ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 519.816

И.И. Коваленко, А.В. Швед, Е.С. Пугаченко

ЭКСПЕРТНОЕ РАНЖИРОВАНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКИХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СТРУКТУР С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ И ТЕОРИИ СВИДЕТЕЛЬСТВ

Введение. Одним из ключевых факторов эффективности организационной структуры (системы) является оптимальность иерархии управления. Выбор оптимальной иерархии проводится в соответствии с некоторыми критериями, важнейшими из которых являются: Q_1 – норма управляемости, и Q_2 – затраты на содержание структуры. Первый критерий характеризует распределение обязанностей и подчиненность между исполнителями структуры, квалификацию менеджеров и др. Второй – несет в себе информацию о затратах на оплату труда, аренду зданий и помещений, коммунальных услуг и др. Норма управляемости *r* характеризует максимальное количество непосредственных подчиненных, которыми управляет один менеджер в пределах $1 \le r \le n$ (*n* – число элементов структуры) [2]. Таким крайним значениям *r* соответствуют графы типа «цепочка» и «веер» (рис. 1а, в).

Для поиска оптимальных иерархических структур по двум указанным критериям необходимо последовательно сформировать некоторое множество промежуточных структур, лежащих в интервале между крайними значениями нормы управляемости и решить задачу двухкритериального их ранжирования. С этой целью могут быть использованы возможности теории графодинамических систем [1, 3], в основе которой лежит комплекс операций, позволяющих получать последовательность, сменяющих один другого, иерархических графов с различными показателями Q_1 и Q_2 (рис. 1).

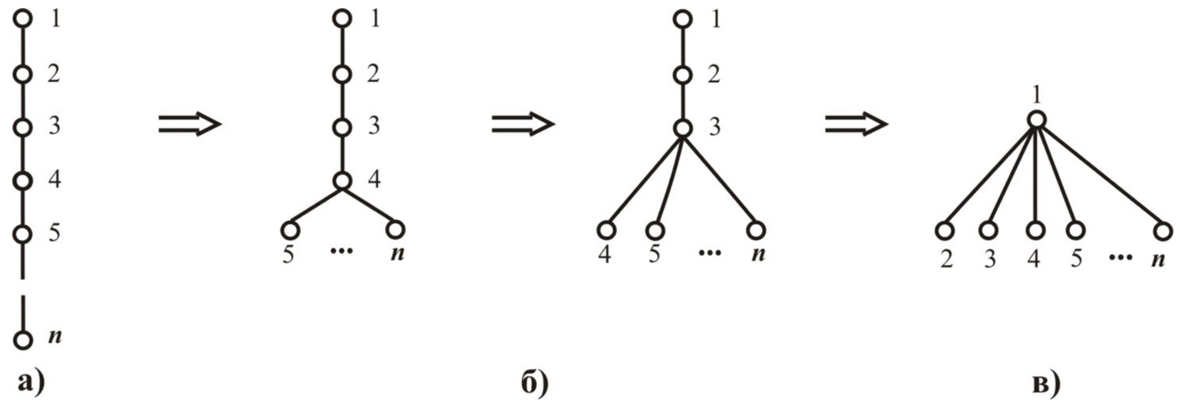

Рис. 1. Графическое представление графодинамического моделирования норм управляемости иерархическими структурами:
а) граф-цепочка (r=min); б) промежуточные иерархии; в) граф-веер (r=max)

При этом число сгенерированных таким образом структур *m* может быть достаточно большим, например *m>10*, что может создать сложности при их ранжировании с использованием классического метода анализа иерархий (МАИ) [4]. Это связано с необходимостью построения большого числа матриц попарных сравнений на согласованность локальных приоритетов, которая при большем числе сравниваемых элементов, как правило, не выполняется. В данной ситуации для решения задачи ранжирования альтернативных иерархических структур целесообразно использовать подход, объединяющий в себе возможности МАИ и теории свидетельств Демпстера-Шейфера (ТДШ) [4, 5, 6].

Постановка задачи. Целью работы является рассмотрение подхода к ранжированию множества альтернативных иерархических структур, характеризующихся различными значениями критериев Q_1 и Q_2 с использованием метода МАИ/ТДШ.

