

УДК 621.983.044

Ю.Г. Розов

ВЛИЯНИЕ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА НА ОГРАНИЧЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ В ОПЕРАЦИЯХ ЛИСТОВОЙ ШТАМПОВКИ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТОНКОСТЕННЫХ ЗАГОТОВОК

Розглянуто вплив крайового ефекту на процес втрати стійкості з виникненням кільцевих складок на недеформованих ділянках осьосиметричних тонкостінних оболонок, що обмежують ступінь деформації заготовель в операціях листового штампування – роздачі й обтиску. Отримано аналітичні залежності, що дозволяють визначити величину критичної меридіональної напруги, а також положення перетинів у циліндричній частині деформованої заготовки, що є найбільш несприятливими з погляду виникнення в них кільцевих складок у процесі деформування.

Введение. Анализ распространенных в современной промышленности технологических процессов листовой штамповки показывает, что одним из путей их интенсификации является повышение коэффициента предельного формоизменения за один переход, путем последовательного сочетания или совмещения операций. Определению предельных коэффициентов формоизменения в операциях листовой штамповки посвящено большое количество научных трудов [1,2,3 и др.]. В большинстве работ предлагаемые формулы для расчета предельных коэффициентов формоизменения либо сложны в обращении и требуют хорошей математической подготовки [1], либо носят приближенный характер и не учитывают влияние ограничивающих деформацию факторов, присущих реальным условиям деформирования [2,3 и др.]. Одним из таких факторов является, так называемый, краевой эффект, заключающийся в действии и влиянии на очаг деформации сил и моментов, возникающих в краевых сечениях деформируемой листовой заготовки, т.е. в сечениях, граничащих с участками, нагруженными внешними силами в результате контакта с инструментом, рабочим столом прессы и т.п.

Целью исследований было определение опасного сечения цилиндрической тонкостенной заготовки и степени влияния краевого эффекта на потери устойчивости с образованием поперечной складки в операциях листовой штамповки с точки зрения.

В качестве объекта анализа рассмотрим влияние краевого эффекта на процесс потери устойчивости с возникновением кольцевых (поперечных) волн (складок) на недеформируемых участках осесимметричных тонкостенных оболочек, ограничивающих степень деформации заготовок в операциях листовой штамповки – раздаче и обжиме.

Для учета краевого эффекта рассмотрим следующую схему: по краю тонкостенной цилиндрической оболочки толщиной S и радиусом R равномерно распределены погонные поперечные силы Q_0 и изгибающие моменты M_0 (рис.1).

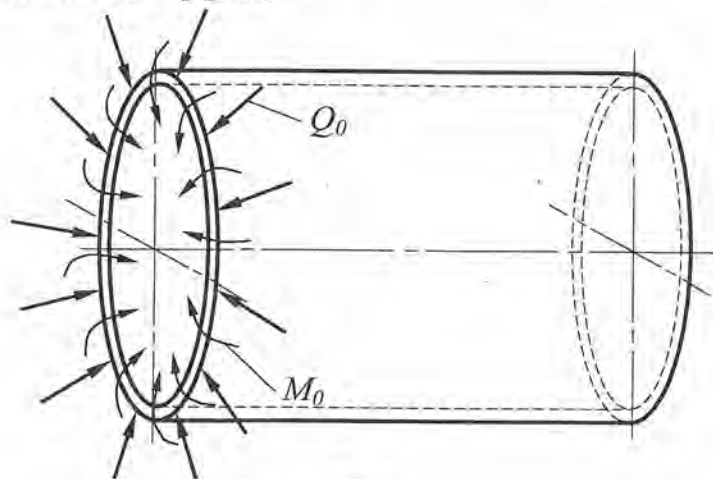


Рис.1

Выделим из оболочки бесконечно малый элемент – полосу единичной ширины, и введем оси координат ω и x ; ось ω направим от оси оболочки по радиусу, ось x – по образующей (рис.2).

