

УДК 621.383.8: 612.16:616.13

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПУЛЬСОВОГО СИГНАЛУ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ІНФОРМАТИВНОСТІ СИСТЕМ ДІАГНОСТИКИ СТАНУ СУДИН ЛЮДИНИ**Л. В. Хвостівська, Б. І. Яворський**Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
вул. Руська, 56, м. Тернопіль, 46001, Україна. E-mail: hvostivska@ukr.net

Проаналізовано характеристики пульсового сигналу судин людини з позицій детермінованого та стохастичного (методами теорії стаціонарних випадкових процесів) підходів. Отримані методами гармонічного аналізу у рамках детермінованого підходу результати підтвердили, що амплітудні спектри пульсового сигналу є мінливими, тобто містять випадкову складову. Розглядаючи сигнал у рамках стаціонарної моделі, помічено, що функції густини розподілу трансформуються в часі, а кореляційна функція пульсового сигналу є періодичною. Враховуючи результати аналізу та механізм породження пульсового сигналу обґрунтовано вибір його математичної моделі у вигляді періодично корельованого випадкового процесу для задачі своєчасної (ранньої) діагностики стану судин людини. Для аналізу властивостей пульсового сигналу використано пакет прикладних програм MATLAB.

Ключові слова: пульсовий сигнал, фазово-часова структура, математична модель, періодично корельований випадковий процес, Matlab.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПУЛЬСОВОЙ СИГНАЛА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ИНФОРМАТИВНОСТИ СИСТЕМ ДИАГНОСТИКИ СОСТОЯНИЯ СОСУДОВ ЧЕЛОВЕКА**Л. В. Хвостивская, Б. И. Яворский**Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя
ул. Русская, 20, г. Тернополь, 46001, Украина. E-mail: hvostivska@ukr.net

Проанализированы характеристики пульсового сигнала сосудов человека с позиций детерминированного и стохастического (методами теории стационарных случайных процессов) подходов. Полученные методами гармонического анализа в рамках детерминированного подхода результаты подтвердили, что амплитудные спектры пульсового сигнала являются изменчивыми, то есть содержат случайную составляющую. Рассматривая сигнал в рамках стационарной модели, замечено, что функции плотности распределения трансформируются во времени, а корреляционная функция пульсового сигнала является периодической. Учитывая результаты анализа и механизм порождения пульсового сигнала, обоснован выбор его математической модели в виде периодически коррелированного случайного процесса для задачи своевременной (ранней) диагностики состояния сосудов человека. Для анализа свойств пульсового сигнала использован пакет прикладных программ MATLAB.

Ключевые слова: пульсовой сигнал, фазово-временная структура, математическая модель, периодически коррелированный случайный процесс, Matlab.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. За даними ВОЗ, всесвітньої федерації серця і всесвітньої організації інфаркту (станом на кінець 2014 р.) у всьому світі смертність від серцево-судинних захворювань (ССЗ) займає перше місце (31 % від усіх захворювань), про що і свідчать високі показники розподілу смертності від ССЗ як для чоловіків так і жінок [1]. В розподілі захворювань ССС, які є першопричинами смертності людей, значна частка належить інсультам (29 % та 33%) та інфарктам (45 % та 37 %) в основі яких лежить такий патологічний процес як змінна еластичності судин, що зумовлена змінною їх ригідності (жорсткості).

Тому основною проблемою сучасної кардіології є задача зменшення статистики смертності від ССЗ (ригідність (зміна еластичності) судин, атеросклероз, варикоз і т.д.) шляхом своєчасного діагностування захворювання із використанням діагностичних систем та запобігання розвитку хвороби ефективним лікуванням або профілактикою.

Актуальність діагностування стану судин людини за пульсовим сигналом (ПС), який відображає періодичне об'ємне коливання стінок судин під дією артеріального та венозного кровотоку, підтверджено авторами багатьох праць медичного (Айвар Ю.П., Буничева А.Я., Мухин С.И., Лебедев П.А. та інші) та технічного (Михайлов Н.Ю., Павлов С.В., Рибін, О. І., Шарпан О.Б., Кожем'яко В.П., Сторчун Ю.Є., Тимчик Г.С., Савицький М.М., Webster, J.G. та ін.) спрямувань. Оскільки авторами встановлено, що

регулярна діагностика стану судин людини за ПС, дає змогу відстежити динаміку розвитку хвороби судин на початкових стадіях її розвитку.

