

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ РЕЗОНАНСНОМ КОНТУРЕ**В. Ю. Ноженко, Д. И. Родькин, В. В. Ченчевой**

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: viktoriya_nozhenko@mail.ru

Широкое применение в различных отраслях промышленности вибрационных машин резонансного типа привело к необходимости исследования и изучения основного недостатка рассматриваемых виброустановок – прохождения резонансной зоны, а также нестационарных процессов, возникающих при этом. С целью упрощения исследований рассмотрена математическая модель электрического аналога вибрационной машины – последовательного резонансного RLC -контура при изменении во времени частоты напряжения питания. Получены кривые мощности до и после прохождения резонансной зоны при увеличении и уменьшении частоты. Показано влияние темпа нарастания напряжения и частоты питания на максимальное и минимальное значение мощности при прохождении резонансной зоны. Установлено, что в дорезонансный период, как и в зарезонансный, частота тока меньше частоты напряжения, что является причиной перехода активной мощности в сети питания через нуль, вследствие чего после накопления энергии в дорезонансный период наблюдается ее генерирование в источник питания.

Ключевые слова: вибрационная машина, последовательный резонансный контур, зарезонансный режим, нестационарные процессы.

НЕСТАЦИОНАРНІ ПРОЦЕСИ В ПОСЛІДОВНОМУ РЕЗОНАНСНОМУ КОНТУРІ**В. Ю. Ноженко, Д. І. Родькін, В. В. Ченчевой**

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: viktoriya_nozhenko@mail.ru

Широке застосування в різних галузях промисловості вібраційних машин резонансного типу призвело до необхідності дослідження й вивчення основного недоліку розглянутих віброустановок – проходження резонансної зони, а також нестационарних процесів, які при цьому виникають. З метою спрощення досліджень розглянуто математичну модель електричного аналога вібраційної машини – послідовного резонансного RLC -контуру при зміні в часі частоти напруги живлення. Отримано криві потужності до і після проходження резонансної зони при збільшенні та зменшенні частоти. Показано вплив темпу наростання напруги й частоти живлення на максимальне та мінімальне значення потужності при проходженні резонансної зони. Установлено, що в дорезонансний період, як і в зарезонансний, частота струму менша за частоту напруги, що є причиною переходу активної потужності в мережі живлення через нуль, унаслідок чого після накопичення енергії в дорезонансний період спостерігається її генерування в джерело живлення.

Ключові слова: вібраційна машина, послідовний резонансний контур, зарезонансний режим, нестационарні процеси.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Разнообразная вибрационная техника и технологии на ее базе широко используются в различных отраслях промышленности и определяют техническое совершенство систем управления и регулирования установками, процессами и комплексами. Применение вибрационной техники позволяет существенно упростить конструкцию рабочих машин, повысить их управляемость, снизить металлоемкость и энергопотребление, поэтому возможности вибрационной техники далеко не исчерпаны и определяют одно из направлений развития современных машин и технологий [1–5].

В основе вибрационной техники находится использование сил и моментов, возникающих в элементах конструкции самого разнообразного механического и технологического предназначения.

Расширение области применения вибротехники способствовало созданию различных видов виброустановок, основное отличие которых заключается в конструктивных особенностях устройств возбуждения вибраций. При этом наиболее простыми установками являются те, у которых возбуждение вибраций осуществляется с помощью механического дебаланса [2].

Общим для разнообразных виброустановок явля-

ется то, что в математическом отношении все они описываются одинаковыми математическими зависимостями – дифференциальными уравнениями, хотя в их конструкции используются разные материалы, различна и природа кинематического и технического взаимодействия [1, 6]. Эта общность в части математического описания позволяет выявить и оценить важность наиболее характерных процессов при работе виброустановок как в неустановившихся режимах, так и при регулировании технологических параметров в так называемых квазистационарных режимах.

Многочисленными исследованиями ряда авторов доказано то, что в основе разнообразных процессов, протекающих в вибрационных системах, происходят одни и те же энергетические процессы, характерные для колебательных систем любого вида, в частности, для электротехнических устройств, наиболее полно исследованных в радиотехнике, преобразовательных системах, электромеханике. Именно по этой причине для различных вибрационных устройств в качестве аналогов используют известные в электротехнике колебательные системы различного применения и технического исполнения. При анализе вибросистем с помощью электрического аналога, как правило, пользуются структурой и со-

ответствующим математическим аппаратом для последовательного резонансного RLC -контура ввиду некоторых преимуществ его по сравнению с параллельным [6, 7].

Теория процессов в последовательном резонансном контуре разработана достаточно хорошо для стационарных и переходных режимов применительно к цепям постоянного и переменного тока в предположении постоянства как параметров контура, так и параметров источника питания. Эти режимы в конечном итоге составляют теорию стационарных режимов классического последовательного резонансного контура.

Следует отметить, что на данный момент слабо изученным является вопрос анализа нестационарных процессов в последовательном резонансном контуре, которые наблюдаются при изменении частоты напряжения, прилагаемого к контуру, что характерно для разгона вибрационных систем, в частности, прохождения частоты резонанса в вибрационных машинах (ВМ) зарезонансного типа [8, 9].

Целью работы является исследование и анализ нестационарных процессов, возникающих при прохождении точки резонанса в электрическом последовательном резонансном контуре.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Решение уравнений, описывающих нестационарные процессы, не имеет приемлемого аналитического описания ввиду того, что даже простейшие зависимости для полного сопротивления последовательного резонансного контура включают в себя временные функции частоты источника питания и его напряжения [7, 10]. При этом даже понятие сопротивления резонансного контура теряет четкий физический смысл. Указанный параметр легко определяется по известным зависимостям только в предположении постоянства амплитуды и частоты напряжения питания, т.е. в стационарных режимах [11]:

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (1)$$

где R – сопротивление; ω – частота источника питания; L – индуктивность; C – емкость резонансного контура.

Действующее значение тока в резонансном контуре:

$$I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (2)$$

где U – действующее значение напряжения питания.

Временная зависимость тока контура:

$$I(t, \omega) = \frac{\sqrt{2}U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cos(\omega t - \varphi), \quad (3)$$

где φ – угол сдвига между напряжением и током:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (4)$$

Активная и реактивная мощности контура:

$$P(\omega) = I(\omega)^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}; \quad (5)$$

$$Q(\omega) = \frac{U^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (6)$$

На рис. 1 представлены зависимости параметров последовательного резонансного контура от частоты: тока $I(\omega)$, активной мощности $P(\omega)$, реактивной мощности $Q(\omega)$, а также угла сдвига $\varphi(\omega)$. Эти зависимости относятся к стационарному режиму контура, когда для каждой частоты ω , являющейся постоянной (не меняющейся во времени величиной), в соответствии с приведенными выше зависимостями, получены значения P_i , Q_i , φ_i , I_i . На рис. 1 представлены также векторные диаграммы напряжения U , тока $I(\omega)$ и углов сдвига φ_i для дорезонансного (квадрант «а») и зарезонансного (квадрант «б») режимов. При резонансе ($\omega_i = \omega_r$) фазовый сдвиг тока относительно напряжения равен нулю, т.е. направления векторов тока и напряжения совпадают.

