Q_{pg} = \delta_w [K_{g2} \cdot Q_{vw2} - K_{g1} \cdot Q_{vw1}]. \quad (8)$$

Подадим  $Q_{vw1} = Q_{vw2} - \Delta Q_{vg}$ ,  $\Delta Q_{vg} = \Delta Q_{pg} / \delta_p$  и запишем выражение (8) в виде

$$\Delta Q_{pg} = \frac{Q_{vw1} \delta_w \delta_p}{\delta_p + \delta_w K_{g1}} [K_{g2} - K_{g1}] \quad (9)$$

Умножив левую и правую части (9) на  $\Delta t$ , получим увеличение доли твердого, которая направляется в приемное устройство за этот бесконечно малый промежуток времени

$$\Delta P_{pg} = \frac{Q_{vw1} \delta_w \delta_p}{\delta_p + \delta_w K_{g1}} [K_{g2} - K_{g1}] \Delta t \quad (10)$$

Соотношение твердое/жидкое в приемном устройстве улиткового питателя до и после переходного процесса соответственно равны:

$$K_{y1} = \frac{V_{p1} \cdot \delta_p}{(V - V_{p1}) \delta_w}, \quad (11)$$

$$K_{y2} = \frac{V_{p2} \cdot \delta_p}{(V - V_{p2}) \delta_w}, \quad (12)$$

где  $V, V_{p1}$  – соответственно объем пульпы и твердого в приемном устройстве до начала переходного процесса;  $V_{p2}$  – объем твердого в приемном устройстве, который будет после переходного процесса, то есть через промежуток времени  $\Delta t$ .

Возрастание доли твердого в приемном устройстве через бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  с учетом (11) и (12) после преобразований будет равно

$$\Delta K_y = K_{y2} - K_{y1} = \frac{V \cdot \Delta P_{py}}{\delta_w \cdot V_{w1} \cdot V_{w2}}, \quad (13)$$

поскольку

$$\Delta V_p \delta_p = (V_{p2} - V_{p1}) \delta_p = \Delta P_{py}, \quad V - V_{p2} = V_{w2}, \quad V - V_{p1} = V_{w1}.$$

Увеличение доли твердого в приемном устройстве за промежуток времени  $\Delta t$  определим с (13)

$$\Delta P_{py} = \frac{\delta_w \cdot V_{w1} \cdot V_{w2}}{V} \Delta K_y. \quad (14)$$

Учитывая, что в установившемся режиме работы  $\Delta P_{py}$  (14) равно  $\Delta P_{pg}$  (10),  $K_{g1} = K_y$ , после подстановки  $\Delta P_{py}$  в (10) и его преобразования получим

$$\frac{V_{w1} \cdot V_{w2} [\delta_p + \delta_w K_{y1}]}{V Q_{vw2} \cdot \delta_p} \cdot \frac{dK_y}{\Delta t} + K_y = K_{g2}, \quad (15)$$

где  $K_{g2} = Q_{vp2} \delta_p / Q_{vw2} \delta_w$ .

После предельного перехода  $\Delta t \rightarrow 0$  получим дифференциальное уравнение

$$\frac{V_{w1} \cdot V_{w2} [\delta_p + \delta_w K_z]}{V Q_{vw2} \cdot \delta_p} \cdot \frac{dK_y}{dt} + K_y = K_g, \quad (16)$$

где коэффициент при первой производной имеет размер времени и является постоянной времени  $T_{yk}$ ;  $K_z$  – заданное значение соотношения твердое/жидкое в улитковом питателе.

Постоянная времени  $T_{yk}$  уравнения (16), которое является математической моделью улиткового питателя по каналу соотношения твердое/жидкое, зависит от нескольких переменных, которые являются технологическими параметрами. Постоянная времени объекта управления обычно определяется конструктивными параметрами. Учитывая это, проанализируем правую часть выражения

$$T_{yk} = \frac{V_{w1} \cdot V_{w2} [\delta_p + \delta_w K_z]}{V Q_{vw2} \cdot \delta_p}. \quad (17)$$

Правую часть уравнения (16) подадим в виде

$$K_g = \frac{Q_p}{k_1 Q_p + Q_{wg}}. \quad (18)$$

В установившемся режиме работы улиткового питателя при массовом расходе песков  $Q_p$  и заданном соотношении твердое/жидкое  $K_z$  общий массовый расход воды в песковом желобе  $Q_{w1} = Q_p / K_z$ . Тогда массовый расход добавленной воды в песковый желоб определим зависимостью

$$Q_{wg} = \frac{Q_p}{K_z} - k_1 Q_p = \left( \frac{1}{K_z} - k_1 \right) Q_p. \quad (19)$$

