УДК 621.313.323

## ДИНАМІКА ДВОМАСОВОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ З ПРИВОДОМ ВІД МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНОГО ЛІНІЙНОГО ДВИГУНА

### Р. П. Бондар

Київський національний університет будівництва і архітектури

просп. Повітрофлотський, 31, м. Київ, 03680, Україна. E-mail: rpbondar@gmail.com

Розглянуто двомасову вібраційну систему з приводом від магнітоелектричного лінійного двигуна зворотнопоступального руху. Коливальна система розглядається в лінійній постановці, при цьому параметри навантаження враховуються як еквівалентні коефіцієнти жорсткості та в'язкого тертя. Шляхом лінеаризації рівнянь динаміки отримано розрахункові вирази для основних характеристик вібратора (амплітуди коливань, ККД, потужностей, коефіцієнту потужності) залежно від режиму його роботи. На підставі отриманих виразів досліджено залежності зазначених характеристик від частоти. Для забезпечення високого значення коефіцієнту потужності лінійного двигуна, електричний реактивний опір має компенсуватись механічним реактивним опором, причому останній залежить як від параметрів двигуна, так і параметрів навантаження, а також від робочої частоти. Результати роботи можуть бути використані для визначення ефективних режимів роботи двомасових вібраційних пристроїв з лінійним приводом і побудови систем їх керування.

Ключові слова: лінійний двигун, вібратор, енергетичні характеристики.

#### ДИНАМИКА ДВУХМАССОВОЙ ВИБРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ПРИВОДОМ ОТ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЛИНЕЙНОГО ДВИГАТЕЛЯ

#### Р. П. Бондар

Киевский национальный университет строительства и архитектуры

просп. Воздухофлотский, 31, г. Киев, 03680, Украина. E-mail: rpbondar@gmail.com

Рассмотрена двухмассовая вибрационная система с приводом от магнитоэлектрического линейного двигателя возвратно-поступательного движения. Колебательная система рассматривается в линейной постановке, при этом параметры нагрузки учитываются как эквивалентные коэффициенты жесткости и вязкого трения. Путем линеаризации уравнений динамики получены расчетные выражения для основных характеристик вибратора (амплитуды колебаний, КПД, мощностей, коэффициента мощности) в зависимости от режима его работы. На основании полученных выражений исследованы зависимости указанных характеристик от частоты. Для обеспечения высокого значения коэффициента мощности линейного двигателя электрическое реактивное сопротивление должно компенсироваться механическим реактивным сопротивлением, причем последнее зависит как от параметров двигателя, так и параметров нагрузки, а также от рабочей частоты. Результаты работы могут быть использованы для определения эффективных режимов работы двухмассовых вибрационных устройств с линейным приводом и построения систем их управления.

Ключевые слова: линейный двигатель, вибратор, энергетические характеристики.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Вібраційні технології є основою багатьох сучасних технологічних процесів, пов'язаних із переміщенням та обробкою матеріалів, ущільненням, сортуванням, гранулюванням тощо. Багато типів вібраційних пристроїв можна розглядати як двомасові. До таких систем можна віднести, наприклад, машини для ущільнення, віброформування, віброзанурення, вібропереміщення тощо.

Зазвичай для реалізації коливального руху застосовуються обертові двигуни з відповідними механічними передачами. Невисока ефективність обертових приводів зумовлена значними механічними втратами в передавальних пристроях, а недостатня надійність – динамічними перевантаженнями в передачах і недовговічністю застосовуваних у них типових серій асинхронних двигунів [1].

Застосування вібраційних пристроїв з приводом від лінійних двигунів (ЛД) дозволяє зменшити механічні втрати, забезпечує можливість регулювання частоти та амплітуди коливань.

Розрахункам і дослідженням характеристик коливальних систем із приводом від ЛД присвячено низку праць [2–8]. У [2] шляхом лінеаризації рівнянь динаміки отримано аналітичні розрахункові вирази для основних енергетичних характеристик вібратора залежно від режиму його роботи. Досить грунтовно розроблялись чисельні моделі як одномасових [4, 5], так і багатомасових [6, 7] коливальних систем з приводом від магнітоелектричних ЛД. У [8] розглянуто двомасовий вібраційний конвеєр з електромагнітним приводом при різних режимах керування (фазовим і широтно-імпульсним).