Одним із методів, який уможлиблює реєстрацію ПС є фотоплетизмографічний метод (ФМ). Перевагами цього методу є: неінвазивність; висока точність та роздільна здатність; можливість подальшої обробки; візуалізація; добовий моніторинг [2]. ФМ базується на вимірюванні фотоприймачем інтенсивностей відбиття від вени I_{21} та артерії I_{22} розсіювання світлового потоку з інтенсивністю I_1 (з урахуванням законів відбивання та заломлення світла) (рис. 1).

Процеси відбивання у своїй залежності від часу містять дві складові: пульсуючу компоненту, яка обумовлена зміною об'єму артеріальної та венозної крові при кожному серцевому скороченні і "постійну" компоненту, яка визначається часткою світла, що поглинається у вимірюваному пульсовому циклі під час діастолі, і оптичними характеристиками крові, кісток та біологічної тканини.

Застосування діагностичних систем (ЭЛДАР (Росія), Endo-Pat2000, (Ізраїль), PulseTrace PCA2 (США), Senzio (Голандія), оптоелектронний діагностичний комплекс (патент України № 6871) та інші), які реалізовані на ФМ, для задачі діагностування стану судин людини дають позитивні результати, які відображаються у вигляді інформативних ознак (амплітуди, тривалості хвиль ПС, індекс відбивання, швидкість поширення ПС, індекс жорс-

ткості, показник функції ендотелію, оцінка математичного сподівання і амплітудно-частотної характеристики) як індикаторів стану судин. Ефективність та кількість інформації, яку видають діагностичні системи про стан судин людини визначаються адекватністю математичної моделі ПС.

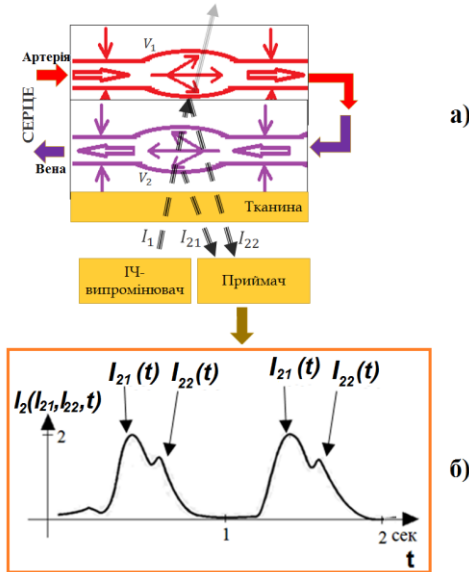


Рисунок 1 – Принцип реєстрації ПС методом фотоплетизмографії: (а) – процес відбивання світлового потоку від судин; (б) – процес зміни інтенсивностей $I_2=I_{21}+I_{22}$ відбивання світлового потоку від судин в часі t

Аналіз відомих математичних моделей ПС показав, що вони побудовані на базі детермінованого та стохастичного підходах, зокрема:

- детерміновані моделі: лінеаризовані рівняння Нав'є-Стокса в циліндричних координатах (Благітко Б., Заячук І., Пирогов О.) [3]; синусоїда з експоненційним затуханням (Акулов В.А.) [4]; гармонічна трифазна модель (В.В. Гніліцький, Н.В. Мужичька) [5]; гармонічний осцилятор (Михайлов Н.Ю., Толмачев Г.Н.) [6];

- стохастичні моделі: стаціонарний випадковий процес (Баєвський Р.М., Кирилов О.І., Клецкін С.З.) [7]; адитивна суміш детермінованої і випадкової складових (Самков С.В., Черненко А.І.) [8]; лінійний випадковий процес (Марченко Б.Г., Млинко Б.Б., Фриз М.Є) [9]; лінійний періодичний випадковий процес (Млинко Б.Б., Пастух О.А., Фриз М.Є.) [10] підходах.

Неврахування у структурі відомих моделей взаємозв'язків між періодичністю та випадковістю, що є властивим для даного типу сигналу, не уможливило дослідження фазово-часової структури ПС з метою виявлення змін у функціонуванні стану судин людини на початкових стадіях розвитку хвороби.