С уравнения (5), приравняв первую производную к нулю, определим уравнение статики объекта управления

$$H = \frac{1}{k_2} \left[ \left( \frac{1}{\delta_p} + \frac{k_1}{\delta_w} \right) Q_p + \frac{1}{\delta_w} Q_{wg} \right]. \quad (20)$$

С учетом (19) уравнение (20) после выполненных преобразований примет вид

$$H = \frac{1}{k_2} \left[ \frac{1}{\delta_p} + \frac{1}{\delta_w K_z} \right] Q_p. \quad (21)$$

Объем пульпы в приемном устройстве с учетом (21) будет равен

$$V = \frac{S_y [\delta_p + \delta_w K_z]}{k_2 \delta_w \delta_p K_z} \cdot Q_p. \quad (22)$$

Соотношение твердое/жидкое в приемном устройстве возможно подать зависимостью

$$K_y = \frac{V_p \delta_p}{V_{w1} \delta_w} = \frac{(V - V_{w1}) \delta_p}{\delta_w V_{w1}},$$

откуда

$$V_{w1} = \frac{\delta_p V}{\delta_p + \delta_w K_z}. \quad (23)$$

Для нового установившегося значения, например при ступенчатом изменении  $Q_{wg}$ , получим иное значение задающего воздействия  $K_{z1}$ , которому отвечает другой объем воды в приемном устройстве

$$V_{w2} = \frac{\delta_p V_1}{\delta_p + \delta_w K_{z1}}, \quad (24)$$

где  $V_1$  – новое значение объема пульпы в приемном устройстве.

При этом необходимый общий объемный расход воды в песковом желобе составляет

$$Q_{vw2} = Q_p / \delta_w K_{z1}. \quad (25)$$

Подставив значения параметров, выраженных зависимостями (22)–(25) в (19) и выполнив преобра-

зовання, убеждаемся, что постоянная времени  $T_{yk}$  также равна  $S_y/k_2$ . С учетом этого уравнения (16) примет вид

$$T_y \frac{dK_y}{dt} + K_y = K_g \quad (26)$$

Уравнение (26) является математической моделью улиткового питателя по каналу разжижения пульпы. Параметр  $K_g$  в нем следует рассматривать в виде правой части уравнения (20), в которой переменным является массовый расход воды в песковый желоб  $Q_{wg}$ .

Созданная пульпа по наклонному песковому желобу классификатора длиной  $l_g=7$  м движется в приемное устройство улиткового питателя. Допустим, что движение пульпы в песковом желобе классификатора является равномерным. Тогда на основании теоретических предпосылок, изложенных в [9, 10], можно получить уравнение движения пульпы в песковом желобе

$$\begin{aligned} & 529 \cdot m^2 \cdot D^2 \cdot v^4 + D^2 \cdot Q \cdot (2116 \cdot m^3 - D) \times \\ & \times v^3 + 2 \cdot Q \cdot [1058 \cdot m^2 \cdot Q - \\ & - 23 \cdot (23m + 1) \cdot D^3 \cdot \sqrt{i} - D \cdot Q] \cdot v^2 - \\ & - 92 \cdot (23m + 1) \cdot D \cdot \sqrt{i} \cdot Q^2 \cdot v + \\ & + \left(23 + \frac{1}{m}\right)^2 \cdot D^2 \cdot i \cdot Q^2 = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

где  $v$  – средняя скорость движения пульпы в песковом желобе;  $Q$  – объемный расход пульпы в песковом желобе;  $m$  – коэффициент шероховатости стенок пескового желоба;  $D$  – ширина пескового желоба;  $i$  – уклон дна пескового желоба.

При возможных значениях параметров  $D$ ,  $i$  и  $n$  в соответствии с условием устойчивости линейных систем автоматического регулирования решение уравнения (27) относительно  $v$  должно иметь хотя бы один положительный действительный корень или положительную действительную часть комплексного сопряженного корня, поскольку его коэффициенты имеют разные знаки. Поэтому уравнение (27) позволяет установить зависимость между  $Q$  и  $v$  в песковом желобе классификатора. Установлено, что решение (27) имеет пару комплексных сопряженных корней и два положительных действительных различных. В данной задаче решение в виде комплексных сопряженных корней не имеет физического смысла. Среди положительных действительных корней отвечает физическому смыслу задачи наименьший из них.