Побудова відповідної комп'ютерної моделі передбачає низку операцій з розробки геометрії, розрахунку магнітного поля, отримання параметрів обмоток, і вже потім, на основі комп'ютерного моделювання можливо отримати потрібні характеристики. Внаслідок певної трудомісткості цього процесу, видається більш доцільним володіти хоча б орієнтовно інформацією про ті чи інші характеристики вже на попередньому етапі проектування. Потім, шляхом вирішення чисельних моделей, провести їх уточнення та деталізацію. Наведений підхід є ефективним з точки зору зменшення загального часу моделювання.

Метою даної роботи є визначення розрахункових залежностей для основних характеристик двомасової електромеханічної системи з приводом від магнітоелектричного ЛД.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Для досягнення поставленої мети проведено лінеаризацію рівнянь динаміки системи та досліджено залежність отриманих характеристик від частоти.

Математична модель двомасової вібраційної системи з приводом від магнітоелектричного лінійного двигуна. Модель вібраційного пристрою, показана на рис. 1,а, містить статор ЛД 1, жорстко прикріплений до робочого органу 2. Якір ЛД 3 коливається під дією електромагнітної сили  $F_e(t)$  відносно статора на пружинах 4.





а

Рисунок 1 – Еквівалентна механічна (а) та електрична (б) схеми вібратора

Для запису рівнянь, що описують електромеханічну систему з двома коливальними масами, будемо вважати:

переміщення коливальних мас відбувається по одній осі – x;

коливальні маси є абсолютно жорсткими тілами; нелінійність пружних елементів нехтується;

дисипативні сили наведені еквівалентними коефіцієнтами в'язкого тертя;

система знаходиться в положенні механічної рівноваги, коли існує статична рівновага між силою тяжіння та силами пружності;

якір знаходиться в положенні, коли кожний полюс якоря розміщується посередині між двома полюсами обмотки статора (положення, за якого потокозчеплення зумовлене полем магнітів якоря дорівнює нулю).

Рівняння, що описують поведінку системи, за вказаних вище припущень, можуть бути записані в наступному вигляді:

$$u = iR_{s} + \frac{d\Psi(i,x)}{dt};$$

$$m_{a}\frac{d^{2}x_{a}}{dt^{2}} = F_{e}(t) - k_{v}x - b_{v}\frac{dx}{dt};$$

$$m_{b}\frac{d^{2}x_{b}}{dt^{2}} = -F_{e}(t) + k_{v}x + b_{v}\frac{dx}{dt} - k_{b}x_{b} - b_{b}\frac{dx_{b}}{dt},$$

$$(1)$$

де u – напруга живлення; i – струм статора;  $R_s$  – активний опір обмотки статора;  $\Psi(i_x)$  – потокозчеплення обмотки залежно від струму статора i та положення якоря x;  $m_a$  – маса якоря;  $x_a$  – переміщення якоря;  $F_e(t)$  – електромагнітна сила ЛД;  $k_v$  – коефіцієнт жорсткості пружин вібратора;  $x = x_a - x_b$  – переміщення якоря відносно статора (рис. 1,а);  $x_b$  – переміщення робочого органу;  $b_v$  – коефіцієнт в'язкого

тертя вібратора;  $m_b$  – маса робочого органу;  $k_b$  – жорсткість пружин робочого органу;  $b_b$  – коефіцієнт в'язкого тертя навантаження.

Перше рівняння системи (1) – рівняння балансу напруг обмотки ЛД і є нелінійним. Для запису рівняння в лінійному наближенні вважатимемо, що коливання якоря відбуваються в межах полюсної поділки  $X_m < \tau/2$ , напруга джерела живлення та струм ЛД є синусоїдними. Параметри машини є сталими і не залежать від режиму роботи. Електрична схема заміщення (рис. 1,6) приведена послідовно з'єднаними резистором  $R_s$ , індуктивністю L та джерелом ЕРС e, що моделюють відповідно активний опір обмотки статора, індуктивність обмотки статора та індуковану якорем ЕРС.