Метою статті є обґрунтування структури математичної моделі ПС та розробленні на її основі методів аналізу для підвищення інформативності систем діагностики стану судин людини шляхом впровадження в область кардіології нових інформативних ознак.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Інформацію, яку видають відомі діагностичні системи

про стан судин, є малоінформативною при відстеженні динаміки розвитку хвороби судин на початкових етапах її розвитку, оскільки вони не відображають кількісно зміни у фазово-часовій структурі пульсового сигналу, яку зображено на рис. 2.

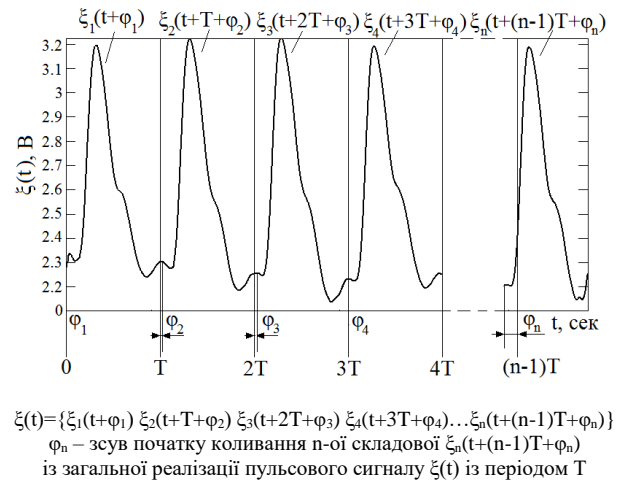


Рисунок 2 – Фазово-часова структура реалізації експериментального пульсового сигналу

Аналізом цієї структури (рис. 2) встановлено, що при кожному серцевому циклі, який рівний періоду сигналу T , відмічається змінна фаза $\varphi_1-\varphi_{10}$ складових $\xi_1(t)-\xi_{10}(t)$ із суцільної реалізації ПС $\xi(t)$ від t , які її утворюють. Такі зсуви фаз складових ПС відносно періоду коливань відбуваються за рахунок мінімальних змін у стані судин, зокрема при змінні їх еластичності.

Основною задачею від якої залежить коректність результатів аналізу властивостей ПС є задача визначення його періоду.

Для знаходження періоду зареєстрованого ПС у часовій області використано метод знаходження періоду періодичних сигналів, який базується на усередненні інтервалів часу між його максимальними значеннями (С. Gazanhez) [11].

З реалізації ПС видно, що максимальними значеннями по амплітуді є піки кровонаповнень артерій (серцевих циклів). Для знаходження піків використано метод екстремальних значень.

На рис. 3. зображено реалізацію ПС із позначеннями періодів, які використано для пошуку періоду.

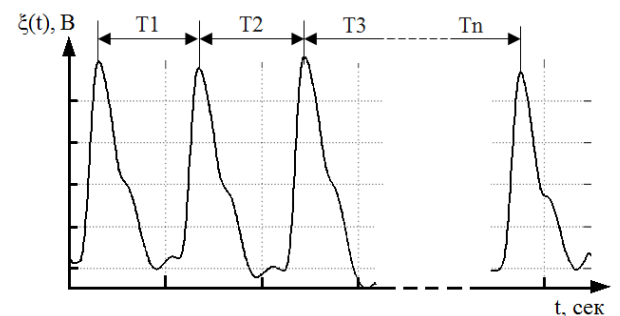


Рисунок 3 – Реалізація пульсового сигналу із позначеннями періодів

На рис. 3 спостерігається незначна зміна відстаней між кожним наступним піком кровонаповнення артерій, що в свою чергу призводить до зміни періоду пульсового сигналу T_n . На підставі усереднення інтервалів часу між його максимальними значеннями ПС записано вираз для обчислення середньостатистичного періоду:

$$T = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_n}{n}, \quad (1)$$

де T_1, T_2, \dots, T_n - періоди ПС, які рівні відстані між n -ми піками артеріального кровонаповнення; n - номер циклу кровонаповнення судин (серцевого циклу).

Для обґрунтування структури математичної моделі ПС проаналізовано його характеристики методами, які базуються на детермінованому та стохастичному підходах щодо їх побудови.