Песковый желоб обычно имеет  $D = 0,5$  м, наклон 34 %, что соответствует углу  $\alpha=18^\circ 30'$ . Гидравлический уклон  $i=\sin\alpha$  или  $i=0,3201$ . В процессе моделирования движения пульпы в песковом желобе классификатора при  $K_z=4,3$  и  $\delta_p=3300$  кг/м<sup>3</sup> по (27) на персональном компьютере в среде MathCAD 2000 Professional построены зависимости средней скоро-

сти от расхода пульпы (рис. 3). Как видно с зависимостей (рис. 3), средняя скорость движения пульпы в песковом желобе зависит как от расхода твердого, так и коэффициента шероховатости стенок. Песковые желоба двухспиральных классификаторов выполняются в виде каменной кладки – каменное литье на цементном растворе. Коэффициент шероховатости такого канала равен  $m=0,025$ , что соответствует зависимости 3 (рис. 3). В таких условиях скорость движения пульпы в песковом желобе классификатора определяется лишь объемным расходом гидро-смеси и не зависит от колебаний ее плотности и эпюры скоростей. На транспортирование пульпы в песковом желобе затрачивается время  $\tau=l_g/v$ , которое является чистым запаздыванием. Чистое или транспортное запаздывание  $\tau$  является переменным, поскольку изменяется средняя скорость движения пульпы в песковом желобе, т.е.  $\tau=f(Q_p)$ . При изменении массового расхода песков от 33 до 208 кг/с, что подтверждается экспериментальными данными, время запаздывания уменьшается от 5,6 с до 2,6 с по нелинейной зависимости. Итак, песковый желоб как транспортное средство является объектом с переменным запаздыванием. Его уравнение динамики в общем обозначении величин имеет вид  $X_2(t) = X_1(t - \tau)$ .

В уравнениях (5) и (26) массовый расход песков  $Q_p$  определяется технологическим процессом и изменяется достаточно медленно, поэтому в конкретной ситуации его возможно считать неизменным, то есть  $Q_p=const$ . В улитковом питателе регулируемой величиной обычно выступает соотношение твердое/жидкое. Его возможно поддерживать на требуемом уровне изменением массового расхода воды  $Q_{wg}$  в песковый желоб. Этот же параметр влияет и на уровень пульпы. Если имеем две входные величины, то при рассмотрении зависимостей в отклонениях ту, которая не изменяется, приравниваем к нулю.

Учитывая это, уравнение улиткового питателя в Лапласовской форме возможно подать в виде

$$(T_y p + 1)\bar{H} = \frac{1}{\delta_w k_2} \bar{Q}_{wg}, \quad (28)$$

$$(T_y p + 1)\bar{K}_y = \bar{K}_g, \quad (29)$$

$$\bar{X}_2 = e^{-p\tau} \bar{X}_1, \quad (30)$$

где  $\bar{H}$ ,  $\bar{Q}_{wg}$ ,  $\bar{K}_y$ ,  $\bar{K}_g$ ,  $\bar{X}_2$ ,  $\bar{X}_1$  – изображения по Лапласу соответствующих переменных;  $p$  – оператор Лапласа;  $e^{-p\tau}$  – оператор запаздывания.

Решения уравнений (28), (29) определяют переходные процессы (рис. 4) в улитковом питателе по каналу уровня и разжижения пульпы при ступенчатом изменении расхода воды в песковый желоб  $Q_{wg}$ . Для конкретной технологической ситуации, например

$a=1,033$  м;  $b=6,312$  м;  $k_1=0,12$ ;  $k_2=0,1$  м<sup>2</sup>/с;  
 $\delta_p=3300$  кг/м<sup>3</sup>;  $\delta_w=1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $Q_p=100$  кг/с;  $K_2=4,0$ ;  
 $Q_{wg}=13$  кг/с, ступенчато уменьшим расход воды в  
 песковый желоб классификатора  $Q_{wg}$  на 1,75 кг/с.

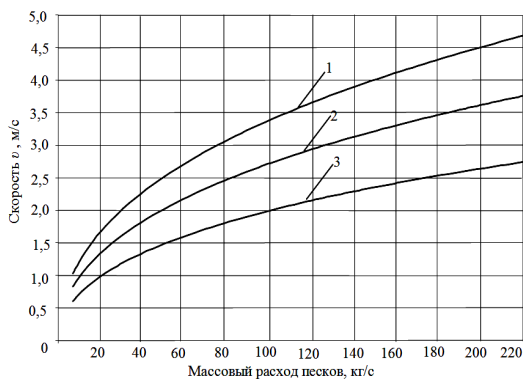


Рисунок 3 – Зависимость средней скорости движения пульпы от ее объемного расхода в песковом желобе классификатора при различных коэффициентах шероховатости стенок: 1 –  $m=0,013$ ; 2 –  $m=0,017$ ; 3 –  $m=0,025$

При этом уровень пульпы в приемном устройстве уменьшается по экспоненте (рис.4,а), а соотношение твердое/жидкое (рис. 4,б) по экспоненте возрастает, если расход воды в песковый желоб (рис. 4,в) ступенчато уменьшился.