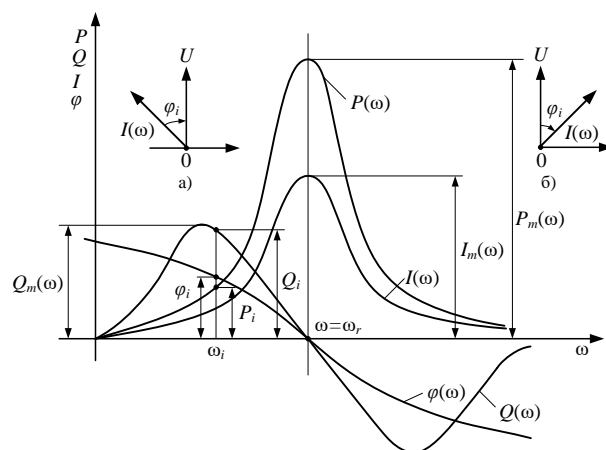


Рисунок 1 – Диаграммы тока, мощности и угла сдвига последовательного резонансного контура в стационарном режиме

Баланс напряжения в стационарном режиме ($\omega = const$) имеет вид:

$$U(t) = I_m(t)R + L \frac{dI_m(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int I_m(t) dt = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t), \quad (7)$$

где $I_m(t)$ – амплитудное значение тока в цепи; $U_R(t)$, $U_L(t)$, $U_C(t)$ – напряжение на активном сопротивлении, на индуктивности, на емкости, соответственно.

Мгновенная мощность в цепи:

$$U(t)I_m(t) = P(t) = U_L(t)I_m(t) + U_C(t)I_m(t) + I_m(t)^2 R, \quad (8)$$

или в более простой форме записи:

$$P(t) = P_L(t) + P_C(t) + P_R(t), \quad (9)$$

где $P_L(t)$, $P_C(t)$, $P_R(t)$ – мгновенная мощность на индуктивности, емкости, активном сопротивлении, соответственно.

Последнее выражение определяет уравнение баланса мгновенной мощности источника питания и контура в стационарном режиме, для которого справедливы следующие свойства:

– при синусоидальном напряжении питания ток в контуре синусоиден и определяется напряжением питания, его частотой и значениями емкости и индуктивности;

– при переменном периодическом несинусоидальном напряжении питания ток в цепи несинусоиден, причем каждая гармоника I_n его определяется независимо от других так же, как и в линейной цепи, т.е. зависит от амплитуды напряжения n -ной гармоники, значений емкости и индуктивности:

$$I_n = \frac{U_n}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega n - \frac{1}{C\omega n} \right)^2}}, \quad (10)$$

где n – номер гармоники; U_n – напряжение n -ной гармоники. Резонанс в цепи может иметь место для каждой из гармоник напряжения независимо от остальных [7, 10].

В стационарном режиме энергетический процесс характеризуется энергией электромагнитного поля индуктивности и энергией электростатического поля конденсатора, которые равны:

$$W_L = L \frac{I_m^2}{2}; \quad W_C = C \frac{U_c^2}{2}, \quad (11)$$

где U_c – напряжение на конденсаторе.

Характерно при этом, что в стационарном режиме запасенная энергия не проявляет себя, т.е. сумма W_L и W_C является величиной постоянной. Для анализа представим W_L и W_C таким образом:

$$W_L = \frac{X_{Li} I_{mi}^2}{2\omega_i}; \quad W_C = \frac{X_{Ci} I_{mi}^2}{2\omega_i}, \quad (12)$$

где X_{Li} , X_{Ci} – сопротивления индуктивности и емкости на i -й частоте, соответственно; I_{mi} – максимальное значение тока на i -й частоте.

Из приведенных выражений следует, что максимальные значения запасаемой энергии в индуктивности и емкости соответствуют резонансной частоте, когда их значения не только максимальны, но и равны друг другу.

Нестационарные режимы существенно отличаются от стационарных и имеют место только тогда, когда изменяется во времени частота напряжения питания в соответствии с той или иной функциональной зависимостью, причем диапазон изменения как частоты, так и напряжения может быть достаточно существенным, например таким, при котором на интересующем интервале времени происходит переход через резонансную зону. Как показывает анализ литературных источников [2, 8, 9, 12], это наиболее ответственный и важный режим в работе зарезонансных ВМ. При этом в [12] автор указывает на сложность математического описания процессов,

происходящих при переходе резонанса. Значение максимума тока при прохождении резонанса с увеличением частоты наблюдается не в момент совпадения частоты напряжения питания с собственной частотой резонансного контура, а позже, т.е. максимум амплитуды тока при разгоне системы смещается в сторону больших частот, а при снижении частоты питания – в сторону меньших частот. Характерно при этом, что смещение максимума увеличивается с увеличением скорости изменения частоты питания. Максимальная амплитуда нестационарных колебаний всегда меньше амплитуды стационарных колебаний при разгоне контура, и она уменьшается с увеличением скорости прохождения через резонансную зону.

Указанные явления не являются причиной появления каких-то нелинейных характеристик или свойств в контуре, который, как следует из изложенного выше, включает линейные элементы R , L , C . Причина указанных явлений носит другой, чисто энергетический характер, ранее не затрагивавшийся исследователями. Существующие методы анализа процессов в последовательном резонансном контуре не дают полной картины явления вследствие того, что базируются на предположении о медленности изменения амплитуды и частоты. При этом для оценки медленности изменения частоты и используется отношение скорости нарастания частоты $\frac{d\omega}{dt}$ к квадрату частоты в резонансной зоне, т.е. $\frac{d\omega}{dt} \omega^{-2} \ll 1,0$. Результаты, получаемые при этом, как правило, получают достаточно противоречивыми [12].

Описанные явления, происходящие при нестационарном режиме, проявляются не только в зависимости от скорости изменения частоты, но и от добротности последовательного резонансного контура. С уменьшением добротности отмеченные явления менее выражены.

