

КОДИРОВАННЫЕ АПЕРТУРЫ И МАЛОРАКУРСНАЯ ТОМОГРАФИЯ ГАММА-ИЗЛУЧАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

В. Ю. Плахотник, Е. Н. Шапран

Обособленное подразделение Научно-исследовательский институт "Искра"

Восточно-украинского национального университета им. В. Даля

кварт. Молодежный, 20а, г. Луганск, 91034, Украина. E-mail: official@iskra.lugansk.ua

Предложена методика реконструкции объемных пространственных распределений источников гамма-излучения с помощью систем визуализации гамма-излучения с кодированными апертурами. Разработан метод фрагментации для улучшения изображений, полученных системой визуализации, обеспечивающий возможность получения гладких изображений и, как следствие, устойчивость решений при реконструкции пространственных распределений источников по проекциям. Предложенный метод позволяет получить многоэлементные изображения срезов, сравнимые по разрешению с изображениями гамма-камер. Установлены особенности применения метода максимума энтропии для реконструкции томографических срезов по результатам наблюдений с помощью системы визуализации гамма-излучения с кодированной апертурой.

Ключевые слова: кодированные апертуры, максимум энтропии, томография.

КОДОВАНІ АПЕРТУРИ І МАЛОРАКУРСНА ТОМОГРАФІЯ ГАММА-ВИПРОМІНЮЮЧИХ ОБ'ЄКТІВ

В. Ю. Плахотнік, Є. М. Шапран

Обособлений підрозділ Науково-дослідний інститут "Іскра"

Східно-українського національного університету ім. В. Даля

кварт. Молодіжний, 20а, м. Луганськ, 91034, Україна. E-mail: official@iskra.lugansk.ua

Запропонована методика реконструкції об'ємних просторових розподілів джерел гамма-випромінювання за допомогою систем візуалізації гамма-випромінювання з кодованими апертурами. Розроблено метод фрагментації для покращення зображень, одержаних системою візуалізації, що забезпечує можливість одержання гладких зображень і, як наслідок, сталість рішень під час реконструкції просторових розподілів джерел за проекціями. Запропонований метод дозволяє одержати багатоелементні зображення зрізів, що за розділенням порівняні до зображень гамма-камер. Встановлені особливості застосування метода максимуму ентропії для реконструкції томографічних зрізів за результатами спостереження за допомогою системи візуалізації гамма-випромінювання з кодовою апертурою.

Ключові слова: кодовані апертури, максимум ентропії, томографія.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Системы визуализации гамма-излучения с кодированными апертурами основаны на применении законов геометрической оптики, неизменным атрибутом таких систем является кодирующая маска, частично или полностью поглощающая гамма-излучение [1, 2]. Основным преимуществом систем визуализации с кодированными апертурами является тот факт, что при наблюдении реализуется мультиплексный принцип измерения, обеспечивающий высокую чувствительность системы и сокращение времени измерений с заданной точностью по сравнению с традиционными сканирующими приборами.

К настоящему времени разработано достаточно большое количество различных типов кодирующих масок, как одномерных, так и двумерных. Матрица, описывающая кодирующую маску, состоит из 0 и 1. Положение "0" соответствует положению элемента, поглощающего излучение, в массиве маски, положение "1" – положению прозрачного элемента.

Основными задачами при разработке аппаратно-программного комплекса томографического монитора для контроля ядерно-технических объектов являются визуализация гамма-излучения, спектрометрия и радиометрия источников, а также выявление трехмерной структуры гамма-излучающих объектов. Томографический монитор по принципам функционирования представляет собой систему визуализации гамма-излучения с кодированной апертурой. Для восстановления трехмерного пространственного распределения источников излучения

можно использовать томографические свойства кодированных апертур [3] и метод фокусных плоскостей [4, 5]. Однако метод фокусных плоскостей может обеспечить удовлетворительное разрешение по глубине только в геометрии сильно расходящихся лучей (в ближнем поле зрения). Томографический монитор должен использоваться в условиях средних дальностей при слабо расходящихся лучах. В этом случае метод фокусных плоскостей может предоставить только грубую томографическую оценку трехмерной структуры источников излучения.

