УДК 519.6

ВІДНОВЛЕННЯ ІМПУЛЬСНОГО ДЖЕРЕЛА ТЕПЛА В ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

В. П. Ляшенко, О.Б. Кобильська

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: leca91@ya.ru

Розглянуто метод відновлення внутрішнього періодично діючого джерела тепла в задачі теплопровідності, що описує тепловий процес під час термічної обробки дроту електричним струмом. Обернена задача розглянута в екстремальній постановці і розв’язана у функціональному просторі. Для розв’язання задачі побудовано функціонал квадратичної нев’язки, де температурне поле знайдене із інтегральної умови балансу енергії зони нагріву, за умови відомих усіх теплофізичних параметрів і деякого наближення сили струму. Задача полягає у знаходженні такого значення функції джерела для якої побудований функціонал досягає мінімального значення. В якості чисельного методу оптимізації функціоналу використано метод спряжених градієнтів. Для організації ітераційного процесу за методом спряжених градієнтів початково-крайові задачі розв’язані кінцево-різницевим методом. Проведені чисельні експерименти.

Ключові слова: джерела тепла, задача теплопровідності, функціонал нев’язки, обернена задача.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА В ЗАДАЧЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

В. П. Ляшенко, О.Б. Кобыльская

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: leca91@ya.ru

Рассмотрен метод восстановления внутреннего периодически действующего источника тепла в задаче теплопроводности, которая описывает тепловой процесс во время термической обработки проволоки электрическим током. Обратная задача рассмотрена в экстремальной постановке и решена в функциональном пространстве. Для решения задачи построен функционал квадратичной невязки, где температурное поле найдено из интегрального условия баланса энергии зоны нагрева, когда известны все теплофизические параметры и приближенное значение силы тока обработки. Задача заключалась в определении такого значения функции источника, при которой построенный функционал достигал минимального значения. В качестве численного метода оптимизации функционала использован метод сопряженных градиентов. Для организации итерационного процесса по методу сопряженных градиентов начально-краевые задачи решались конечно-разностным методом. Проведены численные эксперименты.

Ключевые слова: источник тепла, задача теплопроводности, функционал невязки, обратная задача.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Термічна обробка дроту імпульсним або постійним струмом (меншою мірою) в режимах електропластичного волочіння (ЕПВ) дозволяє впливати на фізико-механічні властивості металу у процесі пластичної деформації. Така обробка дає можливість формувати у металі необхідні фізико-механічні властивості.

Однак велика кількість фізичних моделей [1–6] таких видів обробки вимагає більш ретельного і єдиного підходу при вивченні та аналізі температурних розподілів.

Крім того для успішного проведення електропластичної обробки необхідно чітко знати параметри процесу (силу струму, початкове значення температури і т.і.). У зв’язку з цим моделювання теплового процесу під час ЕПВ приводить до обернених задач, розв’язок яких дозволяє отримати необхідні значення параметрів процесу [7–9]. Одночасно з питанням визначення температурного розподілу під час перехідного процесу виникає технічна проблема визначення параметрів керування процесом нагрівання, які дозволяли щоб температурне поле під час руху середовища зі змінною $v(t)$ швидкістю було б стаціонарним і співпадало б з температурним полем під час руху середовища зі сталою $v(t) = const$ швидкістю. Цього можна досягти, обравши відповідним чином щільність джерел тепла.

Метою роботи є побудова алгоритму розв’язання задачі відновлення характеристик імпульсного джерела тепла для оптимального керування температурним полем.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. З математичної точки зору температурне поле рухомого дроту під час процесу ЕПВ можна розглядати як температурне поле рухомого осесиметричного ізотропного середовища з імпульсними внутрішніми джерелами тепла, що породжуються дією електричного струму силою $I(t)$ у зоні нагрівання. Середовище нагрівається зі змінною швидкістю $v(t)$. Це нестаціонарний перехідний процес. Під час перехідного процесу, який відбувається упродовж часу $0 \le t \le t_0$, швидкість руху середовища $v(t)$ змінюється в межах $0 \le v(t) < v = const$.