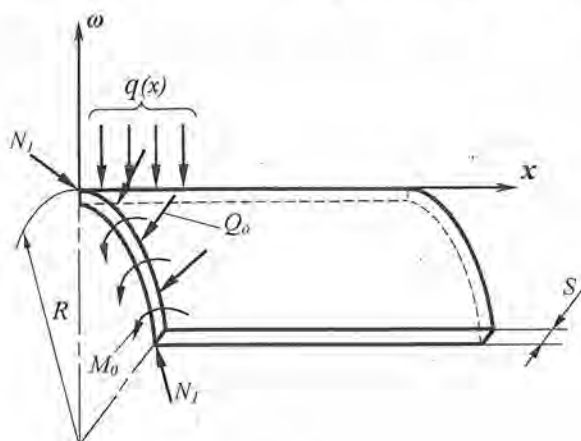


Рис.2.

Дифференциальное уравнение изгиба выделенной полоски с учетом цилиндрической жесткости D [4] запишется в виде:

$$D \frac{d^2 \omega(x)}{dx^2} = M(x), \quad (1)$$

где $D = \frac{EI}{1-\nu^2}$;

$$I = \frac{Rd^3}{12};$$

ν – коэффициент Пуассона.

Дважды дифференцируя по x обе части этого уравнения, получаем:

$$D \frac{d^4 \omega(x)}{dx^4} = q(x),$$

где $q(x) = \frac{d^2 M(x)}{dx^2}$ – погонная нагрузка, действующая в плоскости $\omega - x$ параллельно оси ω , равная (см. рис.2):

$$q(x) = -\frac{N_1}{R},$$

где N_1 – погонные широтные усилия.

Таким образом для рассматриваемой полоски дифференциальное уравнение упругой линии будет иметь вид:

$$D \frac{d^4 \omega(x)}{dx^4} = -\frac{N_1}{R}. \quad (2)$$

Относительная тангенциальная (в широтном направлении) деформация выразится:

$$\varepsilon_\theta = \frac{2\pi[R + \omega(x)] - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{\omega(x)}{R},$$

где $\omega(x)$ - прогиб полоски и одновременно радиальное перемещение точек оболочки.

С учетом того, что (согласно закона Гука):

$$\sigma_\theta = E\varepsilon_\theta = \frac{E}{R} \omega(x),$$

получим формулу для определения величины погонных широтных усилий:

$$N_1 = S\sigma_\theta = \frac{ES}{R} \omega(x).$$

Внеся это в дифференциальное уравнение (2), получим:

$$D \frac{d^4 \omega(x)}{dx^4} + \frac{ES}{R^2} \omega(x) = 0.$$

Решение данного уравнения имеет вид:

$$\omega(\xi) = e^{-\xi} [C_1 \cos(\xi) + C_2 \sin(\xi)], \tag{3}$$

где:

$$\xi = x^4 \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 S^2}}, \tag{4}$$

C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

Используя известные дифференциальные зависимости (с учетом цилиндрической жесткости D):

$$M = D \left(\frac{d^2 \omega}{dx^2} \right) = D \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 S^2}} \left(\frac{d^2 \omega}{d\xi^2} \right);$$

$$Q = D \left(\frac{d^3 \omega}{dx^3} \right) = D^4 \left[\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 S^2} \right]^3 \left(\frac{d^3 \omega}{d\xi^3} \right),$$

из равенства (3) получим следующие выражения для изгибающих моментов и поперечных сил:

$$M = D \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 S^2}} e^{-\xi} [2C_1 \sin(\xi) - 2C_2 \cos(\xi)]; \tag{5}$$

$$Q = D^4 \left[\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 S^2} \right]^3 e^{-\xi} [2C_1 (\cos(\xi) - \sin(\xi)) + 2C_2 (\cos(\xi) + \sin(\xi))]. \tag{6}$$

Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 необходимо использовать граничные условия.

В операциях листовой штамповки, при деформировании трубной заготовки, на границе перехода элементов заготовки из участка свободного изгиба в цилиндрический действует изгибающий момент (первый случай). Обозначим его через M_0 . Кроме того, в сечениях опорной поверхности заготовки, например, в операциях обжима и раздачи, будут возникать поперечные погонные силы Q_0 (второй случай). Рассмотрим последовательно каждый из указанных участков, определим характер влияния M_0 и Q_0 на напряженно-деформированное состояние заготовки, с точки зрения ее устойчивости, и выберем соответствующие граничные условия для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 .