Изложение основного материала. В данном подходе, вместо сравнения отдельных альтернатив между собой, эксперту или лицу, принимающему решение (ЛПР), предлагается по каждому из критериев выделить из исходного множества всех альтернатив ряд подмножеств, а затем определить степени их предпочтения по отношению ко всем оставшимся альтернативам, что эквивалентно заданию парного сравнения таких подгрупп и всего множества альтернатив.

Далее обработка результатов экспертного опроса и вычисление весов альтернатив осуществляется с использованием ТДШ. При этом в соответствии с правилом комбинирования свидетельств Демпстера вычисляются комбинированные базовые вероятности и определяются функции доверия и правдоподобия для всех подгрупп альтернатив, включая подмножества, состоящие из одной альтернативы. На основании значений этих функций принимается решение о выборе той или иной альтернативы.

Рассмотрим пример применения описанного подхода, сопровождая его числовыми значениями. Пусть на множестве альтернатив **A**=$\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\}$ по каждому из критериев сформированы следующие подмножества:

$$\begin{aligned} Q_1 &: \{a_1\}, \{a_3, a_4\}, \{a_2, a_5, a_6\}. \\ Q_2 &: \{a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_4, a_5, a_6\}. \end{aligned} \tag{1}$$

Предварительно, как делается в МАИ, определяются веса ω критериев Q1 и Q2 посредством их парного сравнения. Положим, что $\omega(Q_1)$=0.6 и $\omega(Q_2)$=0.4. Далее оцениваются степени предпочтения выбранных подмножеств (1) с использованием шкалы, имеющей шесть значений от 1 до 6 (1 – означает эквивалентность альтернатив или невозможность их сравнения, а значение 6 означает абсолютную степень превосходства).

Результаты такого оценивания по критериям Q_1 и Q_2 представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Результаты сравнения альтернатив по критерию Q_1

$\omega(Q_1)$=0,6	$\{a_1\}$	$\{a_3, a_4\}$	$\{a_2, a_5, a_6\}$	$\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$
$\{a_1\}$	1	0	0	2 · (0.6)
$\{a_3, a_4\}$	0	1	0	4 · (0.6)
$\{a_2, a_5, a_6\}$	0	0	1	6 · (0.6)
$\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$	1/(2·0.6)	1/(4·0.6)	1/(6·0.6)	1

Таблица 2

Результаты сравнения альтернатив по критерию Q_2

ω(Q2)=0,4	{a2}	{a1 ,a3}	{a4 ,a5,a6}	{a1 ,a2 ,a3 ,a4 ,a5 ,a6}
{a2}	1	0	0	3 · (0.4)
{a1 ,a3}	0	1	0	4 · (0.4)
{a4 ,a5,a6}	0	0	1	5 · (0.4)
{a1 ,a2 ,a3 ,a4 ,a5 ,a6}	1/(3·0.4)	1/(4·0.4)	1/(5·0.4)	1

Таблица 3

Результаты сравнения альтернатив по критериям Q_1 и Q_2

	Q_1			
Q_2	{a1}	{a3 ,a4}	{a2 ,a5 ,a6}	{a1 ,a2 ,a3 ,a4 ,a5 ,a6}
{a2}	Ø	Ø	{a2}	{a2}
{a1 ,a3}	{a1}	{a3}	Ø	{a1 ,a3}
{a4 ,a5,a6}	Ø	{a4}	{a5 ,a6}	{a4 ,a5 ,a6}
{a1 ,a2 ,a3 ,a4 ,a5 ,a6}	{a1}	{a3 ,a4}	{a2 ,a5 ,a6}	{a1 ,a2 ,a3 ,a4 ,a5 ,a6}

Далее выполняются преобразования значений предпочтений полученных матриц посредством умножения и деления их значений, исходя из следующего правила: каждое значение предпочтения xij, назначенное по указанной шкале, т.е. $x_{ij} \in [1, 6]$ и находящееся на пересечении *i*-ой строки и *j*-го столбца равно $\omega \cdot x_{ij}$, если $x_{ij} \geq 1$ и $1/(\omega \cdot x_{ij})$, если $x_{ij} < 1$.