Визначення нестаціонарного температурного розподілу під час нестаціонарного та перехідного процесу призводить до розв’язування наступної початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності в області $\Omega_t : \left\{(z,r,t) \middle| 0 \le z \le l, 0 \le r \le r_0, 0 \le t \le t_0\right\}$ [10–13]:

$$\lambda \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - v(t)c\rho_n\frac{\partial T}{\partial z} - , \qquad (1)$$

$$-c\rho_n \frac{\partial T}{\partial t} = \begin{cases} -W(z,t,T), v(t) \neq const, 0 < t < t_0, \\ W_1(z,t,T), v(t) = const, t \geq t_0, \end{cases}$$

$$T(r,z,0) = T_0 \ , T(r,z,t_0) = T_l \ , \tag{2}$$

$$T(r,0,t) = T_0 \ , T(r,l,t) = T_l \ , \tag{3}$$

$$\frac{\partial T(r_0,z,t_0-0)}{\partial t} = \frac{\partial T(r_0,z,t_0+0)}{\partial t},$$

$$T(r_0,z,t_0-0) = T(r_0,z,t_0+0)\,,$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0, \quad \lambda \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = f_{12}(t)\left[-\alpha(T-T_c) - \varepsilon\sigma(T^4 - T_c^4)\right], \tag{4}$$

де λ, c, ρ_n – відповідно коефіцієнт теплопровідності, теплоємність і щільність, T_c – температура навколишнього середовища, $\alpha, \varepsilon, \sigma$ – відповідно коефіцієнт конвективної тепловіддачі з поверхні, ступінь чорноти та стала Стефана-Больцмана. Функція джерел тепла $W(z, t, T)$ у випадку залежності від координати та часу має вигляд

$$W(z,t,T) = f_{1i}(z)\, f_2(T), \qquad 0 < t \leq t_0\,,$$

$$W(z,t,T) = f_{1i}(t)\, f_2(T), \qquad t > t_0\,,$$

$f_2(T) = \dfrac{I^2 \rho_0 (1+\beta T)}{\pi^2 r_0^4}$; ρ_0, β – питомий опір і температурний коефіцієнт опору дроту.

Функції $f_{11}(z)$, $f_{12}(t)$ залежно від технологічних особливостей процесу можуть мати вигляд

$$f_{11}(t) = 0,5\left(1 - \cos\frac{t}{t_0}\right), \tag{5}$$

$$f_{12}(t) = \left|\sin\left(\frac{t}{t_0}\right)\right|,$$

$$f_{13}(t) = \begin{cases} \dfrac{2kt}{t_0} - 2kn, \quad nt_0 \leq t \leq (n + \dfrac{1}{2mk})t_0 \\ \dfrac{1}{m}, (n + \dfrac{1}{2mk})t_0 < t \leq (n + \dfrac{2m-1}{2mk})t_0 \\ -\dfrac{2kt}{t_0} + 2(kn+1), \ (n + \dfrac{2m-1}{2mk})t_0 < t \leq (n + \dfrac{1}{k})t_0 \\ 0, (n + \dfrac{1}{k})t_0 < t < (n+1)t_0 \end{cases},$$

$$f_{14}(t) = \begin{cases} \dfrac{t}{t_0} - 2n, \qquad 2nt_0 \leq t \leq (2n+1)t_0 \\ -\dfrac{t}{t_0} + 2(n+1), \qquad (2n+1)t_0 < t \leq (2n+2)t_0 \end{cases}.$$

Функції $f_{11}(t) - f_{14}(t)$ є кусково-неперервні та додатно визначені.

Скориставшись співвідношенням [11]

$$u(z,t) = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} T(r,z,t)\, r dr \tag{6}$$

та граничною умовою (3), отримаємо задачу визначення усередненої за радіусом температури в області $\bar{Q} = \left\{(z,t) \middle| z \in [0,l], t \in [0,t_0]\right\}$

$$\begin{aligned} &\lambda \frac{\partial^2 u}{\partial^2 z} - v(t)c\rho_n \frac{\partial u}{\partial z} - c\rho_n \frac{\partial u}{\partial t} + f_{12}(t)\left(\frac{2}{r_0}\alpha + \frac{\beta\rho_0 I^2}{\pi^2 r_0^4}\right)u = \\ &= f_{12}(t)\frac{2\varepsilon\sigma}{r_0}\left(T_c^4 - u^4\right) - f_{12}(t)\frac{\rho_0 I^2}{\pi^2 r_0^4} + f_{12}(t)\frac{2}{r_0}\alpha T_c \end{aligned}, \tag{7}$$

$$u(z,0) = T_0\,, \tag{8}$$

$$u(0,t) = T_0\,,\ u(l,t) = T_l\,. \tag{9}$$

При цьому враховується теплообмін поверхні рухомого середовища з навколишнім. Перетворення (6) дозволяє зменшити розмірність задачі та звести її до розв'язання першої крайової задачі для квазілінійного рівняння теплопровідності.

