УДК 519.81

Г.В. Лисяной

КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ДОСТИЖЕНИЮ ОПТИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

Введение. Перспективным направлением повышения эффективности предприятий, функционирующих в условиях нестабильной рыночной экономики, при наличии конкуренции и возникновении непредсказуемых ситуаций в их производственной и хозяйственной деятельности, является внедрение различного вида автоматизированных систем управления (АСУ). Получение максимального эффекта от внедрения АСУ зависит в первую очередь от поиска способов построения и анализа комплексов алгоритмов, обеспечивающих необходимую функциональную возможность решения производственных задач, при обеспечении удовлетворительной для практики надежности их реализации для всех подсистем АСУ.

Анализ публикаций по теме исследований. Из анализа литературных источников [1,2,3,4] нами установлено, что используемый на практике подход к выбору регулируемых параметров исследуемого объекта или процесса состоит в следующем. Всю информацию об объекте или процессе исследования, как правило, делят: по форме – на количественную и качественную; по источникам образования – на фактическую и планово-нормативную; по роли в исследовании – на показатели, характеризующие технико-экономические результаты функционирования; на независимые переменные и факторы, поддающиеся регулированию, и ограничения, которые не поддаются изменению в данных условиях.

Определяя круг факторов, включенных в исследование, решают вопросы о том, какие факторы могут оказывать влияние на интересующий показатель и какие из них должны быть включены в исследование, а затем в модель.

При отборе факторов учитывают: результаты качественной оценки возможного влияния данного фактора на исследуемый показатель; регулируемость факторов в процессе производства; вариацию факторов (факторы с большим диапазоном изменения предпочтительнее); возможность измерения фактора или наличие соответствующих записей в производственно-технической документации; известные по публикациям результаты исследования аналогичных вопросов.

Постановка задачи. Разработать алгоритмы оценки чувствительности параметров, варьируя которыми можно достичь необходимого изменения выходного показателя системы.

Решение задачи. Автоматизируемый процесс может быть описан дифференциальным уравнением вида:

$$f_0\left(Y^n, Y^{n-1}, t, q_1, q_2, ..., q_m\right) = 0, \tag{1}$$

при начальных условиях

$$Y(0) = Y_0;\ \dot{Y}(0) = \dot{Y}_0, ..., Y^{n-1}(0) = Y_0^{n-1},$$

где Y – выходной показатель исследуемого процесса;

t – время протекания процесса;

qi – параметры процесса.

Если в некоторый момент времени в системе произошли мгновенные вариации параметров Δq, то ее движение будет описываться уравнением

$$f_0\left(\tilde{Y}^n, \tilde{Y}^{n-1}, ..., \tilde{Y}, t, q_1, ..., q_m + \Delta q_m\right) = 0. \tag{2}$$

Обозначим решения уравнений (1) и (2) соответственно $Y(t, q_0)$ и $\tilde{Y}(t, q)$, где q_0 и q – векторы в пространстве параметров исходной и варьированной систем.

Разность решений (1) и (2) дает дополнительное движение системы $\Delta Y(t, q)$, вызванное вариациями параметров

$$\Delta Y(t, q) = \tilde{Y}(t, q) - Y(t, q_0)$$

Дополнительное движение может быть разложено в ряд Тейлора и при малых вариациях параметров уравнение первого приближения может представляться следующим образом:

$$\Delta Y(t, q) \approx \sum_{i=1}^{m} \left(\partial Y(t, q) / \partial q_i\right) \Delta q_i. \tag{3}$$

Допускаемая при этом ошибка $\delta Y(t,q)$ определяется остаточным членом ряда и вычисляется по формуле

$$\delta Y(t,q)=\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{m}\Delta q_i\left(\partial/\partial q_i\right)\right]^2 Y(t,q). \quad (4)$$

Частные производные выходного показателя, стоящие под знаком суммы в (4), называются функциями чувствительности реакций системы по отношению к соответствующим параметрам процесса.

Так как параметры автоматизируемого процесса имеют различную физическую природу, то вариации параметров являются размерными величинами, что создает определенные неудобства при расчете по формуле (3). В связи с этим целесообразно использовать полулогарифмическую оценку чувствительности $\alpha(t,q)$, которая имеет вид:

$$\alpha(t,q_i)=\left(\partial Y(t,q_0)/\partial \ln q_i\right)=\left(\partial Y(t,q_0)/\partial q_i\right)q_i. \quad (5)$$

После подстановки выражения (5) в формулу (3), получим

$$\Delta Y(t,q)\approx\sum_{i=1}^{m}\left(\alpha(t,q_i)\Delta q_i\right)q_i. \quad (6)$$

Изменение частотных характеристик системы, вызванное вариациями параметров, связано с этими вариациями соотношением, аналогичным (6)

$$\Delta F(\omega,q)\approx\sum\left(\beta(\omega,q_i)\Delta q_i\right)q_i, \quad (7)$$

где $\Delta F(\omega,q)$ – изменение частотной характеристики;

$\beta(\omega,q_j)$ – функция чувствительности частотной характеристики $F(\omega,q)$ по j-му параметру.