Целью работы была разработка методики восстановления трехмерной структуры гамма-излучающих объектов на основе данных, получаемых системой визуализации гамма-излучения с кодированной апертурой, с применением методов малоракурсной томографии.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Изображение, получаемое в результате наблюдения системой визуализации с кодированной апертурой (СВКА), представляет собой пространственное распределение источников излучения в поле зрения. Причем активности источников в каждом пикселе изображения являются результатом интегрирования (суперпозиции) активностей, находящихся в телесном угле соответствующего пикселя. Таким образом, каждый пиксель изображения системы визуализации можно рассматривать как Радоновский образ функции распределения активности источников гамма-излучения. Такой подход дает возможность применить методы и восстановления изображений

по проекціям, розробданні для однофотонної емісійної комп'ютерної томографії (ОФЭКТ).

Для востановлення зображення в системах візуалізації с кодированими апертурами використовують метод кореляції. Процес отримання зображення методом кореляції математически можна представити в виді:

$$S = P \otimes G. \quad (1)$$

Здесь O – матрица востановленного пространственного распределения источников гамма-излучения, P – матрица счетов событий, зарегистрированных позиционно-чувствительным детектором (ПЧД), G – матрица обработки, \otimes – символ кореляции.

Для системы на основе двумерной кодирующей маски выражение (1) приобретает вид:

$$S_{i,j} = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{m-1} P_{k,l} \cdot G_{i+k,j+l}, \quad (2)$$

где m и n – размерности кодирующей маски.

Таким образом, получаемое изображение поля зрения представлено в виде матрицы ($m \times n$), каждая строка которой может рассматриваться как проекция – Радоновский образ соответствующего среза области интереса (объекта).

Отметим особенности изображения, получаемого СВКА. В физическом смысле элементы матрицы S востановленного пространственного распределения представляют собой сумму счетов событий, зарегистрированных в результате взаимодействия с ПЧД гамма-квантов, пришедших из соответствующего элемента пространства за время наблюдения.

В результате востановления изображения в соответствии с (2) в матрице S содержатся как положительные, так и отрицательные значения. Положительные значения соответствуют реальным источникам. Отрицательные значения в изображении возникают в результате статистического характера регистрации излучения.

Физический смысл отрицательных элементов не определен, поэтому при оценке наличия источника излучения и его интенсивности рассматриваются только положительные элементы матрицы S . Таким образом, все отрицательные значения в матрице изображения необходимо обнулить.

Функция рассеяния точки (ФРТ) такой системы представляет собой ограниченную д-функцию. На рис. 1,а) показана строка изображения трех источников, полученного СВКА с гексагональной апертурой.

Очевидно, что описать аналитически такую функцию весьма затруднительно. Кроме того, разрывность такой функции может привести к неустойчивости решения обратной задачи востановления изображения по проекциям.

С целью устранения эффектов нерегулярности был разработан метод получения улучшенных изображений – метод фрагментации. Суть метода состоит в том, что при расчете матрицы счетов P , вхо-

дящей в (2), интегрирование поля счетов проводится по фрагментам основной тени элемента маски.

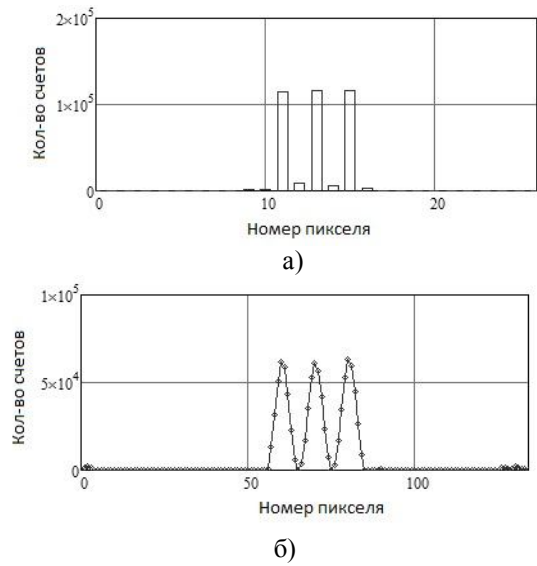


Рисунок 1 – Сечение изображения трех источников при коэффициенте фрагментации: а) $f=1$; б) $f=5$