Результати аналізу ПС методами гармонічного аналізу у рамках детермінованого підходу при попередньо визначеному періоду сигналу T підтверджують факт наявності в сигналі стохастичної складової за мінливістю амплітудних спектрів різних періодів ПС (рис. 4).

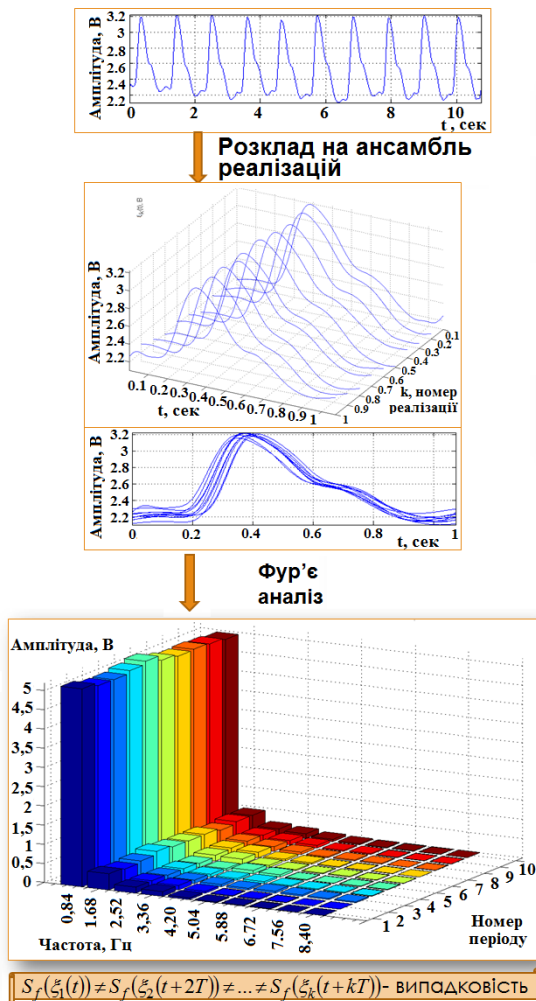


Рисунок 4 – Графік реалізації амплітудних спектрів пульсового сигналу (норма)

Розглядаючи ПС у рамках стаціонарної моделі зі сторони стохастичного підходу, помічено, що функції

густини розподілу (рис. 5) трансформуються в часі $p(\xi_1 \dots \xi_k, t_1 \dots t_n) \neq p(\xi_1 \dots \xi_k, t_1 + \tau \dots t_n + \tau)$, що свідчить про факт не стаціонарності сигналу.

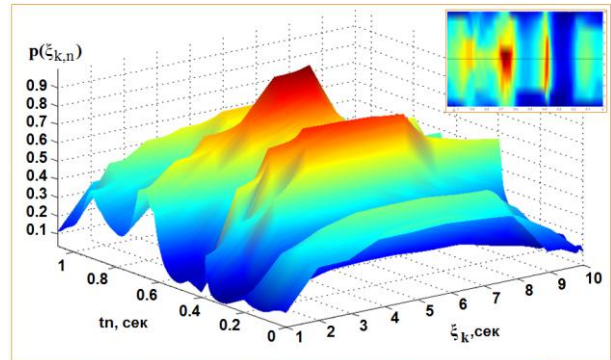


Рисунок 5 – Густина розподілу ймовірностей реалізацій пульсового сигналу $p(\xi_k, t_n)$

За результатами кореляційного аналізу ПС встановлено, що кореляційна функція ПС ансамблю реалізацій є періодичною (рис. 6) та періодично-затухаючою (рис. 7) як суцільної реалізації $R_\xi(u)$, що свідчить про періодичність сигналу та його скінченність.