Оценка ошибки, допустимой при использовании формулы (7), может быть произведена по выражению (4) после замены в ней функции $Y(t,q)$ на $F(\omega,q)$.

Функции чувствительности $\alpha(t,q_i)$ и $\beta(\omega,q_j)$ связывают относительные вариации параметров системы с абсолютным изменением показателя процесса. Это удобно по двум причинам. Во-первых, пределы изменения параметров, как правило, задаются в форме предельно допустимой относительной вариации величины соответствующего параметра. С другой стороны, абсолютные вариации показателя процесса определяются при контроле наиболее простыми техническими средствами. Кроме того, функции $\alpha(t,q_i)$ и $\beta(\omega,q_j)$ определены при всех значениях t и ω.

Функции чувствительности могут быть определены дифференцированием по соответствующему параметру решением дифференциального уравнения (1) или аналитическим выражением частотной характеристики системы. При этом целесообразно использовать численные методы дифференцирования, которые могут быть реализованы при помощи вычислительных средств [1,4].

Наиболее общим методом определения функций чувствительности является метод, основанный на интегрировании дифференциального уравнения системы совместно с уравнениями чувствительности.

Уравнения чувствительности представляют собой систему дифференциальных уравнений, полученных в результате дифференцирования уравнения (1) по параметрам

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\partial f_0 U^{(k)}(t,q_j)\Big/\partial Y^{(k)}(t,q_0)\right)=\partial f_0/\partial q_j, \quad (8)$$

где через $U^{(k)}(t,q_j)$ обозначены k произвольных прямых оценок чувствительности системы, т.е.

$$U^{(k)}(t,q_j)=\left(\partial Y^{(k)}(t,q_0)\right)\Big/\partial q_j.$$

В результате интегрирования уравнений чувствительности (8) определяются функции $U(t,q_j)$, от которых по формуле (5) нетрудно перейти к полулогарифмическим функциям чувствительности $\alpha(t,q_j)$.

Для линейных систем более совершенными методами определения функций чувствительности являются структурные методы, для реализации которых достаточно располагать входными и выходными сигналами системы и варьируемого звена и иметь модель зависимости характеристик звена от изменяемых параметров.

В соответствие со структурным методом функция чувствительности линейной системы произвольной структуры с передаточной функцией $\Phi\left(P q\right)$ по параметру q_j какого-либо звена этой системы с передаточной функцией $W\left(P,q_j\right)$ может быть определена экспериментально при помощи двух моделей системы или рассчитана по формуле

$$\alpha\left(t,q_j\right)=L^{-1}\left[\left(X\left(P\right)\Phi_{j\text{вх}}\left(P\right)\Phi_{\text{пр}}\left(\partial \mathrm{W}\left(P_i,q_j\right)\right)\right)\Big/\partial\ln q_j\right],$$

где $\Phi_{j\text{вх}}$ (P) – передаточная функция от входа системы ко входу j-го варьируемого звена системы;

$\Phi_{\text{пр}}\left(P\right)$ – передаточная функция преобразованной системы, получаемой из исследуемой системы путем снятия основного и включения нового возбуждения;

L^{-1} – символ обратного преобразования Лапласа.

При гармоническом сигнале $X\left(t\right)=B_0\sin\omega t$ на входе системы управления или ее модели выходные $Y\left(t,q\right)$ и $\alpha\left(t,q_j\right)$ сигналы всего устройства также являются гармоническими функциями той же частоты ω, но с другими амплитудой и фазой:

$$\begin{aligned}Y\left(t,q\right)&=B_0A\left(\omega\right)\sin\left[\omega t+\phi\left(\omega\right)\right];\\ \alpha\left(t,q\right)&=B_0A_1\left(\omega\right)\sin\left[\omega t+\phi_2\left(\omega\right)\right],\end{aligned}\qquad(9)$$

где $A\left(\omega\right)$, $A_1\left(\omega\right)$, $\phi\left(\omega\right)$ – амплитудные и фазовые характеристики системы и устройства в целом.

Подставляя в формулу (5) значение $Y\left(t,q\right)$ из выражения (9) и выполняя дифференцирование, получим

$$\alpha\left(t,q_j\right)=B_0\left\{\left(\partial A\left(\omega\right)\sin\left(\omega+\phi\left(\omega\right)\right)\Big/\partial\ln q_j\right)+A\left(\omega\right)\cos\left(\omega+\phi\left(\omega\right)\right)\partial\phi\left(\omega\right)\Big/\partial\ln q_j\right\}.\qquad(10)$$

С учетом того, что $\partial A\left(\omega\right)\Big/\partial\ln q_j=\beta_A\left(\omega,q_j\right)$; $\partial\phi\left(\omega\right)\Big/\partial\ln q_j=\beta_\phi\left(\omega,q_j\right)$, где $\beta_A\left(\omega,q_i\right)$, $\beta_\phi\left(\omega,q_j\right)$ – функции чувствительности соответственно амплитудной и фазовой частотах характеристик системы по параметру q_j, выражение (10) может быть преобразовано следующим образом

$$\begin{aligned}\alpha\left(t,q_j\right)=B_0\Big\{&\left[\beta_A\left(\omega,q_j\right)\cos\phi\left(\omega\right)-A\left(\omega\right)\beta_\phi\left(\omega,q_j\right)\sin\phi\left(\omega\right)\right]\sin\omega t+\\ &+\left[\beta_A\left(\omega,q_j\right)\sin\phi\left(\omega\right)+A\left(\omega\right)\beta_\phi\left(\omega,q_j\right)\cos\left(\omega\right)\right]\cos\omega t\Big\}.\end{aligned}$$

Легко заметить, что в полученной формуле выражения, заключенные в квадратные скобки, представляют собой чувствительности вещественной и мнимой частотных характеристик системы по параметру q_j.