Для первого случая:

при $x = 0$: $\xi = 0$; $M = M_0$; $Q = 0$.

Тогда из выражений (5) и (6) получим:

$$C_1 = \frac{M_0 R S}{2D \sqrt{3(1-\nu^2)}};$$

$$C_2 = -\frac{M_0 R S}{2D \sqrt{3(1-\nu^2)}}.$$

С учетом этого, используя формулу (5), получим выражение для изгибающих моментов в виде:

$$M = M_0 e^{-\xi} (\sin(\xi) + \cos(\xi)). \tag{7}$$

Выясним теперь, как и насколько далеко от рассматриваемого сечения распространяется влияние краевых моментов M_0 . Для этого построим эпюру изменения вызванных действием краевых моментов меридиональных напряжений $\sigma_p^{кр}$ вдоль оси трубной заготовки с использованием известной формулы для определения изгибающих моментов, записанной для нашего случая относительно $\sigma_p^{кр}$, с учетом цилиндрической жесткости D , в виде:

$$\sigma_p^{кр} = \frac{6M(1-v^2)}{Rdyd^2}$$

или, с учетом равенства (7):

$$\sigma_p^{кр} = \frac{6(1-v^2)}{Rdyd^2} M_0 e^{-\xi} (\sin(\xi) + \cos(\xi)). \tag{8}$$

В общем виде эпюра напряжений $\sigma_p^{кр}$ показана на рис. 3.

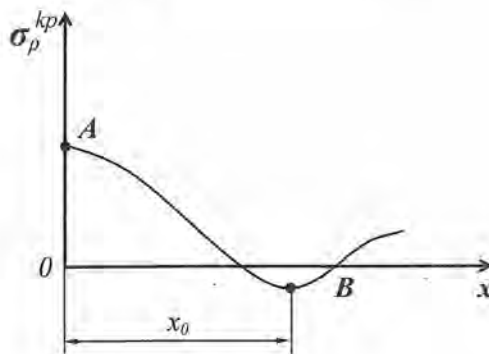


Рис. 3

В краевом сечении заготовки (при $x = 0$) меридиональные напряжения, вызванные действием краевого изгибающего момента M_0 , будут максимальными (на эпюре – точка А, так называемый “верхний экстремум”), равными:

$$\sigma_p^{кр}(x=0) = \sigma_{p\max}^{кр} = \frac{6M_0(1-v^2)}{Rdyd^2}.$$

При удалении от края сечения напряжения $\sigma_p^{кр}$ быстро убывают, при этом в некотором сечении их величина будет минимальна (точка В – “нижний экстремум”). Для определения положения этого сечения проведем исследование на экстремум функции $\sigma_p = f(x)$ с учетом формул (4), (7), (8). В итоге получим формулу для определения расстояния x_0 от краевого сечения до сечения, соответствующего нижнему экстремуму меридиональных напряжений:

$$x_0^M = \frac{\pi\sqrt{RS}}{\sqrt[4]{3(1-v^2)}}. \tag{9}$$

Таким образом, меридиональные напряжения, действующие в стенках деформируемой трубной заготовки на границе перехода элементов заготовки из участка свободного изгиба в цилиндрический, могут быть определены как алгебраическая сумма меридиональных напряжений, возникающих от действия сжимающих нагрузок и от действия краевых изгибающих моментов:

$$\sigma_p^\Sigma = \sigma_{p\max} \pm \sigma_p^{кр}, \tag{10}$$

при этом в формуле (10) знак “+” справедлив для одноименной схемы напряженного состояния и для оболочки, имеющей одинаковый знак кривизны в меридиональном и широтном направлениях, а знак “-” – для разноименной схемы напряженного состояния или для оболочки, имеющей разный знак кривизны в меридиональном и широтном направлениях.

Таким образом, эпюры суммарных меридиональных напряжений вдоль оси трубной заготовки, с учетом полученных выражений, имеют вид, как показано на рис.4, 5.