Для ненасиченої машини із постійними параметрами рівняння балансу напруг в обмотці статора, у випадку неявнополюсного якоря, запишеться в наступному вигляді

$$u = iR_s + \frac{d\Psi(i,x)}{dt} = iR_s + \frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} + L\frac{di}{dt}, \quad (2)$$

де  $\Psi(i,x) = \Psi_{pm}(x) + Li$  – потокозчеплення обмотки;  $\Psi_{pm}(x)$  – залежність потокозчеплення, що створюється постійними магнітами, від положення якоря x (переміщення якоря відносно статора); dx/dt = v –

швидкість якоря; L – індуктивність обмотки.

Тоді, миттєве значення потужності ЛД визначиться виразом

$$p_1 = ui = i^2 R_s + \frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx}vi + L\frac{di}{dt}i.$$
 (3)

У рівнянні (3) доданок  $i^2 R_s$  визначає втрати потужності на активному опорі обмотки статора. Останній доданок визначає наведену внаслідок зміни струму ЕРС. Вона не виконує корисної роботи й її потужність  $L \frac{di}{dt}i$  витрачається на збільшення енергії магнітного поля при зростанні струму, а при зменшенні струму перетворюється в електричну енергію і віддається (за винятком втрат) в мережу. Доданок  $\frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx}vi$  становить потужність, яка передається через повітряний проміжок, тобто електромагнітну потужність  $P_e$ . Звідси, отримаємо вираз для електромагнітної сили у вигляді

$$F_e = \frac{P_e}{v} = \frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx}i.$$
 (4)

Якщо прийняти за початок координат положення, відносно якого здійснюються коливання якоря (положення, за якого потокозчеплення від поля магнітів дорівнює нулю), то залежність потокозчеплення, зумовленого полем постійних магнітів, від положення якоря ЛД можна виразити у вигляді [5]

$$\Psi_{pm}(x) = \Psi_m \sin\left(\frac{\pi}{\tau}x\right),\tag{5}$$

де  $\Psi_m$  – амплітудне значення потокозчеплення; т – полюсна поділка.

Тоді миттєве значення електромагнітної сили запишеться:

$$F_e = \frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx}i = \frac{\Psi_m \pi}{\tau} \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x\right)i, \qquad (6)$$

де  $\Psi_m \pi / _{\tau} = K_F$  – коефіцієнт електромагнітної сили.

Вважатимемо, що котушки обмотки статора ЛД з'єднані послідовно. Тоді коефіцієнт електромагнітної сили  $K_F$  дорівнює коефіцієнту ЕРС  $K_E$ , й система (1) може бути записана в лінійному наближенні:

$$u = iR_{s} + L\frac{di}{dt} + K_{E}v;$$

$$m_{a}\frac{d^{2}x_{a}}{dt^{2}} = K_{F}i - k_{v}x - b_{v}\frac{dx}{dt};$$

$$m_{b}\frac{d^{2}x_{b}}{dt^{2}} = -K_{F}i + k_{v}x + b_{v}\frac{dx}{dt} - k_{b}x_{b} - b_{b}\frac{dx_{b}}{dt}.$$

$$(7)$$

Система (7) є системою лінійних диференційних рівнянь з постійними коефіцієнтами і може бути записана у комплексній формі:

$$\underbrace{\underline{U} = \underline{I}(R_s + j\omega L) + j\omega \underline{X}K_E;}_{-m_a \omega^2 \underline{X} - m_a \omega^2 \underline{X}_b = K_F \underline{I} - k_v \underline{X} - j\omega b_v \underline{X};}_{-m_b \omega^2 \underline{X}_b = -K_F \underline{I} + k_v \underline{X} + j\omega b_v \underline{X} - k_b \underline{X}_b - j\omega b_b \underline{X}_b,}, (8)$$

де  $\omega$  – кутова частота напруги джерела живлення, що дорівнює частоті коливань якоря.