Зробимо підстановку $u(z,t) = U(z,t)e^{\mu(t)z + \eta(t)t}$ і отримаємо наступну задачу в області $\bar{Q} = \left\{(z,t) \middle| z \in [0,l], t \in [0,t_0]\right\}$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial^2 z} + f(z,t)\,,\ 0 < z < l,\ 0 < t \leq t_0, \tag{10}$$

$$U(z,0) = T(z),\ 0 \leq z \leq l \tag{11}$$

$$U(0,t) = T_1(z)\,,\ U(l,t) = T_2(z)\,,\ 0 \leq t \leq t_0 \tag{12}$$

При $\varepsilon = 0$

$$f(z,t) = f_{12}(t)\left(\frac{I^2\rho_0 - 2\alpha T_c r_0^3 \pi^2}{\pi^2 r_0^4 c\rho_n}\right)e^{-\mu(t)z - \eta(t)t},$$

$$\mu(t) = \frac{v(t)c\rho_n}{2\lambda},$$

$$\eta(t) = \frac{-v(t)^2 c\rho_n}{4\lambda} + f_{12}(t)\frac{I^2\rho_0\beta + 2\alpha r_0^3\pi^2}{\pi^2 r_0^4 c\rho_n}.$$

При $\varepsilon \neq 0$.

Лінеаризуємо умову (4).

$$\frac{2\varepsilon\sigma}{r_0}\left(T_c^4-u^4\right)=\frac{2\varepsilon\sigma\theta}{r_0}\left(T_c-u\right),$$

$$\theta=(T_0+T_c)(T_0^2+T_c^2),$$

$$f(z,t)=\left(\frac{I^2\rho_0-2\alpha T_c r_0^3\pi^2+2\varepsilon\sigma r_0^3\pi^2\theta}{\pi^2 r_0^4 c\rho_n}\right)\times$$
$$\times f_{12}(t)e^{-\mu(t)z-\eta(t)t}$$

$$\mu(t)=\frac{v(t)c\rho_n}{2\lambda},$$

$$\eta(t)=\frac{-v(t)^2c\rho_n}{4\lambda}+$$
$$+f_{12}(t)\frac{I^2\rho_0\beta+2\alpha r_0^3\pi^2+2\varepsilon\sigma r_0^3\pi^2\theta}{\pi^2 r_0^4 c\rho_n}.$$

Отримаємо коректно поставлену задачу, оскільки розв'язок задачі (10)–(12) існує, єдиний і стійкий по відношенню до малих збурень $f(z,t)$, $T(z)$ $T_1(z),T_2(z)$.

Задача відновлення джерела тепла.

У випадку, коли функція джерела тепла є невідомою приходимо до оберненої задачі.

Такі задачі виникають при керуванні температурними полями.

Необхідно знайти просторово-часовий розподіл теплового потоку в осесиметричному середовищі. Причому функція $f(z,t)$ представляє сумарну дію виділеного усередині і втраченого поверхнею середовища тепла

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0}=0,\quad \lambda\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0}=f_{12}(t)\left[-\alpha(T-T_c)-\varepsilon\sigma(T^4-T_c^4)\right],$$

Нехай теплофізичні характеристики середовища сталі. Після застосування усереднення (6) та подальших перетворень задача (1)-(4) трансформується у (10)-(12). Тут функція $f(z,t)$ може бути визначена повністю лише коли відомий температурний розподіл в усій області нагрівання. Тому при задані внутрішніх джерел тепла будемо вважати відомою суму енергій, що пішла на нагрівання середовища і втрати з поверхні, тобто

$$\int_{\varepsilon+0}^{t_0}\int_{0}^{r_0}\int_{0}^{l} f_{12}(t)\frac{I(t)^2\rho_0 l+\beta I(t)^2\rho_0 lT(r,z,t)}{v(t)r_0^4\pi^2}dzdrdt=$$
$$=c\rho_n\int_{\varepsilon+}^{t}\iint_G (T(r,z,t)-T_0)dgdt+$$
$$+\frac{\alpha l}{r_0}\int_{\varepsilon+0}^{t_0}\int_{0}^{r_0}\int_{0}^{l} f_{12}(t)\frac{T(r,z,t)-T_c}{v(t)}dzdrdt. \qquad (13)$$