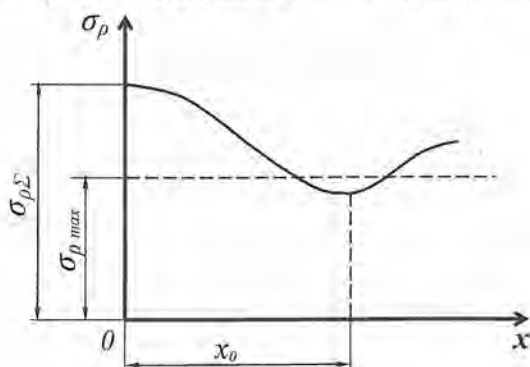


Рис. 4

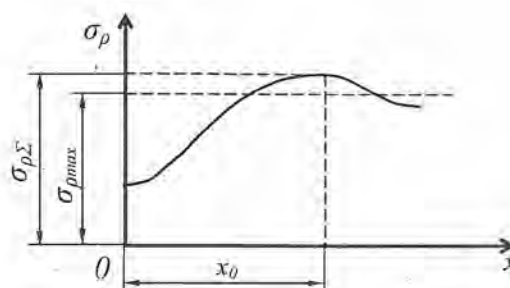


Рис. 5

Как видно из рисунков, краевые изгибающие моменты оказывают влияние на процесс возникновения кольцевой складки в стенках трубной заготовки в операциях листовой штамповки и определяют опасное сечение с точки зрения потери устойчивости. При этом, степень влияния краевого эффекта и расположение опасного сечения в заготовке в различных операциях различны и зависят, в частности, от схемы напряженного состояния.

Анализ выражений для конечного соотношения сил и моментов [5], а также существующих формул для определения меридиональных напряжений в операциях обжима и раздачи [6], позволил сделать заключение, что при реальных условиях деформирования ($\alpha \leq 45^\circ$ – угол конусности; $\mu \leq 0,3$ – коэффициент трения; $k \leq 1,6$ – коэффициент формоизменения) меридиональные напряжения, образованные действием краевых изгибающих моментов, достигают 25% от максимальных меридиональных напряжений (верхний экстремум), действующих в стенках цилиндрического участка трубной заготовки. В то же время, на расстоянии x_0^M (формула (9)) от краевого сечения величина меридиональных напряжений по абсолютному значению составляет не более 2% от максимальных меридиональных напряжений (нижний экстремум).

Таким образом, проведенный анализ позволяет скорректировать известные формулы для определения критического меридионального напряжения $\sigma_{pmax}^{расч}$ (по условию образования кольцевой складки) в операциях обжима и раздачи.

Итак, для операции обжима опасным сечением является граница перехода участка свободного изгиба в цилиндрический:

$$\sigma_{pmax} = 0,75\sigma_{pmax}^{расч} \tag{11}$$

Для операции раздачи опасное сечение находится на расстоянии x_0 (формула (9)) от границы перехода участка свободного изгиба в цилиндрический:

$$\sigma_{pmax} = 0,98\sigma_{pmax}^{расч} \tag{12}$$

Рассмотрим второй случай (общий для операций обжима и раздачи). Граничные условия:

$$x = 0: \quad \xi = 0; M = 0; Q = Q_0.$$

Тогда из выражений (5) и (6) получим:

$$C_2 = 0; \\ C_1 = \frac{Q_0}{2D4 \sqrt{\left[\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 S^2} \right]^3}}$$

С учетом этого, используя формулу (6), получим выражение для поперечных сил в виде:

$$Q = Q_0 e^{-\xi} (\cos(\xi) - \sin(\xi)). \tag{13}$$

Выражение (13) описывает распределение поперечных сил Q по длине образующей заготовки от опорной поверхности (для которой $Q = Q_0$), т.е., с учетом (4), $Q = f(x)$. Как известно, максимальный изгибающий момент, образованный от действия распределенных поперечных сил, возникает в сечении, в котором $Q = 0$ (теорема Журавского). Определим координаты этого сечения. С учетом (13), имеем:

$$\cos(\xi) = \sin(\xi),$$

т.е.:

$$\xi = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда, с учетом (10):

$$x_0^Q = \frac{\pi\sqrt{RS}}{4\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}. \tag{14}$$

Формула (14) позволяет определять расстояние от опорной поверхности трубной заготовки до сечения, в котором возникает максимальный изгибающий момент, образованный действием распределенных по длине образующей заготовки поперечных сил, возникающих на опорной поверхности заготовки в операциях обжима и раздачи. Именно в этом сечении и произойдет потеря устойчивости с образованием кольцевой складки.