Для исследования процессов в резонансном контуре могут быть полезны векторные диаграммы для дорезонансного, резонансного и зарезонансного режимов, хотя следует иметь в виду, что векторы напряжения и тока имеют меняющиеся частоты. На основании векторных диаграмм (рис. 2) можно получить достаточно понятные представления о процессах.

Векторные суммы, представленные на рис. 2,а,б,г, определяют уравнения электрического равновесия в стационарных режимах, для которых характерна неизменяемость энергии, запасенной в емкости и индуктивности. В нестационарных режимах (рис. 2,в,д) векторные диаграммы не следует считать такими же информативными, как в стационарных, вследствие того, что напряжение и частота изменяются от периода к периоду. Как будет показано ниже, параметры, входящие в схему, изменяются во времени, причем частота тока как в дорезонансном режиме, так и в зарезонансном не совпадает с частотой питающего напряжения. Другими словами, векторы напряжения и тока перемещаются друг относительно друга. Несмотря на указанный

факт, использование векторных диаграмм позволяет с качественной стороны рассматривать энергопроцессы в контуре. Как следует из рис. 2, в, д, векторные суммы в контуре включают ЭДС ΔE , которая суммируется или вычитается от напряжения сети. Так, при увеличении частоты ЭДС ΔE снижает ре-

зультирующее напряжение в контуре до точки резонанса и увеличивает его в зарезонансной зоне. Это напряжение имеет непосредственную связь как с процессами накопления энергии в реактивностях резонансного контура, так и с уменьшением ее.

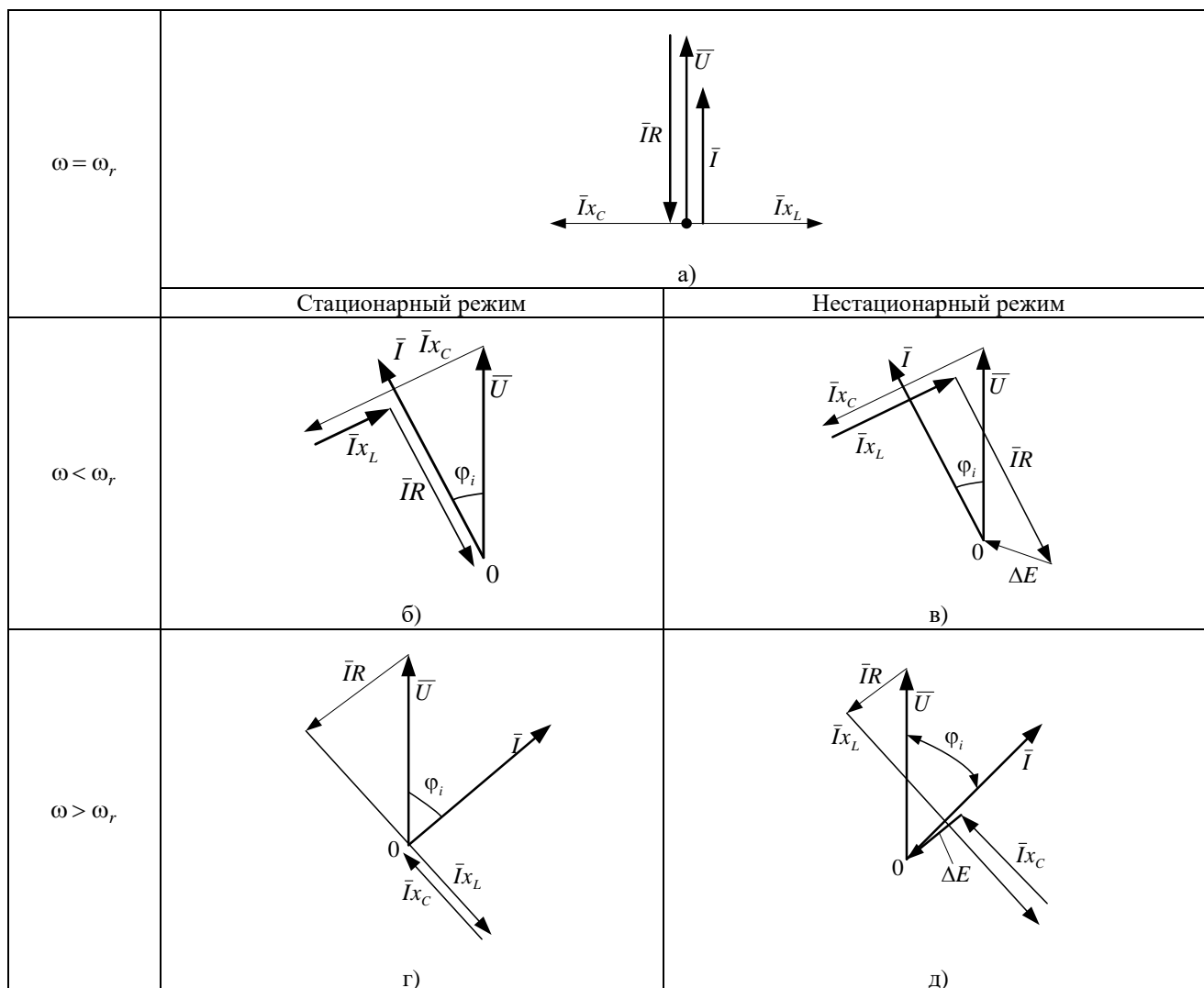


Рисунок 2 – Векторные диаграммы последовательного резонансного контура в стационарных (а, б, в) и нестационарных режимах (г, д)

В ранее выполненных исследованиях ряда авторов отсутствует анализ энергетической стороны процесса прохождения через резонанс. При этом известно, что во время резонанса ток в последовательном резонансном контуре теоретически достигает своего максимума, вследствие чего достигает своего максимума и энергия, запасенная в контуре. После достижения максимума ток в резонансном контуре должен резко снижаться и фактически вся запасенная энергия должна рассеяться то ли на активном сопротивлении, то ли возвратиться в источник. Первая часть этого условия очевидна и, следовательно, процесс рассеяния энергии будет иметь всегда место, если ток в цепи не равен нулю.

Возвращение энергии в сеть – вопрос более сложный и означает, что произведение $U(t)I(t)$ за точкой резонанса должно быть меньше нуля. Здесь

следует отметить невозможность передачи энергии в сеть с помощью какого-то устройства, а также то обстоятельство, что контур становится источником энергии, т.е. способен генерировать энергию. Эта возможность появляется вследствие того, что при работе в дорезонансном и в зарезонансном режимах из-за изменения фазы между напряжением и током контура мгновенная частота тока оказывается не равной частоте источника питания.