Посчитаем веса подмножеств альтернатив (1) по критериям Q_1 и Q_2 в виде собственных значений. Нулевые элементы парных сравнений в вычислениях не используются.

Веса альтернатив по критерию Q_1:

Веса выделенных подмножеств исходного множества альтернатив **A**, по каждому из критериев, вычисляются следующим образом:

$$\omega_j^*(A_k) = \frac{b_k}{\sum_{i=1}^{d} b_i + \sqrt{d}}, \qquad \omega_j^*(\mathrm{A}) = \frac{\sqrt{d}}{\sum_{i=1}^{d} b_i + \sqrt{d}}, \tag{2}$$

где $A_k \subset \mathrm{A}$ – выделенная *k*-тая группа альтернатив по *j*-му критерию; *d* – общее число выделенных групп альтернатив по *j*-му критерию. Коэффициент *b* определяется из выражения

$$b_k = x_k \cdot \omega_j , \qquad (3)$$

где x_k – степень предпочтения выделенной *k*-той группы альтернатив по *j*-му критерию; ω_j – вес (приоритет) *j*-го критерия, $j = \overline{1,2}$.

Рассчитаем веса выделенных подмножеств альтернатив:

– **по критерию Q_1:**

$$\omega_1^*(\{a_1\}) = \frac{2 \cdot 0.6}{7.2+\sqrt{3}} = 0.134 ;$$

$$\omega_1^*(\{a_2, a_5, a_6\}) = \frac{6 \cdot 0.6}{7.2+\sqrt{3}} = 0.403 ;$$

$$\omega_1^*(\{a_3, a_4\}) = \frac{4 \cdot 0.6}{7.2+\sqrt{3}} = 0.269 ;$$

$$\omega_1^*(\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}) = \frac{\sqrt{3}}{7.2+\sqrt{3}} = 0.194 .$$

$$\sum_{i=1}^{3} \omega_1^*(A_i) + \omega_1^*(\mathrm{A}) = 0.134 + 0.269 + 0.403 + 0.194 = 1 .$$

– **по критерию** Q_2:

$$\omega_2^*(\{a_1, a_3\}) = \frac{4 \cdot 0.4}{4.8+\sqrt{3}} = 0.245 ;$$

$$\omega_2^*(\{a_2\}) = \frac{3 \cdot 0.4}{4.8+\sqrt{3}} = 0.184 ;$$

$$\omega_2^*(\{a_4, a_5, a_6\}) = \frac{5 \cdot 0.4}{4.8+\sqrt{3}} = 0.306 ;$$

$$\omega_2^*(\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}) = \frac{\sqrt{3}}{4.8+\sqrt{3}} = 0.265 .$$

$$\sum_{i=1}^{3} \omega_2^*(A_i) + \omega_2^*(\mathrm{A}) = 0.184 + 0.245 + 0.306 + 0.265 = 1 .$$

Коэффициент конфликтности:

$$k_{12} = \omega_1^*(\{a_1\}) \cdot \omega_2^*(\{a_2\}) + \omega_1^*(\{a_3, a_4\}) \cdot \omega_2^*(\{a_2\}) + \omega_1^*(\{a_2, a_5, a_6\}) \cdot \omega_2^*(\{a_1, a_3\}) +$$
$$+ \omega_1^*(\{a_1\}) \cdot \omega_2^*(\{a_4, a_5, a_6\}) = 0.134 \cdot 0.184 + 0.269 \cdot 0.184 + 0.403 \cdot 0.245 + 0.134 \cdot 0.306 = 0.214.$$

Рассчитаем комбинированные массы вероятности выделенных подмножеств альтернатив по критериям Q1 и Q2 на основе правила Демпстера [5]:

$$m_{12}(\{a_1\}) = \frac{\omega_1^*(\{a_1\}) \cdot \omega_2^*(\{a_1, a_2\}) + \omega_1^*(\{a_1\}) \cdot \omega_2^*(\{\mathrm{A}\})}{1 - k_{12}} = \frac{0.068}{0.786} = 0.087 ;$$

$$m_{12}(\{a_2\}) = \frac{\omega_1^*(\{a_2, a_5, a_6\}) \cdot \omega_2^*(\{a_2\}) + \omega_1^*(\{\mathrm{A}\}) \cdot \omega_2^*(\{a_2\})}{1 - k_{12}} = \frac{0.11}{0.786} = 0.14 ;$$