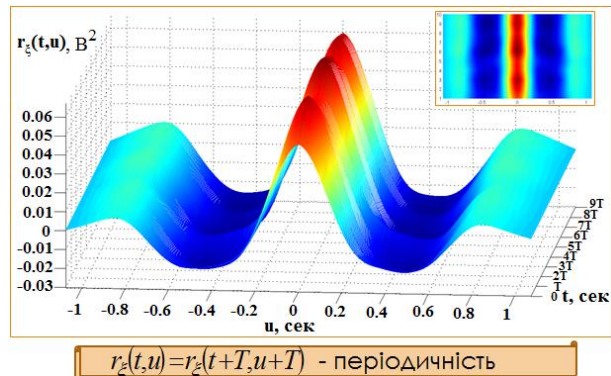


Рисунок 6 – Реалізації кореляційних функцій від ансамблю реалізацій пульсового сигналу $\xi(t) = \{\xi_1(t), \xi_2(t+T), \dots, \xi_k(t+kT)\}, t \in [(k-1)T, kT)$

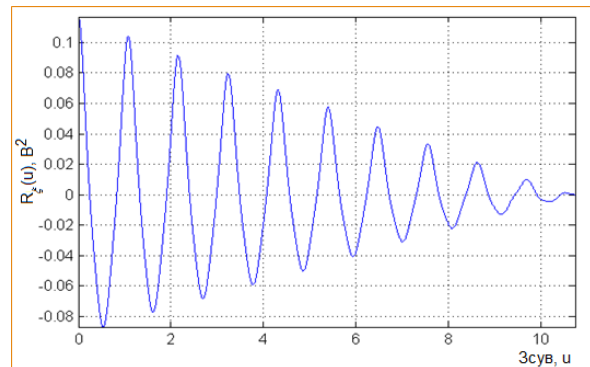


Рисунок 7 – Реалізація автокореляційної функції пульсового сигналу

З метою пошуку шляхів обґрунтування математичної моделі ПС на підставі проведеного аналізу властивостей ПС з позицій детермінованого та стохастичного підходів сформульовано основні вимоги до математичної моделі, які наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Сформульовані основні вимоги до математичної моделі

№	Вимога	Підстава
1	Врахування випадкової природи ПС, а саме нестационарності	1) Амплітудні спектри різних періодів ПС є мінливими (рис. 4) 2) Функції густини розподілу ПС трансформуються в часі (рис. 5)
2	Врахування повторності (періодичності) у структурі реалізації ПС	Періодичність кореляційної функції ПС (рис. 6)
3	Належність до класу скінченних процесів	Зникання кореляційної функції (рис. 7)
4	Врахування взаємозв'язків між періодичністю та випадковістю	Аналіз фазово-часової структури ПС (рис. 2)

У термінах енергетичної теорії цим вимогам задовольняє модель у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП), яка має засоби врахування як пов'язаності гармонічних складових, так і зміни імовірнісних характеристик в часовій області.

Енергетична теорія систематично викладена у монографії [12], внаслідок осмислення потреб та багатьох результатів досліджень нестационарних сигналів і формування узагальненої точки зору на них, яка дає можливість встановлення нових фактів, знаходження їх справжнього значення і взаємозв'язку з відомими в рамках розвиненої систематичної і вичерпної теоретичної схеми. Теорія поєднує питання зображення сигналів через елементарні складові, лінійних перетворень, обґрунтування алгоритмів опрацювання й аналізу стосовно широкого кола задач теорії і практики використання стохастичних сигналів.

ПС як періодично корельований випадковий процес (ПКВП) класу π^T [12] - це процес, кореляційна функція якого задовольняє умови періодичності $r_\xi(t+T, s+T) = r_\xi(t, s)$ ($r(t, s) = R(u = t - s)$) (рис.6), $T > 0$ для всіх $t, s \in \mathbf{R}$ та скінченності $M_t(r(t, t)) < \infty$ (рис. 7).

Означення класу π мало однією із причин вивчення ПКВП у спектральній області – їхньої гармонізованості, вигляду спектру (типу корельованості гармонічних складових), закону збереження (потужності в узагальненій теоремі Вінера-Хінчина) та

зображення таких процесів через спектральні складові [12].

Обчислення середніх характеристик ПС як ПКВП призводить до того, що усереднення по всій осі переходить в усереднення по відрізку довжини T на підставі інваріантності усереднення щодо зсувів на відрізку $[0, T)$.

Середня потужність ПС як ПКВП із урахуванням інваріантності щодо часових зсувів усередненням визначається на періоді на відрізку $[0, T)$ згідно виразу:

$$P^T_\xi = \frac{1}{T} \int_0^T E|\xi(t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T r(t, t) dt. \quad (2)$$

З урахування виразу (2) та результатів аналізу (рис. 6–7) додатково підтверджено, що ПС належить до класу π^T , оскільки задовольняється умова $P^T_\xi = \frac{1}{T} \int_0^T r(t, t) dt < \infty$ (скінченність кореляційної функції ПС).