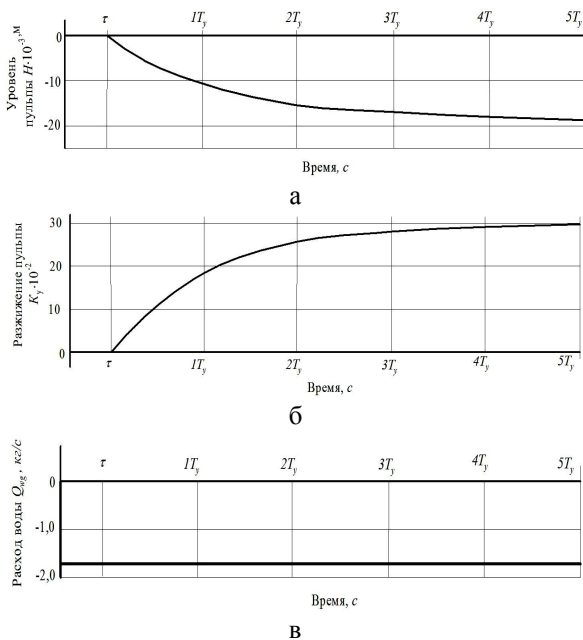


Рисунок 4 – Реакция уровня пульпы (а), соотношения твердое/жидкое (б) в приемном устройстве улиткового питателя на уменьшение расхода воды  $Q_{wg}$  на входе пескового желоба (в)

Переходные процессы отличаются значительной продолжительностью, так как постоянная времени объекта равна 65,2 с. Это необходимо учитывать при разработке системы автоматического управле-

ния соотношением твердое/жидкое в приемном устройстве улиткового питателя. Кроме того, улитковый питатель, который работает совместно с песковым желобом классификатора, отличается запаздыванием  $\tau$  (рис. 4). Учитывая, что запаздывание  $\tau$  зависит от расхода песков  $Q_p$ , который изменяется в широком диапазоне, песковый желоб является объектом управления с переменными параметрами.

Полученные теоретические зависимости подтверждены экспериментально на физических моделях, которые имитировали процессы в улитковом питателе и песковом желобе.

**ВЫВОДЫ.** В процессе теоретических исследований улиткового питателя шаровой мельницы как объекта управления получены его уравнения динамики по каналам разжижения и уровня пульпы. Оценка постоянной времени показала, что она достаточно большая, а переходные процессы длительные. Улитковый питатель имеет переменное запаздывание, которое формируется в транспортной системе – песковом желобе.

Новизна исследований заключается в том, что впервые получены математические зависимости, описывающие динамику улиткового питателя как объекта управления.

Перспективой дальнейших исследований является возможность разработки подходов создания систем автоматического управления разжижением пульпы в шаровых мельницах, измельчающих пески механического двухспирального классификатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маляров П.В. Основы интенсификации процессов рудоподготовки. – Ростов-на-Дону: ООО «Ростиздат», 2004. – 320с.
2. А.с. 388790 СССР (1973). Устройство для автоматического контроля загрузки и стабилизации разжижения пульпы в мельнице / Ф.Н. Дегтярев, А.А. Мерзляков, В.А. Кондратец, В.И. Новохатько, Н.И. Кучма, Т.И. Гуленко; Бюл. № 29, с. 26.
3. Кондратец В.О., Мацуй А.М. Дослідження кульового млина, що подрібнює піски класифікатора, по каналу розрідження пульпи // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація: збір. наук. праць КНТУ.– Кіровоград: КНТУ, 2008.– Вип. 20.– С. 86–93.
4. Кондратец В.О., Мацуй А.М. Ідентифікація співвідношення руда/вода в процесі подрібнення пісків класифікатора // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – № 3. – С. 8–12.
5. Пат. 87374 Україна (2009). Спосіб вимірювання рівня рідких середовищ з хвиловими коливаннями / В.О. Кондратец, А.М. Мацуй; Бюл. № 13, с. 3.88.
6. Пат. 62133 Україна (2011). Спосіб вимірювання тиску рідких середовищ з хвиловими коливаннями / В.О. Кондратец, А.М. Мацуй; Бюл. № 15, с. 5.93.