Після усереднення за радіусом та вважаючи, що температурне поле не залежить від кутової координати, умова (13) набуває вигляду [11–13]

$$\int_{\varepsilon+0}^{t_0}\int^{l} f_{12}(t)\frac{I(t)^2\rho_0 l+\beta I(t)^2\rho_0 u^*(z,t)l}{r_0^4\pi^2 v(t)}dzdt=$$
$$=c\rho_n\int_{\varepsilon+0}^{t_0}\int^{l}(u^*(z,t)-T_0)dzdt+\frac{\alpha l}{r_0}\int_{\varepsilon+l}^{t_0}\oint f_{12}(t)\frac{u^*(z,t)-T_c}{v(t)}dzdt.$$

Зробимо заміну $u(z,t)=U(z,t)e^{\mu(t)z+\eta(t)t}$ та отримаємо умову

$$\int_{\varepsilon+0}^{t_0}\int^{l} f_{12}(t)\frac{I(t)^2\rho_0 l+\beta I(t)^2\rho_0 U(z,t)e^{\mu(t)z+\eta(t)t}l}{r_0^4\pi^2 v(t)}dzdt=$$
$$=c\rho_n\int_{\varepsilon+0}^{t_0}\int^{l}(U(z,t)e^{\mu(t)z+\eta(t)t}-T_0)dzdt+ \qquad (14)$$
$$+\frac{\alpha l}{2\pi r_0}\int_{\varepsilon+l}^{t_0}\oint f_{12}(t)\frac{U(z,t)e^{\mu(t)z+\eta(t)t}-T_c}{v(t)}dzdt.$$

Із умови (14) може бути знайдене наближене значення $U^*(z,t)$. Уведемо функціонал квадратичної нев'язки

$$J(f)=\int_{\varepsilon+0}^{t_0}\int^{l}\left[(U(z,t,f)-U^*(z,T)\right]^2dzdt. \qquad (15)$$

Завершуємо постановку оберненої задачі додаванням до рівняння теплопровідності початкової та крайових умов. Маємо обернену задачу (10)-(12) в області $\bar{Q}=\left\{(z,t)\middle| z\in[0,l],t\in[0,t_0]\right\}$.

Розглянемо обернену задачу теплопровідності в екстремальній постановці [14–15].

Будемо шукати функцію $f(z,t)$ із умови мінімуму квадратичного функціоналу нев'язки при обмежені $J(f)\geq\delta^2$. Якщо застосувати критерій нев'язки, то у якості δ^2 береться величина $\delta^2=\int_{0+}^{t_0}\int_{0}^{l}\sigma^2dzdt$, де σ^2 дисперсія функції U^*.

Ітераційний процес будуємо у просторі $L_2\left(\bar{Q}\right)$, за методом спряжених градієнтів

$$f^{k+1}=f^k-\beta_k S^k,\ k=0,1,...,\bar{k}, \qquad (16)$$

де

$$S^k = J_f'^k + \gamma_k S^{k-1}, \gamma_0 = 0, \qquad \gamma_k = \left\| J_f'^k \right\|^2 / \left\| J_f'^{k-1} \right\|^2,$$

$$\beta_k = \frac{(U^k - U^*, \Delta U^k)}{\left\| \Delta U^k \right\|^2}.$$

$W_1^k = W_1(f^k, z, \tau)$ – виділена енергія, розрахована на k-ій ітерації. $W^k = W(\Delta f^k, z, \tau)$ – поле приросту енергій на k-ій ітерації при варіації джерела на величину

$$\Delta f^k; \quad (u, w) = \iint_Q u(z,t) w(z,t) dz dt, \quad \|u\| = \sqrt{(u,u)} -$$

скалярний добуток елементів $u(z,t), w(z,t)$ та норма елемента u в просторі $L_2(\bar{Q})$.

Приріст температури V^k знаходимо із розв'язку крайової задачі

$$\frac{\partial V}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial^2 z} + \Delta f(z,t), \, (z,t) \in Q \qquad (17)$$

$$V(z,0) = 0, \quad 0 \le z \le l \qquad (18)$$

$$V(0,t) = 0, \quad V(l,t) = 0, \; 0 \le t \le t_0 \qquad (19)$$

Градієнт цільового функціоналу отримаємо за допомогою спряженої змінної $\psi(z,t)$.