Суттєвою властивістю ПС як ПКВП з класу π^T є те, що основні задачі оцінювання їхніх характеристик можна розв'язувати зведенням до статистики стаціонарних ВП, яка достатньо розвинута.

На підставі такої інваріантності середні величини характеристик ПС як ПКВП числяться згідно виразів:

$$m = M_t \{m_\xi(t)\} = \frac{1}{T} \int_0^T m_\xi(t) dt \quad (3)$$

$$B(u) = M_t \{r_\xi(t+u, t)\} = \frac{1}{T} \int_0^T r_\xi(t+u, t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T b_\xi(t, u) dt \quad (4)$$

де M_t – символ усереднення по всій осі часу; T – період корельованості ПС як ПКВП; $b_\xi(t, u)$ – параметрична (зсувова) коваріація центрованого ПС ($\xi(t) = \xi(t) - m$) у момент t та зсунутої на u його версії.

Параметрична коваріація $b_\xi(t, u)$ характеризує розподіл потужності сигналу в часі, що є важливим при виявленні моменту зміни у фазово-часовій структурі сигналу.

Характеристики (3) та (4) мають розклади у ряди Фур'є у сенсі теорії узагальнених функцій Шварца [13] (функції, похідні яких швидко спадають до нуля $f'(t) \rightarrow 0$ з ростом аргументу $|t| \rightarrow \infty$), коли розглядати ПС як ПКВП скінченної середньої потужності π^T :

$$m_\xi(t) = \sum_{k \in Z} m_k e^{ik \frac{2\pi}{T} t}, \quad (5)$$

$$b_\xi(t, u) = \sum_{k \in Z} B_k(u) e^{ik \frac{2\pi}{T} t}, \quad (6)$$

де $B_k(u)$ – кореляційні компоненти [12]:

$$B_k(u) = \frac{1}{T} \int_0^T b_\xi(t, u) \cdot e^{-e^{ik\frac{2\pi}{T}t}} dt. \quad (7)$$

Кореляційні компоненти $B_k(u)$ мають зображення у вигляді Фур'є за мірами (загалом комплексно значними) за умови їх обмеженості $B_k(u) \leq B_0(u) \leq B_0 = P_\xi^T$ (належність до класу B^2) [12]:

$$B_k(u) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iu\lambda} \cdot F_k(d\lambda). \quad (8)$$

Із урахуванням виразу (8) параметрична коваріація ПС як ПКВП обчислюється виразом:

$$b_\xi(t, u) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(t\lambda - u\mu)} F(d\lambda, d\mu), \quad (9)$$

де $F(d\lambda, d\mu)$ - спектральна біміра.

Встановлені властивості коваріації ПС як ПКВП дають підставу вивести вираз самого процесу через його стаціонарні складові, тобто встановити структуру цього класу процесів.

Пульсовий сигнал як ПКВП належить до класу π^T тоді і тільки тоді, коли він має зображення:

$$\xi(t) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} \xi_k(t) e^{i\frac{2\pi k}{T}t}, \quad t \in \mathbf{R}, \quad k \in \mathbf{Z}, \quad (10)$$

де $\xi_k(t)$ - випадкова складова ПС у вигляді стаціонарних та стаціонарно-пов'язаних процесів (стаціонарні компоненти); $e^{i\frac{2\pi k}{T}t}$ - періодична складова ПС з періодом корельованості T ; k - номер стаціонарної компоненти.

ПКВП як модель формально описує однопериодне стохастичне коливання ПС через пов'язаність її з теорією стаціонарних процесів, що є проявом стабільності ймовірного режиму породження ПС, є індикативною внаслідок наявності періоду корельованості - характеристикою ознаки типу нестаціонарності і водночас зміни в часі інтенсивності ПС, що є результатом когерентності його гармонічних складових, тобто сфазованості їх, і забезпечує скінченність середньої потужності сигналу, тобто застосовність енергетичної теорії для вивчення його.