Это видно из того обстоятельства, что фазовый угол напряжения при известном законе изменения частоты $\varphi_{u(t)} = 2\pi \int f(t) dt$, где $f(t)$ – зависимость частоты источника питания от времени. Фазовый угол тока изменяется в соответствии с зависимостью $f(t)$ и меняющимся с изменением частоты углом:

$$\varphi_{i_{\Sigma}}(t) = 2\pi \int f(t)dt + \frac{\pi}{2} - \varphi_i(t), \quad (13)$$

где $\varphi_i(t)$ – угол сдвига между напряжением и током.

Частота изменения напряжения:

$$\omega_{u(t)} = \frac{d\varphi_u(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(2\pi \int f(t)dt \right) = 2\pi f(t) = \omega_u. \quad (14)$$

Частота тока в контуре:

$$\omega_{i(t)} = \frac{d\varphi_{i_{\Sigma}}(t)}{dt} = 2\pi f(t) - \frac{d\varphi_{i_{\Sigma}}(t)}{dt} = \omega_u - \delta\omega_i, \quad (15)$$

где ω_u – мгновенная частота напряжения; $\delta\omega_i$ – приращение мгновенной частоты тока.

При исследовании для упрощения принят закон изменения угла φ_i пропорциональным изменению частоты напряжения с целью упрощения анализа. Из (13) и (15) следует, что при увеличении частоты напряжения частота тока меньше соответствующего значения для напряжения.

Очевидно, что в зарезонансной зоне ток уменьшается, при этом фазовый угол (φ_i) растет до $\frac{\pi}{2}$, а частота тока, как и в предыдущем случае, будет меньше частоты напряжения. Это обстоятельство является основной причиной интенсивного роста тока и мощности при подходе к резонансу и соответствующего уменьшения тока и мощности в зарезонансной зоне.

Режим рекуперации связан с тем, что накопленная энергия в реактивных элементах рассеивается на сопротивлениях и частично возвращается в сеть. При этом чем с большей скоростью осуществляется переход через точку резонанса, тем большее значение активной мощности возвращается в сеть в зарезонансной зоне. Естественно, что с ростом добротности контура будет увеличиваться максимальное значение мощности, рекуперированной в сеть. Сказанное можно иллюстрировать таким примером: мощность двух сигналов с различными частотами будет состоять из разночастотных компонент мгновенной мощности, периодически меняющих свой знак. В анализируемом случае процесс происходит на достаточно малом интервале времени, включающем несколько периодов напряжения сети. Рассмотренный процесс иллюстрируется кривыми напряжения $U(t)$, тока $I(t)$ и мощности $P(t)$ (рис. 3), полученными в ходе моделирования последовательного резонансного контура – аналога зарезонансной ВМ с дебалансными вибровозбудителями [9]. Параметры эквивалентного последовательного резонансного контура: $L = 9000$ Гн; $C = 7,886 \cdot 10^{-9}$ Ф; $R = 30600$ Ом. Данные параметры соответствуют реальным параметрам ВМ: масса ВМ $m_{pl} = 9000$ кг; коэффициент жесткости опор $c = 1,268 \cdot 10^8$ Н/м; коэффициент демпфирования $b = 30600$ Нс/м.

На рис. 3 обозначено: t_1 – время достижения резонансной частоты при ее росте; Δt – время запаздывания максимума мощности и тока; t_n – время, в течение которого мощность изменяется от максималь-

ного значения P_{max} до минимального P_{min} и составляет всего два периода переменного напряжения.

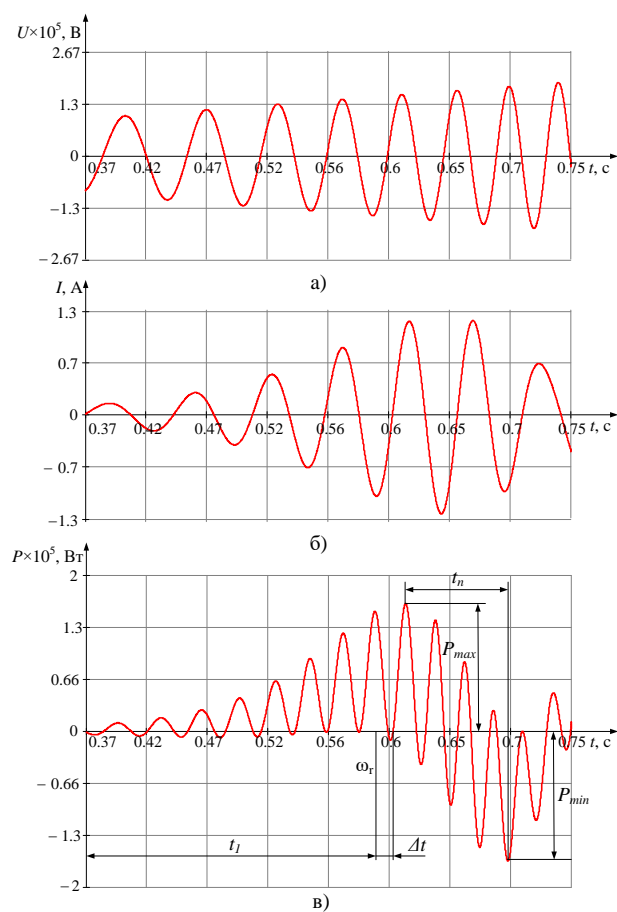


Рисунок 3 – Кривые напряжения $U(t)$ (а), тока $I(t)$ (б) и мощности $P(t)$ (в) последовательного резонансного контура при прохождении резонансной зоны при увеличении частоты

Исследования влияния скорости изменения частоты на P_{max} и P_{min} позволяет установить некоторые закономерности, в частности то, что рост скорости изменения частоты приводит к существенному снижению P_{max} и увеличению по абсолютной величине P_{min} , при этом P_{max} монотонно возрастает по мере роста параметра, характеризующего скорость изменения частоты t_p , достигая значения, характерного для стационарного режима резонансного контура P_{max_c} .

Характерно при этом то, что при приемлемых значениях скорости нарастания частоты максимальное значение P_{max} снижается достаточно интенсивно. В нашем примере P_{max} снижается более чем в четыре раза, что, несомненно, является важным выводом, характеризующим эффективность снижения максимальной мощности при разгоне конкретной технологической установки. При этом скорость изменения частоты следует определять как отношение $\frac{\omega_{nom}}{t_p}$, где ω_{nom} – некоторое постоянное значение

частоты, например, номинальной частоты питания двигателей ВМ; t_p – время нарастания частоты. Указанное снижение максимума P_{max} для рассматриваемого примера имеет место при $t_p \approx 1,3$ с.