Действительно,

$$\beta_P\left(\omega,q_j\right)=\partial P\Big/\partial\ln q_j=\partial\left(A\left(\omega\right)\cos\left(\omega\right)\right)\Big/\partial\ln q_j,$$

аналогично

$$\beta_P\left(\omega,q_j\right)=\beta_A\left(\omega,q_j\right)\cos\left(\omega\right)-A\left(\omega\right)\beta_P\left(\omega,q_j\right)\sin\phi\left(\omega\right).$$

После дифференцирования

$$\beta_Q\left(\omega,q_i\right)=\partial Q\left(\omega\right)\Big/\partial\ln q_j=\partial\left(A\left(\omega\right)\sin\phi\left(\omega\right)\right)\Big/\partial\ln q_j=\beta_A\left(\omega,q_j\right)\sin\phi\left(\omega\right)+A\left(\omega\right)\beta_\phi\left(\omega,q_j\right)\cos\phi\left(\omega\right).$$

Таким образом, функции чувствительности временных характеристик системы при гармоническом входном сигнале и функции чувствительности ее частотных характеристик связаны соотношениями вида

$$\begin{aligned}\alpha\left(t,q_j\right)&=B_0\left\{\beta_A\left(\omega,q_j\right)\sin\left[\omega t+\phi\left(\omega\right)\right]+A\left(\omega\right)\beta_\phi\left(\omega,q_j\right)\cos\left[\omega t+\phi\left(\omega\right)\right]\right\};\\ \alpha\left(t,q_j\right)&=B_0\left[\beta_P\left(\omega,q_j\right)\sin\omega t+\beta_Q\left(\omega,q_j\right)\cos\omega t\right]\end{aligned}$$

Из последних соотношений непосредственно следует, что

$$\beta_P\left(\omega,q_j\right)=\frac{1}{B_0}\alpha\left(t,q_j\right),\quad \text{при}\ \ \omega \text{t}=\frac{\pi}{2}\left[X\left(t\right)=X_{\max}\right];$$

$$\beta_Q\left(\omega,q_j\right)=\frac{1}{B_0}\alpha\left(t,q_j\right),\quad \text{при}\ \ \omega \text{t}=0\left[X\left(t\right)=0\right];$$

$$\beta_A\left(\omega,q_j\right)=\frac{1}{B_0}\alpha\left(t,q_j\right),\quad \text{при}\ \ \omega \text{t}+\phi\left(\omega\right)=\frac{\pi}{2}\left[Y\left(t,q_j\right)=Y_{\max}\right];$$

$$\beta_\phi\left(\omega,q_j\right)=\frac{1}{B_0}\alpha\left(t,q_j\right),\quad \text{при}\ \ \omega \text{t}+\phi\left(\omega\right)=0\left[Y\left(t,q_j\right)=0\right],$$

где B_0 – амплитуда сигнала на выходе модели системы.

Таким образом, для одновременного определения функций чувствительности амплитудной, фазовой, вещественной и мнимой частотных характеристик автоматизированной системы достаточно подключать к установке, для определения чувствительности временных характеристик, генератор синусоидальных колебаний и зафиксировать сигналы $X\left(t\right)$, $Y\left(t,q_j\right)$ и $\alpha\left(t,q_j\right)$.

Выводы. Предложены алгоритмы оценки чувствительности регулируемых параметров автоматизируемых объектов и процессов, с помощью которых можно обеспечить оптимальное значение выходного показателя. Работоспособность предложенных алгоритмов подтверждается результатами моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алгоритмизация и автоматизация технологических процессов и технических систем / Сб. Научн. Трудов. – Куйбышев, 1990. – 155 с.
2. Алиев Р.А. Методы и алгоритмы координации в промышленных системах управления / Алиев Р.А. Либерзон М.И. – М.: «Радио и связь», 1987. – 232 с.
3. Ахо А. Структуры данных и алгоритмы. Ахо А., Хопкрофт Д., Ульман Д. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2000, – 383 с.
4. Бойчук М.В. О сходимости алгоритмов оптимального оценивания в динамических системах с распределенными параметрами / Бойчук М.В., Богаченко К.И. // Кибернетика и системный анализ. – 1991. – № 4. – С. 175-179.

ЛИСЯНОЙ Геннадий Владимирович, к.т.н, доцент кафедры математики и информатики, Одесского филиала Европейского университета

Научные интересы: алгоритмы адаптивной оптимизации, автоматизированное управление сложными производственными объектами