Схема фрагментации для случая гексагональной маски показана на рис. 2. Для прямоугольных масок с квадратными элементами схема фрагментации очевидна и тривиальна. Заметим, что метод применим только в случае использования непрерывного сцинтилляционного кристалла в качестве ПЧД системы.

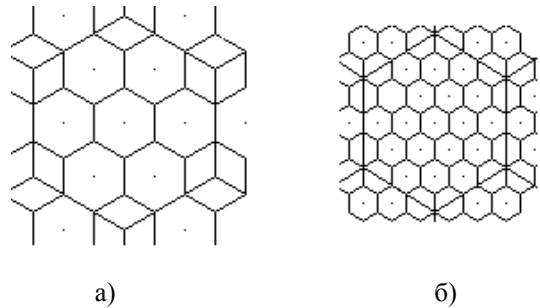


Рисунок 2 – Схема фрагментации элемента тени кодирующей маски:

- а) коэффициент фрагментации $f=3$;
- б) коэффициент фрагментации $f=5$

В результате применения метода фрагментации строка изображения принимает вид, показанный на рис. 1,б. Очевидно, что строка изображения может быть аппроксимирована, например, с помощью сплайнов. Учитывая непременное наличие шумовой составляющей в счетных данных, аппроксимацию строк необходимо выполнять с помощью сглаживающих сплайнов [6].

По условиям работы томографического монитора наблюдения доступны лишь для малого числа направлений, также ограничен и сектор расположения углов. В связи с этим методы реконструкции, использующиеся в медицинской томографии, неэффективны при ограничениях количества ракурсов и их неравномерном распределении в пространстве.

В этом случае методы, обладающие нелинейными свойствами, такие как метод максимума энтропии (МЭ) и итерационные алгоритмы с нелинейными ограничениями, являются более предпочтительными. Метод МЭ использует статистический подход и наиболее эффективен в случае обработки больших массивов данных. По своей природе этот метод предназначен для реконструкции неотрицательных изображений [7]. Практические преимущества метода МЭ заключаются также в том, что он обеспечивает хорошие результаты при реконструкции сложных объектов с высокими градиентами, позволяет использовать малое количество проекций, обеспечивая небольшой уровень неприемлемых артефактов, и требует меньше вычислительных затрат по сравнению с другими итерационными методами реконструкции [8].

Геометрия получения данных при эмиссионной компьютерной томографии показана на рис. 3.

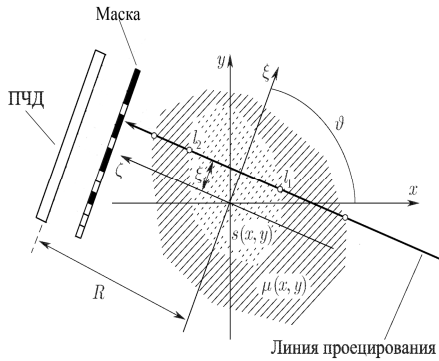


Рисунок 3 – Геометрия ЭКТ

Для каждого элемента строки изображения, полученного в ракурсе наблюдения под углом ϑ , запишем выражение

$$p_j(\xi) = p(\xi, \vartheta_j) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\xi, \zeta) d\zeta. \quad (3)$$