Кривая зависимости $P_{min}(t_p)$ (рис. 4) характерна тем, что по мере снижения темпа роста частоты значение P_{min} постепенно растет, достигает максимума, и в дальнейшем уменьшается из-за уменьшения запасенной энергии в реактивных элементах контура.

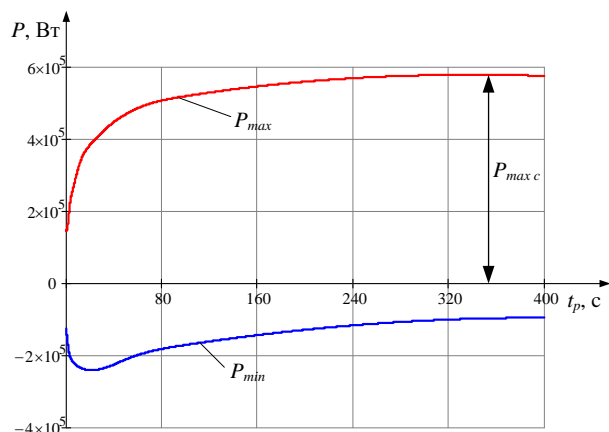


Рисунок 4 – Зависимость максимального и минимального значений мощности от времени нарастания частоты при прохождении резонансной зоны

На рис. 5 представлены кривые, характеризующие процесс прохождения резонансной зоны при уменьшении частоты от некоторого значения $\omega > \omega_r$ до $\omega < \omega_r$. Процесс практически не отличается от того, который имеет место при прохождении резонансной зоны при увеличении частоты (рис. 3). Это объясняется тем, что по мере приближения к резонансной зоне энергия, запасенная в конденсаторе, которая по величине больше, чем в индуктивности, постепенно уменьшается с приближением к резонансной зоне, компенсируя увеличение энергии в индуктивности. Процесс прохождения резонансной частоты при этом сопровождается резким возрастанием мощности, генерируемой в источник питания контура. Отличием этого процесса от того, который имеет место при прохождении резонанса с увеличением частоты, заключается в том, что максимум мощности наблюдается при частоте, меньшей, чем резонансная.

В электромеханических системах прохождение резонанса при замедлении является не менее опасным режимом, чем в случае прохождения опасной зоны с увеличением частоты, т.к. в этом и другом случаях прохождение резонансной зоны сопровождается значительными динамическими нагрузками.

При снижении частоты до резонансной наблюдается рост тока в контуре вследствие уменьшения индуктивного сопротивления с последующим его уменьшением после перехода резонансной зоны, в основном из-за влияния активного сопротивления контура.

Следует отметить, что как в случае увеличения частоты, так и в случае ее уменьшения переход через точку резонанса сопровождается достаточно интенсивным уменьшением мощности, потребляемой из сети от максимального значения P_{max} до минимального P_{min} . Разность этих значений $\Delta P_{max} = P_{max} - P_{min}$ наблюдается на промежутке времени, достаточно малом, не превышающем одного–двух периодов переменного напряжения.

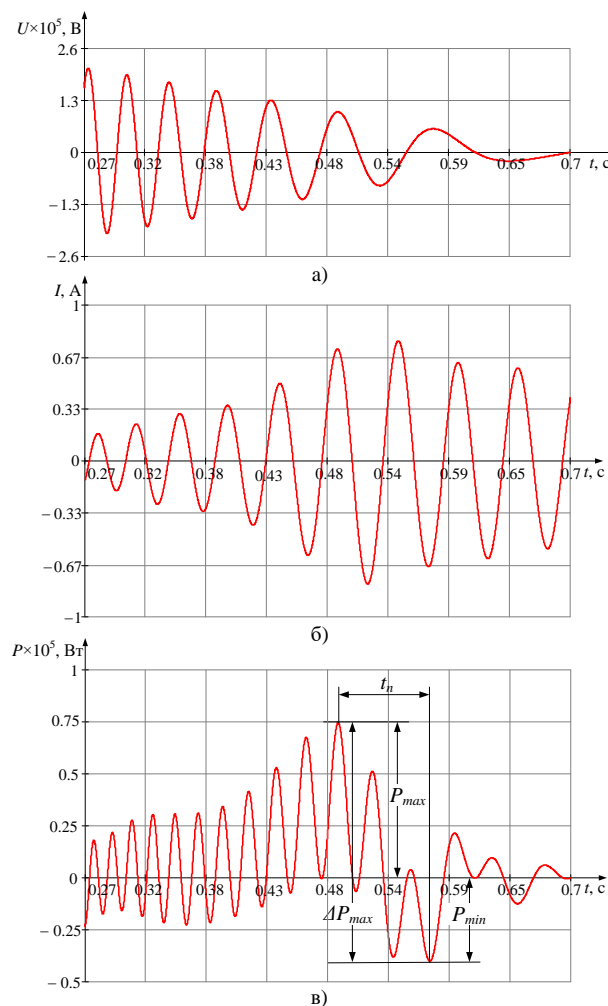


Рисунок 5 – Кривые напряжения $U(t)$ (а), тока $I(t)$ (б) и мощности $P(t)$ (в) последовательного резонансного контура при уменьшении частоты

Следует подчеркнуть то, что параметры P_{max} , P_{min} , а также ΔP_{max} являются теми параметрами, которые в значительной мере определяют как энергетические характеристики контура, так и тесно связанные с ними иные характеристики реальных машин и механизмов на основании конструктивных особенностей, которые при исследованиях определяют параметры схемы замещения электрического аналога – последовательного резонансного контура. При таком подходе ясно, что энергетические характеристики колебательного контура адекватно определяют энергетические характеристики, например, ВМ разного конструктивного исполнения. Необхо-

димоме отметить, что P_{max} – один из параметров, который определяет мощность двигателей дебалансных ВМ зарезонансного типа, а ΔP_{max} является важным параметром, определяющим частотный состав мощности исследуемой установки, который имеет место после перехода резонанса, т.е. в переходном режиме, следующем за упомянутым переходом. Этот переходной процесс, как указано в [3], имеет не менее сложный характер, как и сам переход через зону резонанса [3, 8, 13].

Констатируя тот факт, что аналитического решения для анализа процессов в нестационарных режимах нет, следует подчеркнуть, что есть вполне приемлемый путь – моделирование, обеспечивающее приемлемые результаты при известной простоте. Это указывает на необходимость поиска упрощенных, но вполне удовлетворительных по точности аналитических методов. Один из них заключается в том, что аналитическим путем определяется зависимость тока контура от частоты, а затем определяются оптимальные варианты аппроксимирующих функций.