Визначивши з другого рівняння системи (8) X і підставивши в третє, отримаємо

$$\underline{X}_b = \frac{K_F \underline{I} m_a \omega^2}{C_1 + jC_2},$$

$$\underline{R}e$$

$$C_1 = m_a m_b \omega^4 - m_b \omega^2 k_v - m_a \omega^2 k_b + k_b k_v - \omega^2 b_b b_v - m_a \omega^2 k_v; C_2 = -\omega^3 b_v m_a - b_v m_b \omega^3 + \omega b_v k_b - b_b m_a \omega^3 + \omega b_b k_v.$$

Розділивши дійсну та уявну частини комплексного переміщення, матимемо

$$\underline{X}_{b} = \frac{K_{F}\underline{I}m_{a}\omega^{2}C_{1}}{C_{1}^{2} + C_{2}^{2}} - \frac{jK_{F}\underline{I}m_{a}\omega^{2}C_{2}}{C_{1}^{2} + C_{2}^{2}}$$

З останнього виразу, прийнявши початкову фазу струму рівною нулю, визначимо амплітуду переміщення робочого органу

$$X_{bm} = \frac{K_F I_m m_a \omega^2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \,. \tag{9}$$

Розрахована згідно з виразом (9) амплітудочастотна характеристика переміщення робочого органу показана на рис. 2. Параметри двомасової вібраційної системи та ЛД відповідають наведеним у табл. 1. Діюче значення струму ЛД становить 35А.

По вісі абсцис відкладено відносну частоту –  $\omega/\omega_0$ , де  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_v}{m_a}}$  (характеристики наведено

для випадку, коли  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_v}{m_a}} \approx \sqrt{\frac{k_b}{m_b}}$ ). Амплітуда коливань приведена у відносних одиницях  $X_{*bm} = \frac{X_{bm}}{X_b}$ , де  $X_{bm}$  – амплітуда коливань, що відповідає певному значенню частоти,  $X_b = \frac{\tau}{2}$  – базисна амплітуда.



Рисунок 2 – Амплітудо-частотні характеристики двомасової вібраційної системи

Таблиця 1 – Параметри вібраційної системи

Маса якоря ЛД <i>m</i> <sub>a</sub> , кг	55
Маса навантаження $m_b$ , кг	1500
Коефіцієнт в'язкого тертя	
вібратора $b_v$ , кг/с	250
Коефіцієнт в'язкого тертя	
навантаження $b_b$ , кг/с	2300
Коефіцієнт жорсткості пружин	
вібратора $k_v$ , Н·м	$78,41 \cdot 10^4$
Коефіцієнт жорсткості пружин	_
робочого органу $k_b$ , Н·м	$2,14 \cdot 10^7$
Амплітуда електромагнітної сили	
$F_{em}$ , H	1190
Коефіцієнт електромагнітної	
сили ЛД К <sub>F</sub>	24
Полюсна поділка ЛД т. м	0.07

Визначивши з третього рівняння системи (8)  $\underline{X}_b$  і підставивши в друге, маємо

$$\underline{X} = \frac{-K_F \underline{I} m_b \omega^2 + K_F \underline{I} k_b + j \omega b_b K_F \underline{I} - K_F \underline{I} m_a \omega^2}{C_1 + j C_2}$$

Відокремлюючи дійсну та уявну частини комплексного переміщення, отримаємо

$$\underline{X} = \frac{K_F \underline{I} \Big( C_1 \Big( -m_b \omega^2 + k_b - m_a \omega^2 \Big) + C_2 \omega b_b \Big)}{C_1^2 + C_2^2} + \frac{j K_F \underline{I} \Big( C_2 \Big( m_b \omega^2 - k_b + m_a \omega^2 \Big) + C_1 \omega b_b \Big)}{C_1^2 + C_2^2}.$$

З останнього виразу, прийнявши початкову фазу струму рівною нулю, визначимо відносну амплітуду переміщення якоря (переміщення якоря відносно статора) ЛД:

Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. Випуск 4/2014 (87).