7. Прудковский Б.А. Зачем металлургу математические модели? / Отв. ред. П.И. Полухин. – Изд. 3-е. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. – 200 с.

8. Лисяной Г.В. Методология построения математических моделей сложных объектов управления с использованием непараметрических оценок условного математического ожидания // Вісник Кременчуцького національного університету імені Ми-

хайла Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2012. – № 3/2012 (74). – С. 70–72.

9. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1971. – 552 с.

10. Калицун В.И., Кедров В.С., Ласков Ю.М. Гидравлика, водоснабжение и канализация. – М.: Стройиздат, 2002. – 397 с.

## MATHEMATIC MODELING OF SPIRAL FEEDER OF A BALL MILL AS A CONTROL OBJECT

V. Kondratets

Kirovohrad National Technical University

prosp. Universytetsky, 8, 25030, Ukraine, e-mail: matsuyan@mail.ru

Non-support of necessary dilution of the pulp in a ball mill which grinds sands of mechanical double-spiral classifier leads to considerable energy overrun and wear of grinding parts and fettling. Since the absence of mathematic modeling of spiral feeder brakes the automation of this technological processes, solution of the problem discussed in the article is important. The objective of the work is to get the equation of the dynamics of spiral feeder of a ball mill. It has been revealed that spiral feeder of a ball mill according to the pulp level in the feeder is described by a first-order differential equation with constant coefficients. For the pulp dilution it is also described by the same type of equation. The time constant in both equations is the same and for typical equipment it equals 65.2 s. Sand chute of the classifier creates changeable transporting lag of 2.6–5.6 s. The obtained results were proved experimentally. It was shown that spiral feeder is an aperiodic dynamic chain in both output values with lag, considerable time constant, and durable transition processes, which should be taken into account while working out approaches of quality control of pulp dilution in the mill.

**Key words:** mathematic modeling, spiral feeder, sand chute.

## REFERENCES

1. Malyarov, P.V. (2004), *Osnovy intensifikatsii protsessov rudopodgotovki* [Basics of intensification of processes of ore preparation], ООО «Rostizdat», Rostov-on-Don, Russia.

2. Degtyarev, F.N., Merzlyakov, A.A., Kondratets, V.A., Novokhat'ko, V.I., Kuchma, N.I., and Gulenko, T.I. (1973), *Ustroistvo dlya avtomaticheskogo kontrolya zagruzki i stabilizatsii razhizheniya pul'py v mel'nitse* [Appliance for automatic control of loading and stabilization of pulp dilution in a mill], A.s. 388790 Russia, Bul. no. 29, p.26.

3. Kondratec', V.O. and Macuj, A.M. (2008), "Research on a ball mill which grinds sands of classifier along pulp dilution chute", *Tehnika v sil's'kogospodars'komu vyrobnyctvi, galuzeve mashynobuduvannja, avtomatyzacija*, iss. 20, pp. 86–93.

4. Kondratec', V.O. and Macuj, A.M. (2009), "Identification of correlation of ore/water in the process of grinding sands of classifier", *Visnyk Vinnyts'kogo politehnicznego instytutu*, no. 3, pp. 8–12.

5. Kondratec', V.O. and Macuj, A.M. (2009), *Sposib vymirjuvannja rivnja ridkyh seredovyshh z hvyl'ovymy kolyvannjamy* [The method of measuring the

level of liquid environment with wave fluctuations], Pat. 87374 Ukraine, Bjul. 13, p.3.88.

6. Kondratec', V.O. and Macuj, A.M. (2011), *Sposib vymirjuvannja tysku ridkyh seredovyshh z hvyl'ovymy kolyvannjamy* [The method of measuring pressure of liquid environment with wave fluctuations], Pat. no. 62133 of Ukraine, Bul. 15, p.5.93.

7. Prudkovskii, B.A. (2010), *Zachem metallurgu matematicheskie modeli?* [Why does a metallurgist need mathematic models?], Izdatel'stvo LKI, Moscow, Russia.

8. Lisyanoi, G.V. (2012), "Methodology of building mathematic models of complex control objects using non-parametric assessment of conditional mathematic waiting", *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyy National University*, vol. 3, no. 74, pp. 70–72.

9. Chugaev, R.R. (1971), *Gidravlika* [Hydraulics], Energiya, Leningrad, Russia.

10. Kalitsun, V.I., Kedrov, V.S. and Laskov, Y.M. (2002), *Gidravlika, vodosnabzhenie i kanalizatsiya* [Hydraulics, water supply and sewerage], Stroizdat, Moscow, Russia.

Стаття надійшла 31.03.2014.