Выполненный анализ показал, что приемлемые результаты при достаточной простоте аппроксимирующей функции возможен при зависимости вида

$$y = (a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2)^{-1}, \quad (16)$$

где ω – угловая частота; $a_0 = 70,848$, $a_1 = -1,187$, $a_2 = 4,997 \cdot 10^{-3}$ – значения коэффициентов аппроксимации.

На рис. 6 приведены результаты выполненной аппроксимации зависимости $I(\omega)$ резонансного контура с указанными ранее параметрами.

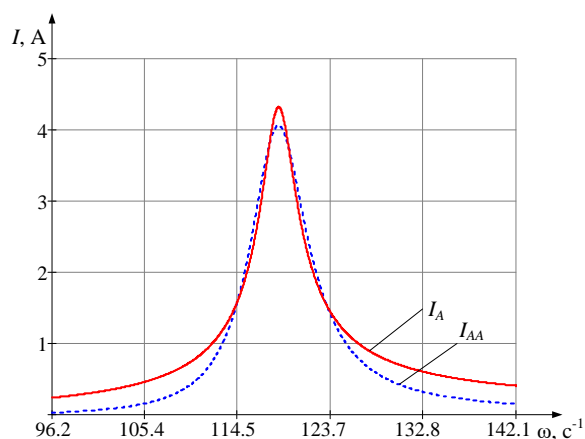


Рисунок 6 – Ток контура $I_A(\omega)$ и его аппроксимирующая кривая $I_{AA}(\omega)$

Тогда, при наличии аппроксимирующей функции $I(\omega, t)$, зависимость для тока резонансного контура будет иметь вид

$$I(t) = I(\omega, t) \cos(\omega_u - \delta\omega_i) t. \quad (17)$$

Приведенные теоретические положения позволяют при необходимости получить временные зависимости мощности резонансного контура при переходе резонансной зоны с соответствующим темпом изменения частоты. Зависимость, описывающая

мощность последовательного резонансного контура (8), окончательно приобретает такой вид:

$$P(t) = U_u(\omega, t) \cos(\omega_u t) I(\omega, t) \cos(\omega_u - \delta\omega_i) t. \quad (18)$$

Выполненный анализ кривых изменения мощности во времени имеет сложную форму, определяющую картину переходного процесса, которую с достаточной точностью можно аппроксимировать кривой, представленной на рис. 7.

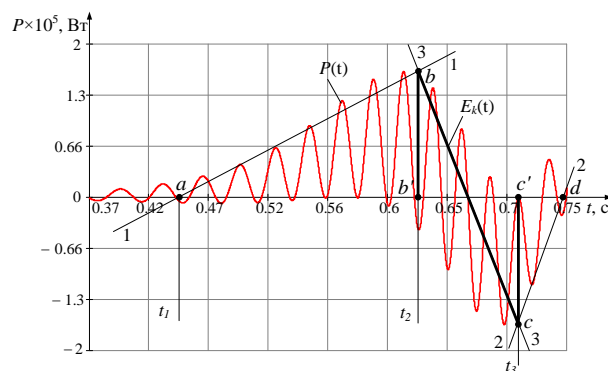


Рисунок 7 – Кривая мощности и ее аппроксимационные прямые 1, 2, 3

Как указывалось ранее, при увеличении частоты до резонанса происходит постепенное увеличение энергии в индуктивности L и емкости C . При этом, в отличие от статического режима, энергия, потребляемая от источника за период переменного напряжения, будет больше энергии, которая выделится на сопротивлении R . Разность между указанными величинами равна приращению энергии контура. На рис. 7 представлена кривая мощности на контуре, а также прямые 1, 2, 3, аппроксимирующие $P(t)$ при переходе точки резонанса. Ломаная кривая $abcd$ при этом соответствует в масштабе дополнительной ЭДС, действующей на контур помимо приложенного напряжения. Под действием указанной внутренней ЭДС в цепи R, L, C появится составляющая тока, которую следует рассматривать как переходную составляющую, затухающую после прохождения точки резонанса с некоторой постоянной времени.

Таким образом, параметры P_{max}, P_{min}, t_n можно рассматривать как параметры единократного воздействия на резонансный контур в момент прохождения точки резонанса. В связи с этим переходной процесс можно рассматривать состоящим из двух компонент:

- первой, вызванной внешним воздействием, т.е. напряжением на контуре и частоты в нем. Эти воздействия – вынужденные, а колебания, вызванные ими, – вынужденные колебания;
- вторая компонента переходного процесса вызвана внутренними процессами, обусловленными активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью на ударное изменение мощности в контуре при переходе через резонанс. Этот процесс зависит от гармонического состава воздействия и параметров резонансного контура.

Очевидно, что наибольшее влияние на переходную составляющую будет оказывать компонента

кривой $E_k(t)$, заключенная между точками $b'bcc'$ ввиду значительных величин ЭДС в точках b и c и величины отрезка времени $t_3 - t_2$, в течение которого происходит прохождение точки резонанса.

Для определения спектра собственных частот мощности следует разложить полученную кривую $P(t)$ в ряд Фурье. Затухание составляющих мощности происходит в зависимости от корней характеристического уравнения резонансного контура [10]:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}. \quad (19)$$

Подтверждение обоснованности теоретических положений, изложенных выше, выполнено путем моделирования простейшего последовательного резонансного контура с указанными параметрами. Целью этих исследований являлось:

- подтверждение проявления явления генерирования мощности в сети питания резонансного контура при переходе резонансной зоны;
- оценка снижения максимума потребляемой из сети мощности в зависимости от условий перехода точки резонанса, в частности, – ускорения частоты напряжения питания;
- оценка максимума мощности, генерируемой в сеть, в зависимости от темпа изменения частоты при разгоне резонансного контура;
- исследование процесса установления нестационарного режима при переходе резонансной зоны;
- получение общей оценки, характеризующей форму зависимости потребляемой мощности при разгоне резонансного контура.

Специфическим режимом является процесс, наблюдающийся после прохождения точки резонанса. Этот режим показан кривыми напряжения, тока и мощности, полученными для принятых ранее параметров резонансного контура и иллюстрирующими переходный процесс после прохождения точки резонанса (рис. 8).

Если учесть, что переход через резонансную точку происходит достаточно быстро, то можно сделать предположение, что это происходит при неизменном питающем напряжении. Это означает, что свободная составляющая тока в переходном режиме будет определяться значением I_{min} за точкой резонанса; но т.к. свободная составляющая определяет часть переходного процесса и не зависит от вынуждающей составляющей, то затухание переходного процесса будет определяться только первым слагаемым корня характеристического уравнения $\tau = \frac{R}{2L}$.