Здесь $p(o, \vartheta_j)$ – проекция вдоль луча o в системе координат (x, y) , повернутой на угол ϑ_j относительно системы (x, y) (рис. 3), $s(x, y)$ – реконструируемое распределение источников излучения в срезе. Функционал энтропии запишем в виде

$$\psi(s) = - \iint_D s(x, y) \ln[s(x, y)A] dx dy. \quad (4)$$

Здесь A – площадь области реконструкции D . Для реконструкции функции распределения источников потребуем максимума энтропии (4) при выполнении условий связи (3). В такой постановке мы имеем оптимизационную задачу на экстремум относительно ограничений. Наиболее подходящим методом решения таких задач является метод множителей Лагранжа. Функцию Лагранжа представим в виде

$$\Psi(s, \Lambda) = - \iint_D s(x, y) \ln[s(x, y)A] dx dy - \sum_j \int \Lambda_j(\xi) \left[p_j(\xi) - \int_{-\infty}^{+\infty} s(\xi, \zeta) d\zeta \right] d\xi, \quad (5)$$

что приводит к задаче на безусловный экстремум функционала. Здесь Λ_j – множитель Лагранжа. После взятия производной по s получаем уравнение (с учетом преобразования координат при повороте)

$$-\ln(sA) - 1 + \sum_j \Lambda_j (x \cos \vartheta_j + y \sin \vartheta_j) = 0. \quad (6)$$

Это уравнение дает решение задачи через множителя Лагранжа

$$s(x, y) = \frac{1}{A} \exp \left[- \left(1 - \sum_j \Lambda_j (x \cos \vartheta_j + y \sin \vartheta_j) \right) \right], \quad (7)$$

где K – число ракурсов наблюдения.

Введем новую функцию, обозначающую элементарные компоненты (7):

$$H_j(\xi) = \exp \left(\Lambda_j(\xi) - \frac{1}{K} \right). \quad (8)$$

Тогда получаем окончательное выражение для искомого распределения источников в слое в виде

$$s(x, y) = \frac{1}{A} \prod_j H_j(x \cos \vartheta_j + y \sin \vartheta_j). \quad (9)$$

Подставив (9) в (3), получим систему уравнений для вычисления функций $H_j(o)$. Решая систему методом Гаусса-Зейделя (для быстрой сходимости), получим итерационную схему

$$H_j^{i+1}(\xi) = \frac{Ap_j(\xi)}{\int d\zeta \prod_{k \neq j} H_k^i(-\zeta \sin \vartheta_{jk} + \xi \cos \vartheta_{jk})}. \quad (10)$$

Здесь $\vartheta_{jk} = \vartheta_j - \vartheta_k$ – угол между основным j -м направлением и переменным k -м.

Обратим внимание на то, что набор координат o в каждом из ракурсов будет определяться пространственным разрешением СВКА (размерностью маски) и применяемым уровнем фрагментации изображения. Кроме того, отсчеты в изображении, полученном СВКА, представляют собой сумму событий регистрации гамма-квантов, пришедших из соответствующего элемента поля зрения, т.е. представляют собой интегральную характеристику поля зрения. Поэтому интеграл в числителе (10) следует заменить суммой:

$$H_j^{i+1}(\xi) = \frac{Ap_j(\xi)}{\sum_n \left(\prod_{k \neq j} H_k^i(-\zeta_n \sin \vartheta_{jk} + \xi \cos \vartheta_{jk}) \right)}. \quad (11)$$

По окончании итераций искомое распределение $s(x,y)$ вычисляется по формуле (9). Учитывая дискретное представление данных измерения проекций, переменную x следует трактовать как индексы соответствующих элементов вектора измерений.

ВЫВОДЫ. Предложенный метод реконструкции пространственных распределений объемных источников гамма-излучения позволяет совместить высокую чувствительность систем визуализации гамма-излучения с кодированными апертурами и методы малоракурсной томографии.

Применение метода фрагментации для улучшения изображений, полученных с помощью кодированных апертур, обеспечивает гладкость изображений и, как следствие, устойчивость решений при реконструкции. Кроме того, обеспечивается возможность получения многоэлементных изображений срезов, сравнимых по разрешению с традиционными изображениями, получаемыми с помощью гамма-камер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Coded Aperture Imaging with Uniformly Redundant Arrays / E.E. Fenimore, T.M. Cannon // *Applied Optics*. – 1978. – Vol. 17, № 3. – PP. 337–347.