$$m_{12}(\{a_3\}) = \frac{\omega_1^*(\{a_3, a_4\}) \cdot \omega_2^*(\{a_1, a_3\})}{1 - k_{12}} = \frac{0.066}{0.786} = 0.084 ;$$

$$m_{12}(\{a_4\}) = \frac{\omega_1^*(\{a_3, a_4\}) \cdot \omega_2^*(\{a_4, a_5, a_6\})}{1 - k_{12}} = \frac{0.082}{0.786} = 0.104 ;$$

$$m_{12}(\{a_1, a_3\}) = \frac{\omega_1^*(\{\mathrm{A}\}) \cdot \omega_2^*(\{a_1, a_3\})}{1 - k_{12}} = \frac{0.048}{0.786} = 0.061 ;$$

$$m_{12}(\{a_4, a_5, a_6\}) = \frac{\omega_1^*(\{\mathrm{A}\}) \cdot \omega_2^*(\{a_4, a_5, a_6\})}{1 - k_{12}} = \frac{0.059}{0.786} = 0.075 ;$$

$$m_{12}(\{a_3,a_4\})=\frac{\omega_1^*(\{a_3,a_4\})\cdot\omega_2^*(\{\mathrm{A}\})}{1-k_{12}}=\frac{0.071}{0.786}=0.09\ ;$$

$$m_{12}(\{a_2,a_5,a_6\})=\frac{\omega_1^*(\{a_2,a_5,a_6\})\cdot\omega_2^*(\{\mathrm{A}\})}{1-k_{12}}=\frac{0.107}{0.786}=0.136\ ;$$

$$m_{12}(\{a_5,a_6\})=\frac{\omega_1^*(\{a_2,a_5,a_6\})\cdot\omega_2^*(\{a_4,a_5,a_6\})}{1-k_{12}}=\frac{0.123}{0.786}=0.157\ ;$$

$$m_{12}(\{\mathrm{A}\})=\frac{\omega_1^*(\{\mathrm{A}\})\cdot\omega_2^*(\{\mathrm{A}\})}{1-k_{12}}=\frac{0.052}{0.786}=0.066\ ;$$

$$\sum_{i=1}^{9}m_{12}(A_i)+m_{12}(\mathrm{A})=1\ .$$

По комбинированным массам вероятностей $m_{12}(A_i)$ вычислим значения функции доверия Bel({Ai}) и правдоподобия Pl({Ai}) [5] для каждой исходной альтернативы:

$Bel(\{a_1\})=m_{12}(\{a_1\})$ =0.087;
$Pl(\{a_1\})=m_{12}(\{a_1\})+m_{12}(\{a_1,a_3\})+m_{12}(\mathrm{A})$ =0.087+0.066=0.214;
$Bel(\{a_2\})=m_{12}(\{a_2\})$ =0.14;
$Pl(\{a_2\})=m_{12}(\{a_2\})+m_{12}(\{a_2,a_5,a_6\})+m_{12}(\mathrm{A})$ =0.14+0.136+0.066=0.342;
$Bel(\{a_3\})=m_{12}(\{a_3\})$ =0.084;
$Pl(\{a_3\})=m_{12}(\{a_3\})+m_{12}(\{a_1,a_3\})+m_{12}(\{a_3,a_4\})+m_{12}(\mathrm{A})$ =0.084+0.087+0.09+0.066=0.301;
$Bel(\{a_4\})=m_{12}(\{a_4\})$ =0.104;
$Pl(\{a_4\})=m_{12}(\{a_4\})+m_{12}(\{a_4,a_5,a_6\})+m_{12}(\{a_3,a_4\})+m_{12}(\mathrm{A})$ =0.104+0.075+0.09+0.066=0.335;
$Bel(\{a_5\})=0$;
$Pl(\{a_5\})=m_{12}(\{a_2,a_5,a_6\})+m_{12}(\{a_4,a_5,a_6\})+m_{12}(\{a_5,a_6\})+m_{12}(\mathrm{A})$ =0.136+0.075+0.157+0.066=0.434;
$Bel(\{a_6\})=0$;
$Pl(\{a_6\})=m_{12}(\{a_2,a_5,a_6\})+m_{12}(\{a_4,a_5,a_6\})+m_{12}(\{a_5,a_6\})+m_{12}(\mathrm{A})$ =0.434.