Отже, подання ПС у вигляді ПКВП (10) обґрунтовує застосовність до нього відомих методів статистичного опрацювання (синфазного, компонентного) для обчислення статистичних оцінок їхніх ймовірнісних характеристик (інформативних ознак), які є показниками стану судин людини.

ВИСНОВКИ. Враховуючи фазово-часову структуру пульсового сигналу, результати аналізу властивостей характеристик пульсового сигналу у рамках детермінованого, стохастичного підходів (методами теорії стаціонарних ВП) та описані властивості періодично корельованих випадкових процесів впливає, що математична модель процесу такого класу дає змогу адекватно описати сигнал, а саме врахувати поєднання випадковості та періодичності сигнала,

а тому і розробити методи визначення інформативних ознак виходячи із статистики таких сигналів для задач своєчасної (ранньої) діагностики стану судин людини.

ЛІТЕРАТУРА

1. Всемирный атлас профилактики сердечно-сосудистых заболеваний и борьбы с ними; под ред. Shanthi Mendis, Pekka Puska и Bo Norrving. – Женева: ВОЗ, Всемирная федерация сердца, Всемирная организация инфаркта, 2014. – 163 с.
2. Нікітчук Т.М. Порівняльний аналіз методів реєстрації пульсової хвилі // Вісник Хмельницького національного університету. Серія: Технічні науки. – Хмельницький, 2013. – № 1. – С. 183–186.
3. Математична модель поширення пульсової хвилі у великих кровеносних судинах / Б. Благітко, І. Заячук, О. Пирогов // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2006. – Вип. 4. – С. 7–11.
4. Акулов В.А. Модель пульсовой волны и её реализация в среде Excel // Труды третьей Всероссийской научной конференции. – Ч.4: Математические модели в информационных технологиях. – Самара: СамГТУ, 2006. – С. 13–16.
5. Гніліцький В.В., Мужичька Н. В. Уточнення гармонічної моделі пульсової хвилі для експресдіагностики за пульсограмами // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2010. – № 4 (55). – С. 28–38.
6. Михайлов Н.Ю., Толмачев Г.Н. Математическая модель пульсовой волны // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2003. – № 6. – С. 3–9.
7. Баевский Р.М., Кирилов О.И., Клецкин С.З. Математический анализ сердечного ритма при стрессе. – М.: Наука, –1984. – 380 с.
8. Самков С.В., Черненко А.И. Сверхширокополосный радар для измерения параметров сердечно-сосудистой системы человека при физических нагрузках // II Всерос. научная конф.-семинар, 20 июня 2006 г., Муром. – 2006 – С. 475 – 479.
9. Марченко Б.Г., Млинко Б.Б., Фриз М.С. Математична модель світлового сигналу, породженого динамікою взаємодії світло-біотканина // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький: Вид.-во Технологічного ун.-ту Поділля, 2001. – № 1. – С. 161–165.
10. Млинко Б.Б. Пастух О.А., Фриз М.С. Обґрунтування вибору математичної моделі ритмічного світлового сигналу, породженого циклічними змінами пульсового кровонаповнення // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький: Вид.-во Технологічного ун.-ту Поділля, 2001. – № 2 (16). – С. 100–103.
11. Gazanhes C. Etude de modulation d'amplitude consecutive a la diffusion d'une onde acoustique par une surface agitee - Marseille: L'univ.provence. - 1972. – 168 p.
12. Драган Я.П. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. – Львів: Центр

стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем, 1997. –333 с.

13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы тео-

рии функций и функционального анализа.– Москва: Наука, 1976. – 543 с.