Анализ выражений для конечного соотношения сил и моментов [5], а также существующих формул для определения меридиональных напряжений в операциях обжима и раздачи [6], позволил сделать заключение, что при реальных условиях деформирования ($\alpha \leq 45^\circ$ – угол конусности; $\mu \leq 0,3$ – коэффициент трения; $k \leq 1,6$ – коэффициент формоизменения) меридиональные напряжения, возникающие от изгибающих моментов, образованных действием распределенных поперечных сил, достигают своего максимума в сечении заготовки на расстоянии x_0^Q (формула (14)) от опорной поверхности и составляют до 20% от максимальных меридиональных напряжений, действующих в стенках цилиндрического участка трубной заготовки.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие **выводы**.

В операциях листовой штамповки при деформировании трубной заготовки, для одноименной схемы напряженного состояния и для оболочки, имеющей одинаковый знак кривизны в меридиональном и широтном направлениях (например, обжим), максимальное влияние изгибающего краевого момента на очаг деформации наблюдается в сечении, расположенном непосредственно в месте сопряжения деформируемой и недеформируемой частей заготовки. Для разноименной схемы напряженного состояния или для оболочки, имеющей разный знак кривизны в меридиональном и широтном направлениях (например, раздача), такое сечение располагается на некотором расстоянии от очага деформации, определяемом формулой (9). Указанные сечения являются наиболее неблагоприятными с точки зрения возникновения в них кольцевых складок в процессе деформирования.

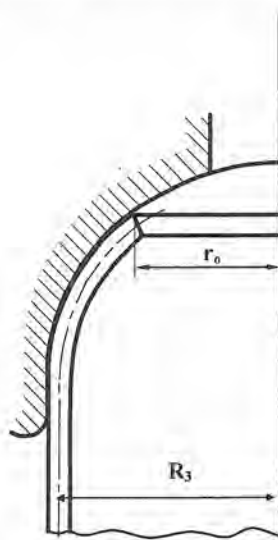


Рис. 6

В операциях раздачи или обжима в матрице, имеющей, сопряженную с конической, цилиндрическую поверхность на входе заготовки в инструмент (рис.6), исключая вероятность складкообразования на границе с очагом деформации, потеря устойчивости с образованием поперечной складки произойдет вблизи опорной поверхности в сечении на расстоянии, определяемом формулой (14). В этом случае величина критического меридионального напряжения может быть определена по формуле:

$$\sigma_{r\max} = 0,8\sigma_{r\max}^{\text{расч}} \quad (15)$$

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бебрис А.А. Устойчивость заготовки в формообразующих операциях листовой штамповки. – Рига: Зинатне. – 1978. – 125 с.
2. Пашкевич А.Г., Орехов А.В. Гофрообразование при обжиме тонкостенных оболочек осевым усилием деформирования // Известия вузов. Машиностроение. – 1979. №10. – С. 122-126.
3. Аверкиев Ю.А, Об определении наибольшей степени деформации при обжиме пустотелых цилиндрических заготовок в конической матрице // Кузнечно-штамповочное производство. – 1966. №11.– С. 19-22.
4. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.:Высшая школа, 1990. – 400с.: ил.
5. Вершинин В.И. Вытяжка цилиндрических деталей с фланцем // Известия вузов. Машиностроение. – 1965. №11. – С. 120 -124.
6. Ковка и штамповка: Справочник; в 4-х т. Т.4 Листовая штамповка / Под ред. А.Д.Матвеева; Ред совет: Е.И.Семенов (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1985 – 1987, – 544 с.: ил.

РОЗОВ Юрий Георгиевич – к.т.н., доцент, проректор по учебной работе Херсонского национального технического университета

Научные интересы:

- разработка и исследование ресурсосберегающих технологий в области обработки металлов давлением;
- общие вопросы методологии высшего образования.