+

$$X_{m} = \frac{K_{F}I_{m}\sqrt{(C_{1}C_{3} + C_{2}\omega b_{b})^{2} + (-C_{2}C_{3} + C_{1}\omega b_{b})^{2}}}{C_{1}^{2} + C_{2}^{2}}, (10)$$
  
ge  $C_{3} = -m_{b}\omega^{2} + k_{b} - m_{a}\omega^{2}.$ 

Амплітудо-частотна характеристика переміщення якоря, розрахована згідно рівняння (10), показана на рис. 2.

З другого та третього рівнянь системи (8) визначимо  $j\omega X$ :

$$j\omega \underline{X} = \frac{K_F \underline{I} \Big( C_2 \Big( -m_b \omega^3 + \omega k_b - m_a \omega^3 \Big) - \omega^2 b_b C_1 \Big)}{C_1^2 + C_2^2} + \frac{j K_F \underline{I} \Big( C_1 \Big( -m_b \omega^3 + \omega k_b - m_a \omega^3 \Big) + \omega^2 b_b C_2 \Big)}{C_1^2 + C_2^2}.$$

Підставивши отриманий вираз у перше рівняння системи (8), маємо

$$\underline{U} = \underline{I} \left( R_s + j\omega L + \frac{K_F K_E \left( \omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1 \right)}{C_1^2 + C_2^2} + \frac{j K_F K_E \left( \omega C_1 C_3 + \omega^2 b_b C_2 \right)}{C_1^2 + C_2^2} \right).$$

З даного рівняння слідує, що повний опір системи має електричну  $\underline{Z}_e = R_s + j\omega L$  та механічну

$$\underline{Z}_{mec} = R_{mec} + X_{mec} = \frac{K_F K_E \left( \omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1 \right)}{C_1^2 + C_2^2} + \frac{j K_F K_E \left( \omega C_1 C_3 + \omega^2 b_b C_2 \right)}{C_1^2 + C_2^2}$$
(11)

складові.

Після визначення опорів коефіцієнт потужності ЛД дорівнює

$$PF_{e} = \frac{R_{s} + R_{mec}}{\sqrt{(R_{s} + R_{mec})^{2} + (X_{e} + X_{mec})^{2}}}, \quad (12)$$

де  $X_e = \omega L$ . Умова електричного резонансу в такій системі запишеться як

$$X_{e} = \omega L = X_{mec} = \frac{K_{F}K_{E} \left( \omega C_{1}C_{3} + \omega^{2}b_{b}C_{2} \right)}{C_{1}^{2} + C_{2}^{2}}$$

На рис. З показано залежності механічних опорів  $R_{mec}$ ,  $X_{mec}$ , розрахованих за виразом (11), від частоти. Там же показано залежність електричного реактивного опору  $X_e = \omega L$ .

Як видно з наведеного рисунку, механічний реактивний опір має дві ділянки, що мають індуктивний характер, та дві ділянки – з ємнісним опором. При цьому перехід від індуктивного опору до ємнісного відбувається на частотах механічного резонансу. Звідси слідує те, що залежно від значень механічних та електричних опорів, в такій системі може спостерігатись до чотирьох електричних резонансів. Це ілюструє наступний рисунок – 4, на якому показано залежність коефіцієнту потужності, розрахованого за виразом (12), від частоти.



Рисунок 3 – Залежність опорів ЛД від частоти



та ККД системи

Механічна потужність ЛД може бути визначена на підставі відомого виразу

$$P_{mec} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} F_e(t) v(t) dt$$

де *T* – період коливань.

Оскільки в прийнятій моделі й електромагнітна сила, і швидкість якоря є гармонічними функціями, то, використовуючи аналогію з синусоїдними електричними колами, можна записати

$$P_{mec} = F_e V \cos \theta^*$$
,

де  $F_e, V$  – середньоквадратичні (ефективні) значення відповідно електромагнітної сили та швидкості якоря;  $\theta^* = \theta$ –90 – кут фазового зсуву між електромагнітною силою та швидкістю;  $\theta$  – фазовий кут коливань (кут між переміщенням та електромагнітною силою).