CODED APERTURES AND SPARSE TOMOGRAPHY OF GAMMA-RAY EMITTING OBJECTS

V. Plakhotnik, E. Shapran

Detached subdivision Scientific research institute "Iskra" Volodymyr Dahl East Ukrainian national university kvart. Molodezhnyi, 20a, Lugansk, 91034, Ukraine. E-mail: official@iskra.lugansk.ua

Method of the reconstruction of gamma-ray sources three-dimensional spatial distributions with aid of coded aperture gamma-ray imaging system is proposed. Fragmentation method for the improvement of the images obtained by imaging system providing the possibility to reconstruct the smooth images and as a result the solution steadiness at sources spatial distributions reconstruction on the projections is developed. The proposed method enables to obtain the multipixel images that may be compared in resolution with gamma-camera images. The peculiarities of the maximum entropy method use for tomography slices reconstruction on the results of measurements with aid of the gamma-ray imaging system with coded aperture are stated.

Key words: coded apertures, maximum entropy, tomography.

REFERENCES

1. Fenimore, E.E. and Cannon, T.M. (1978), "Coded Aperture Imaging with Uniformly Redundant Arrays", *Applied Optics*, vol. 17, no. 3., pp. 337–347.
2. Dean, A.J. (1984), "Imaging Systems for Low Energy γ -Ray Astronomy", *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, vol. A221, pp. 265–277.
3. Cannon, T.M. and Fenimore, E.E. (1979), "Tomographical Imaging Using Uniformly Redundant Arrays", *Applied Optics*, vol.18, no.7, pp.1052–1057.
4. Tereshchenko, S.A. (2004), *Metody vychislitel'noi tomografii* [Methods of Computational Tomography], FIZMATLIT, Moscow, Russia
5. Plakhotnik, V.Yu. (2011), "Tomography Information Reconstruction in Gamma-Ray Imaging

2. Imaging Systems for Low Energy γ -Ray Astronomy / A.J. Dean // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*. – 1984. – Vol. A221. – PP. 265–277.

3. Tomographical Imaging Using Uniformly Redundant Arrays / T.M. Cannon, E.E. Fenimore // *Applied Optics*. – 1979. – Vol. 18, № 7. – PP. 1052–1057.

4. Терещенко С.А. Методы вычислительной томографии. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.

5. Плахотник В.Ю. Восстановление томографической информации в системах визуализации гамма-излучения с кодированными апертурами // *Искусственный интеллект*. – 2011. – № 4. – С. 214–218.

6. Кривые и поверхности на экране компьютера. Руководство по сплайнам для пользователей / Шикин Е.В, Плис А.И. – М.: Диалог-МИФИ, 1996. – 240 с.

7. Теребиж В.Ю. Введение в статистическую теорию обратных задач. – М.: Физматлит, 2005. – 376 с.

8. Филонин О.В. Общий курс компьютерной томографии. – Самара: Самарский научный центр РАН, 2012. – 407 с.

Systems with Coded Apertures", *Iskusstviennyi inteli* *likt*, no. 4, pp. 214–218.

6. Shikin, E.V. and Plis, A.I. (1996), *Krivyie i povierkhnosti na ekranie kompiutiera. Rukovodstvo po splainam dlia polzovatel'ia* [Curves and Surfaces on the Computer Screen. Manual on the Splines for Users], Dialog-MIFI, Moscow, Russia

7. Terebizh, V.Yu. (2005), *Vviedeniie v statistichieskuiu teoriiu obratnykh zadach* [Introduction into Statistical Theory of the Inverse Problems], FIZMATLIT, Moscow, Russia

8. Filonin, O.V. (2012), *Obshchiiy kurs kompiutier'noi tomografii* [General Course of the Computer Tomography], Samara Research Center of Russian Academy of Sciences, Samara, Russia.

Стаття надійшла 22.05.2014.