Для определения степени превосходства исходных альтернатив введем коэффициент пессимизма $\gamma\in[0,1]$ и рассчитаем результирующие значения:

$Y\{a_1\})=\gamma Bel(\{a_1\})+(1-\gamma)Pl(\{a_1\})=0.1378$;
$Y\{a_2\})=\gamma Bel(\{a_2\})+(1-\gamma)Pl(\{a_2\})=0.2208$;
$Y\{a_3\})=\gamma Bel(\{a_3\})+(1-\gamma)Pl(\{a_3\})=0.1708$;
$Y\{a_4\})=\gamma Bel(\{a_4\})+(1-\gamma)Pl(\{a_4\})=0.1964$;
$Y\{a_5\})=Y\{a_6\})=\gamma Bel(\{a_5\})+(1-\gamma)Pl(\{a_5\})=0.1736$.

Из полученных результатов видно, что наибольшее значение функций *Bel* и *Pl* имеет вторая альтернатива, следовательно, она является оптимальной (наиболее приемлемой) по выбранным критериям Q_1 и Q_2 .

При этом, итоговая ранжировка альтернативных иерархических структур имеет вид:

$$a_2\succ a_4\succ\{a_5\sim a_6\}\succ a_3\succ a_1 \tag{4}$$

Выводы. Основным достоинством рассмотренного подхода по сравнению с классическими МАИ является то, что в нем отсутствует несогласованность матриц попарных сравнений групп альтернатив. Это связано с тем, что выбранные экспертом или ЛПР группы альтернатив, соответствующие одному критерию, не пересекаются.

Метод МАИ/ТДШ целесообразно применять, когда отсутствует информация о предпочтительности каждой отдельной альтернативы по тому или иному критерию. Вместе с тем, данный метод требует более тщательного подхода к подбору экспертов, которые должны быть высокопрофессиональными специалистами в конкретных предметных областях, и обладать способностями выделять и оценивать только те группы альтернатив, по которым они могут определить предпочтения по отношению к другим альтернативам.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Айзерман М.А. Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (Основы графодинамики)//Автоматика и телемеханика, 1977. – №7. – С.135–151; 1977. – №9. – С.123–136.
2. Бурков В.Н. Введение в теорию управления организационными системами/ В.Н. Бурков, Н.А.

Коргин, Д.А. Новиков. – М.:ЛИБРОКОМ, 2009. – 264 с.
3. Коваленко И.И. Графодинамическое моделирование структур организационных систем: Препринт // И.И. Коваленко, М.В. Донченко, А.В. Швед, И.А. Кобылинский. — Николаев: Илион, 2012. — 59 с.
4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: «Радио и связь», 1993. – 278 с.
5. Beynon M.J. The Dempster-Shafer Theory of evidence: an alternative approach to milticriteria decision modeling/ M.J. Beynon, B. Curry, P. Morgan // Omega, 2000. – vol.28, №1. – pp.37-50.
6. Shafer G.A. A mathematical theory of evidence /G. Shafer. – Princeton: Princeton University Press, 1976. – 297 p.

КОВАЛЕНКО Игорь Иванович – д.т.н., профессор кафедры программного обеспечения автоматизированных систем Национального университета кораблестроения им. Макарова, г. Николаев

Научные интересы: методы анализа данных, прикладной системный анализ, теория оптимальных решений, системы поддержки принятия решений.

ШВЕД Алена Владимировна – аспирантка кафедры интеллектуальных информационных систем Черноморского государственного университета имени Петра Могилы, г. Николаев.

Научные интересы: методы анализа данных, математическое моделирование, информационные технологии, системы поддержки принятия решений.

ПУГАЧЕНКО Екатерина Сергеевна – аспирантка, старший лаборант кафедры программного обеспечения автоматизированных систем Национального университета кораблестроения им. Макарова, г. Николаев.

Научные интересы: управление проектами, моделирование организационных структур.