На рис. 8 переходной процесс в зарезонансной зоне характеризуется временем t_n и включает участок t_1 , который соответствует интервалу изменения тока после точки перехода через резонансную зону.

Закон изменения тока при этом $I'(t) = I_{min}e^{-\tau t}$, кривая мощности определяется двумя разными выражениями:

$$P_1(t) = P_{min}(1 + K_u t), \quad (20)$$

где $K_u = \frac{P_{min} - P_2}{t_1}$ при $t_1 > t > 0$;

$$P_2(t) = P_{2min}e^{-\tau t} \quad (21)$$

при $t > t_1$.

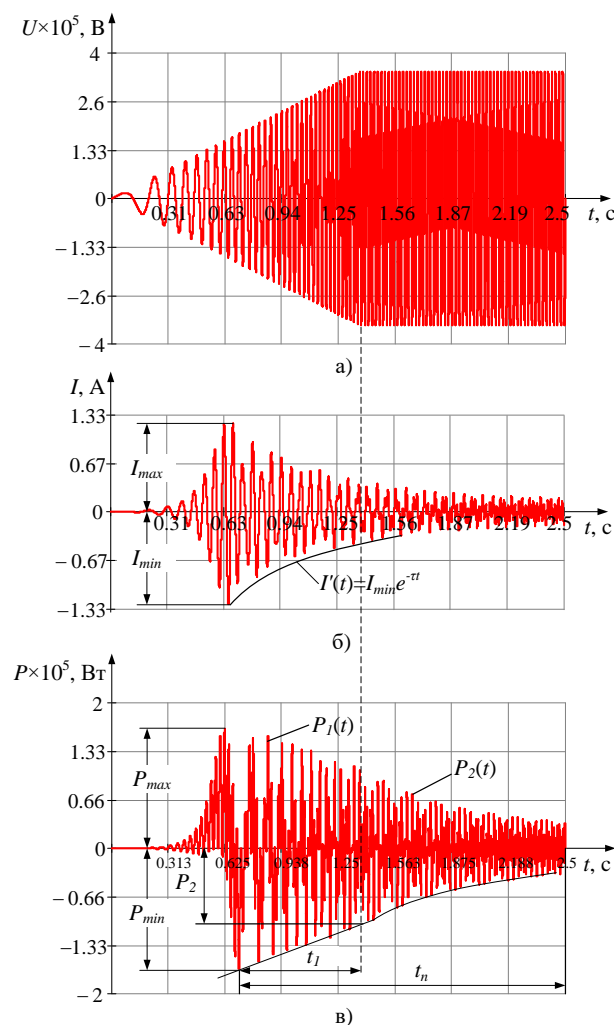


Рисунок 8 – Переходной процесс в зарезонансной зоне

С учетом выполненного анализа можно сделать выводы, касающиеся общих особенностей и вида зависимости $P(t)$ в зарезонансной зоне. При этом указанные значения $P(t)$ определяются огибающей мощности, вызванной переходной составляющей тока в резонансном контуре.

В соответствии с переходным процессом в контуре, представленном на рис. 8, построены огибающие мощности на рассмотренных ранее участках (рис. 9). Важно то, что полученные кривые практически полностью с качественной стороны повторяют кривую вибрационного момента реальной ВМ [9].

Таким образом, можно считать доказанным то, что эта важная составляющая момента дважды меняет знак: первый раз непосредственно после перехода резонанса, а второй – после существенного снижения запасенной в контуре энергии, что соот-

ветствует по существу переходу в стационарный режим. Как указано ранее, в зависимости от скорости изменения частоты отрицательное значение мощности при переходе через резонанс будет изменяться, снижаясь до нуля при достаточно медленном изменении частоты.

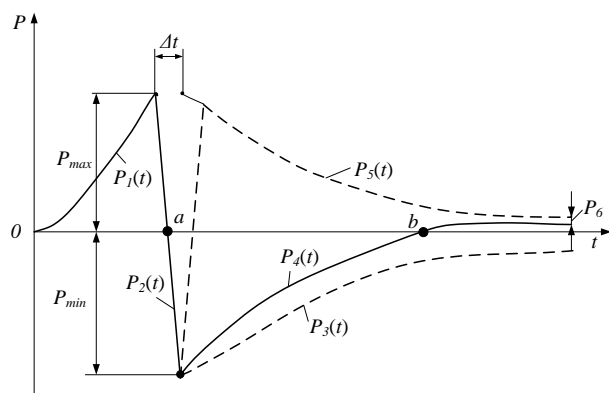


Рисунок 9 – Общий вид зависимости $P(t)$ при переходе резонансной зоны: $P_1(t)$ – огибающая кривой мощности в дорезонансной зоне; $P_2(t)$ – огибающая мощности при переходе резонансной зоны; $P_3(t)$, $P_5(t)$ – огибающие мгновенной мощности в зарезонансной зоне; $P_4(t)$ – кривая активной мощности в зарезонансной зоне; P_6 – активная мощность в установившемся режиме

Указанные особенности следует учитывать при разработке вопросов, касающихся расчета и выбора мощности приводных двигателей зарезонансных ВМ.

ВЫВОДЫ. Нестационарные процессы в последовательном резонансном контуре – сложное явление при переходе через точку резонанса, сложность которого заключается прежде всего в том, что нет возможности точного аналитического выражения из-за явлений энергообменного характера, накопления и рассеивания энергии в индуктивности и емкости.

Установлено, что при переходе резонансной зоны ток в контуре имеет частоту, отличную от частоты напряжения питания. В дорезонансный период частота тока, как и в зарезонансный, меньше частоты напряжения. Это свойство контура является причиной перехода активной мощности в сети питания через нуль, вследствие чего после накопления энергии в дорезонансный период наблюдается ее генерирование в сеть в период зарезонансный.

Изменение темпа нарастания частоты приводит к снижению максимального значения мощности при переходе через резонанс, причем максимум мощности происходит при частоте, выше резонансной.

Затухание переходного процесса при частоте, выше резонансной, происходит в соответствии с постоянной контура $\frac{R}{2L}$.

Установлено, что переход через точку резонанса

представляет процесс, протекающий во времени, причем длительность этого процесса тем больше, чем меньше скорость изменения частоты.

При переходе через точку резонанса значения максимума мощности в генераторном режиме тем больше, чем больше скорость изменения частоты.