Тотожність $(LV, \psi) = (V, L*\psi)$ дозволяє записати умови спряженої задачі

$$L*\psi = \zeta, \quad (z,t) \in Q \qquad (20)$$

$$\psi(z, t_m) = 0, \qquad (21)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \qquad (22)$$

де $L*\psi = \psi_t + a^2 \psi_{zz}$ $\quad \zeta = \zeta(z,t)$ – довільна функція.

Формулу для градієнта запишемо у вигляді

$$J_q' = \psi, \; (z,t) \in Q$$

Для організації ітераційного процесу (16) необхідно розрахувати температуру на кожному кроці, приріст температури і спряжену змінну.

Розв'язки всіх трьох задач (10)-(12), (17)-(19), (20)-(22) для знаходження $U(z,t), V(z,t), \psi(z,t)$ можуть бути отримані за допомогою різницевої схеми.

Введемо сітку

$$\bar{\omega}_h = \{ z_i = ih, i = 0,1,...N \} \quad \omega_\tau = \{ t_j = j\tau, j = 0,1..., j_0 \}$$

і сітку

$\varpi_{h\tau} = \varpi_h \times \omega_\tau = \{ (ih, j\tau), i = 0,1,...N, j = 0,1,...j_0 \}$ з кроками $h = \dfrac{1}{N}$ $\quad \tau = \dfrac{t_0}{j_0}$ Позначимо через y_i^j значення у вузлі (z_i, t_j) сіткової функції U, що визначена на $\varpi_{h\tau}$. Замінюючи похідну $\dfrac{\partial U}{\partial t}$ першою різницевою похідною, а $\dfrac{\partial^2 U}{\partial^2 z}$ другою різницевою похідною $U_{\bar{z}z}$ і вводячи довільний дійсний параметр σ_1, розглянемо однопараметричну сім'ю різницевих схем

$$\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \Lambda\left(\sigma_1 y_i^{j+1} + (1 - \sigma_1) y_i^j \right) + \varphi_i^j, \qquad (23)$$

$$0 < i < N, 0 \le j < j_0$$

$$y_0^j = T_1^j, \quad y_N^j = T_2^j,$$

$$y_i^0 = y(z_i, 0) = T \; (z_i),$$

$$\varphi_i^j = f(z_i, t_{j+0,5}), \quad t_{j+0,5} = t_j + 0,5\tau \text{ або}$$

$$\varphi_i^j = 0,5(\bar{f} + f),$$

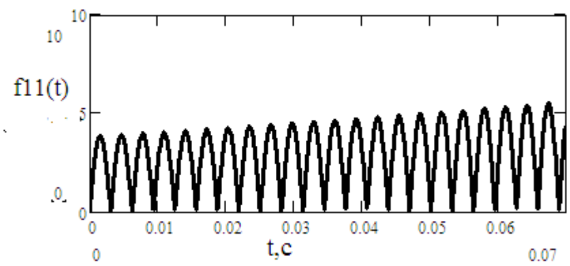
$$\bar{f} = f(z_i, t_{j+0,5}),$$

$$\Lambda y_i = y_{\bar{z}z,i} = (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) / h^2.$$

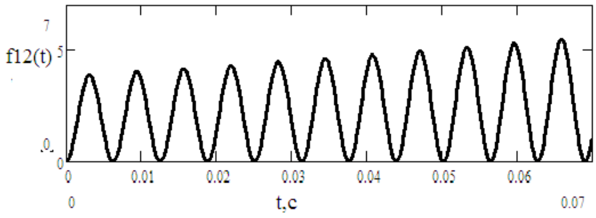
Різницева схема (23) написана на шести точковому шаблоні. При $\sigma_1 = 0,5$ схема (23) абсолютно стійка за початковими даними і за правою частиною

Далі для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь використано метод прогону.

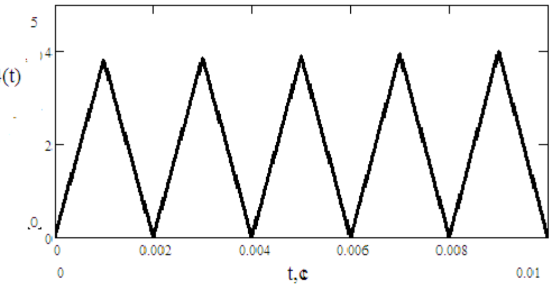
Результатом розв'язку задачі є джерело у вигляді періодично діючої функції (рис. 1).