THE PULSE SIGNAL MATHEMATICAL MODEL FOR THE MAN VESSELS STATE DIAGNOSTICS SYSTEMS INFORMATIVITY INCREASING

L. Hvostivska, B. Yavorsky

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

vul. Ryska, 56, Ternopil, 46001, Ukraine. E-mail: hvostivska@ukr.net

Purpose. The pulse signal mathematical model structure for the man vessels state diagnostic systems informativity increasing is grounded by introduction in cardiology the new informative characteristics as the man vessels state indicators. **Methodology.** The man vessels pulse signal characteristics from the determine and stochastic approaches (by the methods of stationary stochastic processes theory) are analyzed. For the pulse signal properties analysis the MATLAB application program package was used. **Results.** The obtained by the harmonic analysis methods within the determined approach results confirmed that the pulse signal peak spectrums are changeable id est contain a certain stochastic component. Examining the signal by means of stationary model it was noticed that the probability density functions are transforming in time and the pulse signal cross-correlation function is periodic. **Originality.** Taking into account the results of the pulse signal analysis, phase-time structure and generation mechanism its mathematical model as the periodically correlated stochastic process is grounded. Such model unlike the known ones takes into account in its structure the combination of signal randomness and periodicity, which is important for the problem of the man vessels state functioning detection on the illness initial stages. **Practical value.** The pulse signal mathematical model in the form of periodically correlated stochastic process makes it possible to develop practical identifying methods of the new informative features based on the synphase and component processing in the diagnostic systems structure for the problem of the man vessels state timely (early) diagnosis using formalized and automatic procedures.

Key words: pulse signal, phase-time structure, mathematical model, periodically correlated stochastic process, Matlab.

REFERENCES

- Mendis, Sh., Puska, P. and Norrving, B. (2014), *Global Atlas on cardiovascular disease prevention and control*, World Health Organization, Geneva, Switzerland.
- Nikitchuk, T. (2013), "Comparative analysis of the purpose-ing pulse wave registration", *Visnyk Hmelnytskoho natsionalnogo universytetu*, no.1, pp. 183–186.
- Blahitko, B., Zayachuk, I. and Pirogov, O. (2006), "A mathematical model of pulse waves howl in large blood vessels", *Natsionalna akademiya nauk Ukrainy, Tsentri matematychnogo modelyuvannya Instytutu prykladnyh problem mehaniky i matematyky imeni Y.S.Pidstryhacha NAN Ukrainy*, no. 4, pp. 7–11.
- Akulov, V. (2006), "Model of the pulse wave and its implementation in Excel", *Matematicheskie modeli v informatsionnyh tehnologiyah. Trudy trety Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii* [Mathematical models of information technology. Proceedings of the Third All-Russian Scientific conference], Samara, Samara State Technical University, part 4, pp. 13–16.
- Hnilitsky, V. (2010), "Refinements harmonic pulse wave models for express diagnostic for pulsogram", *Visnyk Zhytomyrskoho derzhavnogo tehnolohichnogo universytetu*, no.4 (55), pp. 28–38.
- Mikhailov, N. and Tolmachev, G. (2003), "A mathematical model of pulse wave", *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedeny, Severo-Kavkazskiy region*, no. 6, pp.3–9.
- Baevskyy, R.M., Kirillov, O.I. and Kpetskyn, S.Z. (1984), *Matematicheskiy analiz serdechnogo ritma pri stresse* [Mathematical analysis of heart rate during stress], Nauka, Moscow, Russia.
- Samkov, C.V. and Chernenko, A.I. (2006), "Super broadband gift for measurement parameters cardiovascular system in humans physical activity", *II Vserossiyskaya nauchnaya konferentsiya-seminar* [II All-Russia Scientific Conference-seminar], Murom, Murom Institute named after V.K. Zvorykin, June 20, 2006, pp. 475–479.
- Marchenko, B.G, Mlynko, B.B. and Fryz, M.Y. (2001), "Mathematical model of the light signal generated by the dynamics of interaction between light and biological tissues", *Vydavnytstvo Tehnologichnogo universytetu Podillya*, no.1, pp. 161–165.
- Mlynko, B.B, Pastuh, O.A. and Fryz, M.Y. (2001), "Justification of the choice of mate-mathematical model of rhythmic light signal generated by cyclic changes of pulse blood", *Vydavnytstvo Tehnologichnogo universytetu Podillya*, no.2 (16), pp. 100–103.
- Gazanhes, C. (1972), *Etude de modulation d'amplitude consecutive a la diffusion d'une onde acoustique par une surface agitee*, L'univ. provence Marseille, France.
- Dragan, Y. (1997), *Enerhetychna teoriya liniynyh modeley stohastychnykh signaliv* [Energy theory of linear models of stochastic signals], Tsentri stratehichykh doslidzhen eko-bio-tehnichnyh system, Lviv, Ukraine.
- Kolmogorov, A. and Fomyn, S. (1976), *Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza* [Elements of theory of functions and functional analysis], Nauka, Moscow, Russia.

Стаття надійшла 16.11.2015.