Враховуючи, що 
$$V = \frac{E}{K_E} = \frac{IZ_{mec}}{K_E}$$
, а  $F_e = K_F I$  (тут  $E$  – діюче значення ЕРС якоря), і ви-  
користовуючи поняття трикутника механічного

користовуючи поняття трикутника механічного опору, як це прийнято в електротехніці (звідки  $R_{mec} = Z_{mec} \cos \theta^*$ ), можемо записати

Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. Випуск 4/2014 (87).

$$P_{mec} = \frac{K_F}{K_E} I^2 R_{mec} = \frac{K_F^2 I^2 \left(\omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1\right)}{C_1^2 + C_2^2}, \quad (13)$$

де 
$$R_{mec} = \frac{K_F K_E \left( \omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1 \right)}{C_1^2 + C_2^2}$$
 – активна

складова механічного опору з виразу (11). З того ж рівняння

$$Z_{mec} = \sqrt{R_{mec}^2 + X_{mec}^2} = \frac{K_F K_E \sqrt{\left(\omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1\right)^2 + \left(\omega C_1 C_3 + \omega^2 b_b C_2\right)^2}}{C_1^2 + C_2^2}$$

Вираз (10) для відносної амплітуди коливань якоря отримано за умови, що струм I = const. Амплітуда коливань при U = const може бути визначена з врахуванням того, що

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R_s + R_{mec})^2 + (X_e + X_{mec})^2}} .$$
(14)

Тоді,

$$X_{m} = \frac{E}{K_{E}\omega} = \frac{I_{m}Z_{mec}}{K_{E}\omega} =$$

$$= \frac{U_{m}Z_{mec}}{K_{E}\omega\sqrt{(R_{s} + R_{mec})^{2} + (X_{e} + X_{mec})^{2}}}.$$
(15)

Амплітудо-частотна характеристика для цього режиму показана на рис. 5. Як видно з рисунку, дві частоти амплітудних резонансів мають більші значення порівняно з випадком I = const. Це пояснюється зменшенням сумарного реактивного опору системи на цих частотах та як наслідок зростання струму (див. рис. 5), а отже й амплітуди. Оскільки діюче значення струму ЛД суттєво залежить від частоти, то такий режим роботи може застосовуватись у незначних межах зміни частоти та параметрів навантаження.



Рисунок 5 – Амплітудо-частотна характеристика та струм для випадку U = const

У прийнятій розрахунковій моделі ЛД активна потужність споживання енергії  $P_1$  є сумою механічної потужності  $P_{mec}$  та потужності електричних втрат  $\Delta P_e = I^2 R_s$ :

$$P_{1} = P_{mec} + \Delta P_{e} = \frac{K_{F}^{2} I^{2} \left( \omega C_{2} C_{3} - \omega^{2} b_{b} C_{1} \right)}{C_{1}^{2} + C_{2}^{2}} + I^{2} R_{s}$$

Корисна потужність  $P_2$  менша за механічну на значення потужності механічних втрат  $\Delta P_{mec}$ , тобто  $P_2 = P_{mec} - \Delta P_{mec}$ . Потужність механічних втрат

(втрат на в'язке тертя у вібраторі) для синусоїдних переміщення та швидкості визначиться

$$\Delta P_{mec} = \frac{b_v}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} v^2 dt = \frac{b_v \omega^2 X_m^2}{2}, \qquad (16)$$

де  $b_v$  – втрати на в'язке тертя вібратора. Підставивши (10) у (16), вираз для потужності механічних втрат набере вигляду

$$\Delta P_{mec} = K_F^2 I^2 b_v \omega^2 \times \frac{\left( (C_1 C_3 + C_2 \omega b_b)^2 + (-C_2 C_3 + C_1 \omega b_b)^2 \right)}{(C_1^2 + C_2^2)^2}$$

Тоді, корисна потужність дорівнюватиме

$$P_{2} = \frac{K_{F}^{2}I^{2}(\omega C_{2}C_{3} - \omega^{2}b_{b}C_{1})}{C_{1}^{2} + C_{2}^{2}} - \frac{K_{F}^{2}I^{2}b_{\nu}\omega^{2}((C_{1}C_{3} + C_{2}\omega b_{b})^{2} + (-C_{2}C_{3} + C_{1}\omega b_{b})^{2})}{(C_{1}^{2} + C_{2}^{2})^{2}},$$