а)



б)



в)

Рисунок 1 – Відновлене імпульсне джерело тепла у залежності від часу та характеру імпульсу:

а) $f_{11}(t)$; б) $f_{12}(t)$; в) $f_{14}(t)$

ВИСНОВКИ. У роботі розглянута обернена задача теплопровідності. Задача зведена до екстремальної постановки шляхом введення квадратичного функціоналу якості, де у якості додаткової інформації використана температурна функція знайдена із інтегральної умови балансу тепла. Це дозволило отримати найбільш ефективну інформацію для формулювання екстремальної задачі. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку програмного забезпечення для знаходження узагальненого розв'язку задачі (1)–(4) методами комп'ютерної математики та проведення чисельних експериментів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Физические основы электроимпульсной и электропластической обработок и новые материалы / Ю.В. Баранов, О.А. Троицкий, Ю.С. Авраамов, А.Д. Шляпин – М.: Изд-во МГИУ, 2001. – 844 с.
2. Троицкий О.А. Ультразвуковое электропластическое плющение металла // Вестник научно-технического развития. – 2009. – № 10 (26). – С. 42–49.
3. Коллективная монография «Влияние электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов» / Под. ред. В.Е. Громова. – Новокузнецк: Изд-во «СибГИУ», 2011. – 216 с.
4. Коллективная монография «Влияние внешних энергетических воздействий на структуру, фазовый состав и свойства материалов» / Под. ред. В.Е. Громова. – Новокузнецк: Изд-во «СибГИУ», 2012. – 320 с.
5. Влияние высокоэнергетических воздействий на структуру и свойства конструкционных материалов. Серия «Фундаментальные проблемы современного материаловедения»: коллективная монографія, т. 1. – Новокузнецк, 2013. – 275с.
6. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
7. Lyashenko V., Kobilskaya E., Aniskov A. The process control of lectroplastic deformation ultrafine wire // Proceeding of scientific and student's works in the field of Industrial Electrical Engineering. – Kosice, may 2013. – Vol. 2. – Part 1. – PP. 87–90.
8. Ляшенко В.П. Температурное поле бесконечного цилиндра с подвижным источником тепла / Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – Харків: ХНУ, 2013. – Вип. 21 (№ 1058). – С. 97–103.
9. Исследование влияния термической составляющей на свойства проволоки при электропластическом волочении / В.П. Ляшенко, Т.А. Григорова, О.А. Троицкий, Е.Б. Кобыльская // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2011. – Вип. 4/2011 (69). Част. 1. – С. 57–62.
10. Lyashenko V., Kobilskaya E., Control of heat source in a heat conduction problem", in Application of Mathematics in technical and Natural Sciences (AMiTaNS'14), AIP CP, edited by Michail D. Todorov, American Institute of Physics, Melville, NY, 2014. – PP. 651–654.
11. Lyashenko V., Kobilskaya E., Aniskov A. «Copper strip electroplastic rolling», Metallurgical and Mining Industry, no. 2. – PP. 294–299.
12. Ляшенко В.П., Кобильська О.Б. Дослідження температурних розподілів рухомого середовища з імпульсними джерелами тепла // Вісник Харківського національного університету. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2010. – № 890. – Вип. 13. – С. 115–120.
13. Кобильська О.Б. Моделювання імпульсного теплового процесу / Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – № 1063. – Вип. 22. – Харків: ХНУ, 2013. – С. 84–89.
14. Вабищевич П.Н., Самарский А.А. Об устойчивости разностных схем для задач конвекции–диффузии// Ж. вычисл. матем. и матем. Физ.– 1997. – т. 37, № 2. – С. 188–192.
15. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи – Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2009. – 458 с.

RECOVERY PULSE SOURCE OF HEAT IN THE HEAT CONDUCTION PROBLEM

V. Lyashenko, O. Kobilskaya

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: leca91@ya.ru

Purpose. The purpose is to construct an algorithm for solving the problem of recovery of the pulsed source of heat for optimum control of temperature field.

Methodology. In this paper, a method of restoring of periodically operating the internal source of heat in the heat transfer problem is considered. Problem describes a thermal process in the heat treatment of wire by an electric current. The inverse problem is considered in extremal formulations and solved in a function space. To solve the problem the quadratic residual functional is constructed. Temperature field for the construction of the functional is found from the integral conditions of energy balance of the heating zone, when all thermophysical parameters are known, and the value of the current processing known approximately. A task consists in searching of such value of heat source function at that the built functional is arrived at a minimum value. As a numerical optimization method we used functional conjugate gradient method. For the organization of the iterative process by the method of conjugate gradients, initial-boundary value problem is solved by the finite-difference method. Numerical experiments were carried out.