Характер переходных процессов при прохождении резонансной зоны зависит от законов изменения во времени как амплитуды питающего напряжения, так и его частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блехман И.И. Вибрационная механика. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с.
2. Вибрации в технике: справочник в шести томах / [под ред. Э.Э. Лавендела]. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4: Вибрационные машины и процессы. – 509 с.
3. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. – М.: Главная редакция физико-математической литературы, издательство «Наука», 1971. – 896 с.
4. Chunyu Zhao, Hongtao Zhu, Tianju Bai, Bangchun Wen. Synchronization of two non-identical coupled exciters in a non-resonant vibrating system of linear motion. Part II: Numeric analysis // Shock and Vibration. – 2009. – Iss. 16. – PP. 517–528.
5. Маслов А.Г., Лукьяненко В.П. Исследование вибрационной машины для формования бетонных блоков в рабочем режиме // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2016. – Вип. 1 (96). – С. 84–90.
6. Кочалова Н.М., Израйлович М.Я., Соломатина Л.В. Колебания в механических и электрических системах: учебное пособие. – М., 2007. – 72 с.
7. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
8. Ярошевич Н.П., Забронец И.П., Силивнюк А.В., Ярошевич Т.С. Динамика пуска вибрационных машин с дебалансным приводом // Вібрації в техніці та технологіях. – 2015. – Вип. 4 (80). – С. 113–120.
9. Ноженко В.Ю., Родькин Д.И., Ченчевой В.В. Особенности пуска зарезонансных дебалансных машин с дебалансными вибровозбудителями // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». Тематический выпуск «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Харьков: НТУ «ХПИ», 2015. – Вып. 12 (1121). – С. 218–223.
10. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
11. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
12. Гробов В.А. Теория колебаний механических систем. – К.: Высшая школа, 1982. – 184 с.
13. Дмитриев В.Н., Гаврилов Е.Н. Переходные процессы зарезонансных вибрационных машин // Электротехнические комплексы и системы управления. – 2011. – Вып. 4. – С. 52–55.

NON-STATIONARY PROCESSES IN A CONSISTENT RESONANCE CIRCUIT

V. Nozhenko, D. Rodkin, V. Chenchevoy

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

vul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: viktoriya_nozhenko@mail.ru

Purpose. To research and analyze the non-stationary processes which arise during the passage of the resonance point at acceleration and stopping above resonance vibrating machines with consistent resonant *RLC*-circuit. **Methodology.** Power curves are obtained before and after the passage of the resonance zone with the help of the mathematical modeling of consistent resonance *RLC*-circuit with time change in the supply voltage frequency. Power supply voltage and frequency growth rate influence on maximum and minimum power value is also shown. **Results.** It is found that during the transition through the resonance zone current in the circuit has a frequency which differs from the frequency supply voltage. In the period before resonance frequency of the current, as well as in the period above resonance, is less than the voltage frequency. This property of the circuit is the cause of transition of the active power in the power supply through zero. Consequently, after accumulation of energy in the before resonance period its generation into a network in the above resonance period is observed. **Originality.** For the first time energy processes in the resonance circuit in a transient mode is considered by analyzing of changes of the consumption power before and after passing the resonance zone with the help of electric analog of vibration machine – consistent *RLC*-circuit. **Conclusions.** The research results can be used in the calculation of the power of the drive motors of the above resonance vibrating machines, as well as in the construction of starting vibratory installations control systems. References 13, tables 0, figures 9.

Key words: vibrating machine, consistent resonant circuit, the above resonance mode, non-stationary processes.

REFERENCES

1. Blekhman, I.I. (1994), *Vibratsionnaya mekhanika* [Vibrational mechanics], Fizmatlit, Moscow. (in Russian)
2. *Vibratsii v tekhnike: spravochnik* [Vibrations in the technique, reference book] (1981), Vol. 4, Mashinostro-yeniye, Moscow. (in Russian)
3. Blekhman, I.I. (1971), *Sinkhronizatsiya dinamicheskikh ystem* [Synchronization of dynamical systems], Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, izdatelstvo "Nauka", Moscow. (in Russian)
4. Chunyu Zhao, Hongtao Zhu, Tianju Bai and Bangchun Wen (2009), «Synchronization of two non-identical coupled exciters in a non-resonant vibrating system of linear motion. Part II: Numeric analysis», *Shock and Vibration*, Vol. 16, pp. 517–528.
5. Maslov, A.G. and Lukyanenko, V.P. (2016), "The research of vibration machines for moulding concrete blocks in operation", *Visnyk Kremenchutskogo natsionalnogo universytetu imeni Mykhayla Ostrogradskogo*, Vol. 1, no. 96, pp. 84–90. (in Russian)
6. Kochalova, N.M., Izrailovich, M.Ya. and Solomatina, L.V. (2007), *Kolebaniya v mekhanicheskikh I elektricheskikh sistemakh* [Fluctuations in the mechanical and electrical systems], Moscow. (in Russian)
7. Atabekov, G.I. (1969), *Osnovy teorii tsepey* [Fundamentals of circuit theory], Energiya, Moscow. (in Russian)
8. Yaroshevich, N.P., Zabrodets, IP., Silivonyuk, A.V. and Yaroshevich, T.S. (2015), "Dynamic start vibrating machines with unbalanced drive", *Vibratsiyy v tekhnitsi ta tekhnologiyakh*, Vol. 4, no. 80, pp. 113–120. (in Russian)
9. Nozhenko, V.Yu., Rodkin, D.I. and Chenchevoy, V.V. (2015), "Start Features zarezonansnyh unbalanced machines with unbalanced vibro-exciter", *Vestnik Natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta «Kharkovskiy politekhnicheskyy institut». Tematicheskyy vypusk "Problemy avtomatizirovannogo elektroprivoda. Teoriya I praktika"*, Vol. 12, no. 1121, pp. 218–223. (in Russian)
10. Zeveke, G.V., Ionkin, P.A., Netushil, A.V. and Strakhov, S.V. (1975), *Osnovy teorii tsepey* [Fundamentals of circuit theory], Energiya, Moscow. (in Russian)
11. Gonorovskiy, I.S. (1986), *Radiotekhnicheskyye tsepi I signaly* [Radio circuits and signals], Radio I svyaz, Moscow. (in Russian)
12. Grobov, V.A. (1982), *Teoriya kolebaniy mekhanicheskikh ystem* [Theory of oscillations of mechanical systems], Vysshaya shkola, Kiev. (in Russian)
13. Dmitriyev, V.N. and Gavrillov, E.N. (2011), "Transient processes of the above resonance vibrating machines", *Elektrotekhnicheskyye komplekxy I sistemy upravleniya*, Vol. 4, pp. 52–55. (in Russian)

Стаття надійшла 05.11.2016.