а ККД вібратора визначиться виразом

$$\eta = \frac{K_F^2 \left( \omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1 \right) \left( C_1^2 + C_2^2 \right)}{\left( K_F^2 \left( \omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1 \right) + R_s \left( C_1^2 + C_2^2 \right) \right) \left( C_1^2 + C_2^2 \right)} - \frac{K_F^2 b_v \omega^2 \left( \left( C_1 C_3 + C_2 \omega b_b \right)^2 + \left( -C_2 C_3 + C_1 \omega b_b \right)^2 \right)}{\left( K_F^2 \left( \omega C_2 C_3 - \omega^2 b_b C_1 \right) + R_s \left( C_1^2 + C_2^2 \right) \right) \left( C_1^2 + C_2^2 \right)}.$$
(17)

Залежність ККД від частоти, розрахована згідно із (17), показана на рис. 4.

На рис. 6 наведено залежності електричних потужностей: корисної  $P_2$ , потужності споживання  $P_1$ та реактивної потужності  $Q_1$  ЛД.



Рисунок 6 – Потужності ЛД

Як видно з рисунку, залежність реактивної потужності ЛД від частоти (при зазначених параметрах електромеханічної системи) має дві ділянки з ємнісним характером потужності. Максимальні значення потужності споживання та корисної потужності мають місце на частотах механічного резонансу. Це пояснюється зростанням індукованої ЕРС, унаслідок збільшення швидкості та, як наслідок, збільшення напруги живлення для підтримання сталого значення струму.

ВИСНОВКИ. На підставі розробленої моделі отримано аналітичні вирази, що описують динаміку двомасової вібраційної системи з приводом від лінійного магнітоелектричного двигуна зворотнопоступального руху.

Виявлено, що досліджувана електромеханічна система має дві частоти механічного резонансу (коли спостерігається максимальне значення амплітуди) та може мати до чотирьох частот електричного резонансу (коли фази напруги та струму співпадають). Для забезпечення високого значення коефіцієнту потужності, електричний реактивний опір має компенсуватись механічним реактивним опором. При цьому останній залежить як від параметрів двигуна, так і від параметрів навантаження (11), а також від робочої частоти.

Як свідчить проведений аналіз, режим роботи, коли струм ЛД I = const, може застосовуватись в широкому діапазоні зміни робочої частоти і є більш універсальним, оскільки забезпечує захист двигуна від перевантажень. Натомість, режим роботи коли U= const може застосовуватись у незначних межах зміни частоти та навантаження.

Результати роботи можуть бути використані для визначення ефективних режимів роботи двомасових вібраційних пристроїв із лінійним приводом і побудови систем їх керування.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Черняев В.И. Вибромолоты и вибропогружатели с виброударостойкими электродвигателями // Исследование вибрационного и виброударного погружения свай: сбор. статей; под ред. Головачева А.С. – М.: Транспорт, 1968. – С. 5–15.

2. Бондар Р.П., Голенков Г.М., Литвин О.Ю., Подольцев О. Д. Моделювання енергетичних характеристик вібратора з лінійним електричним приводом // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2013. – № 2. – С. 66–74.

3. Yu Ming-hu, Ye Yun-yue, Lu Qin-fen, Xia Yongming. A Study on Power Factor of Linear Oscillatory Motor with Two Separated Stators // Electrical Machines and Systems, ICEMS, 2009, pp. 1–5.

4. Голенков Г.М., Бондар Р.П., Макогон С.А., Богаєнко М.В., Попков В.С. Моделювання роботи електричного вібратора з коаксіально-лінійним індукційним двигуном при різних законах регулювання // Технічна електродинаміка. – 2007. – № 2. – С. 54–59.

5. Бондар Р.П. Електромеханічні характеристики коаксіально-лінійного синхронного вібратора установки для безтраншейної проходки горизонтальних свердловин // Технічна електродинаміка. — 2008. — № 2. — С. 31–35.

6. Бондар Р.П., Голенков Г.М., Подольцев О.Д. Моделювання робочих характеристик віброзанурювача з лінійним електроприводом в пакеті Matlab/Simulink // Електротехніка і електромеханіка. – 2010. – № 6. – С. 13–17.