Results. In this paper, the inverse heat conduction problem is reduced to an extreme formulation by introducing quadratic quality functional. The temperature function is used as additional information. This function is found from the integral heat balance conditions. Usage of this function allowed us to obtain the most effective information for the formulation of an extreme problem. **Originality.** Research and construction methods for solving inverse problems with integral conditions are an important task. Version for solving this problem is proposed in the work. **Practical value.** A mathematical model, which is proposed in the work, is used to develop the technological equipment for the heating of a moving wire. References 15, tables 0, figures 1.

Key words: heat source, heat conduction problem, the residual functional, inverse problem.

REFERENCES

1. Baranov, Y.V., Troitskiy, O.A., Avraamov, Yu.S., Shlyapin, D.A. (2001), *Fizicheskie osnovy elektro-impulsnoy i elektroplasticheskoy obrabotok i novyematerialy* [Physical principles of electropulse and electroplastic treatments and new materials], publisher MGIU, Moscow, Russia.

2. Troitsky, O.A. (2009), "Ultrasound electroplastic metal flattening", *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiy*, no.10 (26), pp. 42–49.

3. Gromov, V.E. et al (2011), *Vliyanie elektro-magnitnyh poley na plastichnost i prochnost materialov* [The influence of electromagnetic fields on the ductility and strength of materials], SibGIU, Novokuznetsk, Russia.

4. Gromov, V.E. et al (2012), *Vliyanie vneshnih energeticheskih vozdeystvy na strukturu fazoviy sostav I svoystva materialov* [The influence of external energy effects on the structure, phase composition and properties of materials], SibGIU, Novokuznetsk, Russia.

5. Gromov, V.E. et al (2013), *Vliyanie vysoko-energeticheskih vozdeystviy n strukturu i svoystva konstruktsionnyh materialov* [The influence of high-energy impacts on the structure and properties of the structural materials], SibGIU, Novokuznetsk, Russia.

6. Samarskiy, A.A. Vabischevich, P.N. (2003), *Vychislitelnaya teploperedacha* [Computational heat transmission], Editorial URSS, Moscow, Russia.

7. Lyashenko, V., Kobilskaya, E., Aniskov, A. (2013), "The process control of lectroplastic deformation ultrafine wire", *Proceeding of scientific and student's works in the field of Industrial Electrical Engineering*, vol. 2, part 1, pp. 87–90.

8. Lyashenko, V.P. (2013), "Temperature field of an infinite cylinder with moving heat source", *Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, series «Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems»,* no. 1058, Vol. 21, pp. 97–103.

9. Lyashenko, V.P., Grigorova, T.A., Troitsky, O.A., Kobilskaya, E.B. (2011), "Investigation of the thermal component effect on the properties the wire during drawing electroplastic", *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, iss. 4(69), part 1, pp. 57–62.

10. Lyashenko, V., Kobilskaya, E., (2014), "Control of heat source in a heat conduction problem", *Application of Mathematics in technical and Natural Sciences (AMiTaNS'14), AIP CP*, Melville, NY, 2014, pp. 651–654.

11. Lyashenko, V., Kobilskaya, E., Aniskov, A. (2015), "Copper strip electroplastic rolling", *Metallurgical and Mining Industry*, no. 2, pp. 294–299.

12.Lyashenko, V., Kobilskaya, E. (2010), "Research of temperature distributions of mobile environment with the impulsive sources of heat", *Bulletin of V.Karazin Kharkiv National University, series «Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems»*, no. 890, vol. 13, pp. 115–120.

13. Kobilskaya, E. (2013), "Modeling of pulse thermal process", *Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University, series «Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems»*, no. 1063, vol. 22, pp. 84–89.

14. Vabishchevich, P.N., Samarskii, A.A. (1997), "Stability of difference schemes for convection–diffusion problems", *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, vol. 37, no. 2, pp.188–192

15. Kabanikhin, S.I. (2009), *Obratnye i nekorrektnye zadachi* [Inverse and incorrect problems], Sibirskoe nauchnoe izdatelstvo, Novosibirsk, Russia

Стаття надійшла 15.04.2016.