7. Бєлікова Ю.О., Бондар Р.П., Голенков Г.М., Подольцев О.Д. Моделювання коливального руху віброплощадки для ущільнення бетонної суміші з лінійним магнітоелектричним двигуном // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 4. – С. 16–20.

8. Despotovic Z.V., Stojiljkovic Z. Power Converter Control Circuits for Two-Mass Vibratory Conveying System With Electromagnetic Drive: Simulation and Experimental Results // IEEE Trans. On Ind. Electr. – 2007. – Vol. 54, no. 1. – PP. 453–466.

# DYNAMICS OF TWO-MASS VIBRATIONAL SYSTEM WITH PERMANENT-MAGNET LINEAR DRIVE R. Bondar

Kyiv National University of Construction and Architecture

prosp. Povitroflotsky, 31, Kyiv, 03680, Ukraine. E-mail: rpbondar@gmail.com

The two-mass vibrational system with the permanent-magnet linear oscillatory motor drive is observed. The vibrating system is observed in linear approach, thus load parameters are considered as the equivalent stiffness and viscous friction coefficients. By linearization of dynamic equations, the basic calculation expressions of the vibrator (amplitudes of oscillation, efficiency, powers, and a power factor) depending on a regime of its operation are gained. With help of the gained expressions, dependences of the specified performances from frequency are investigated. To reach high value of a power factor of the linear motor, electrical reactance should be compensated by mechanical one. And the last depends both on motor parameters, and from load parameters, and also from an operating frequency. Results of work can be used for finding of effective operation modes of two-mass vibrational devices with linear drive and build-up of their control systems.

Key words: linear motor, vibrator, power characteristics.

#### REFERENCES

1. Chemiaev, V.I. (1968), "Vibratory hammers and vibratory drivers with vibration-proof electric motors", *Probe of vibrational and vibroimpact dipping of piles*, pp. 5–15, Moscow, Russia.

2. Bondar, R.P., Golenkov, G.M., Lytvun, A.Yu., and Podoltsev, A.D. (2013), "Modeling of power characteristics of the vibrator with a linear electric drive", *Electromechanichni i energozberigayuchi systemy*, no. 2(22), pp. 66– 74.

3. Yu Ming-hu, Ye Yun-yue, Lu Qin-fen, and Xia Yong-ming (2009), "A Study on Power Factor of Linear Oscillatory Motor with Two Separated Stators", *Electrical Machines and Systems*, ICEMS, pp. 1–5.

*Machines and Systems*, ICEMS, pp. 1–5. 4. Golenkov, G.M., Bondar, R.P., Makogon, S.A., Bogaenko, M.V., and Popkov, V.S. (2007), "Modelling of work of the electric vibrator with tubular linear induction motor at various laws of regulation", *Tekhnichna elektrodynamika*, no. 2, pp. 54–59. ristics of tubular linear synchronous vibrator of trenchless pipelayer", *Tekhnichna elektrodynamika*, no. 2, pp. 31–35. 6. Bondar, R.P., Golenkov, G.M., and Podoltsev, A.D.

6. Bondar, R.P., Golenkov, G.M., and Podolisev, A.D. (2010), "Modeling of working characteristics of vibratory driver with the linear electric drive in Matlab/simulink software", *Elektrotehnika i electromehanika*, no. 6, pp. 13–17.

7. Belikova, Y.O., Bondar, R.P., Golenkov, G.M. and Podoltsev, A.D. (2011), "Modeling of vibration of platform for compression of concrete with linear electrical permanent magnet motor", *Elektrotehnika i electromehanika*, no. 4, pp. 16–20.

<sup>8</sup>. Despotovic Z.V. and Stojiljkovic Z. (2007), "Power Converter Control Circuits for Two-Mass Vibratory Conveying System with Electromagnetic Drive: Simulation and Experimental Results", *IEEE Trans. On Ind. Electr.*, vol. 54, no. 1, pp. 453–466.

5. Bondar, R.P. (2008), "Electromechanical characte-

Стаття надійшла 02.07.2014.

Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. Випуск 4/2014 (87).