

УДК 518.81

Э.Г. Петров

## ПРОБЛЕМА ФОРМАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕДУРЫ ПРИНЯТИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

**Введение.** Успехи развития вычислительной техники (ВТ) и других инструментальных средств создали предпосылки широкой автоматизации всех сфер человеческой деятельности. Независимо от конкретной области, деятельность содержательно представляет собой процедуру синтеза некоторой специализированной системы, ориентированной на достижение необходимого целевого результата.

Чтобы обобщить с системных позиций понятие «деятельность» введем определение обобщенной абстрактной системы. Согласно [1], система – это множество элементов  $M$  упорядоченное множеством отношений  $R$ . Тогда структуру любой конкретной системы можно представить как декартово произведение

$$(\mu \times R) = C, \quad (1)$$

где  $\mu, R$  – конкретные подмножества соответственно универсумов элементов  $M$  и отношений  $R$ .

В свою очередь, каждая конкретная структура (1) порождает набор (кортеж) специфических характеристик (свойств) системы.

$$P = \langle p_1, \dots, p_2, p_n \rangle = F(C) = F(\mu \times R). \quad (2)$$

С рассмотренных формальных позиций любая человеческая деятельность может быть интерпретирована как непрерывная последовательность синтеза и реализации функционирования конкретных целенаправленных систем. Формально процесс такого синтеза можно представить следующей схемой (последовательностью действий): задание цели системы (деятельности)  $\rightarrow$  определение свойств  $P = \langle p_1, \dots, p_2, p_n \rangle$ , которыми должна обладать система для достижения цели  $\rightarrow$  выделение подмножеств элементов  $\mu$  и отношений  $R$ , которые в принципе позволяют реализовать структуры  $C = (\mu \times R)$  с необходимыми свойствами  $\rightarrow$  выбор эффективного варианта структуры  $C^0 \in C$ .

В совокупности описанный процесс синтеза является процедурой принятия решения. После того как решение принято необходимо его реализовать для достижения целевого результата деятельности. Человечество стремится повысить эффективность всех видов деятельности. Под эффективностью понимается уменьшение затрат живого труда, сокращение времени и других ресурсов, повышение точности, своевременности и оптимальности результатов. Кардинальное решение указанной проблемы возможно на основе широкой и глубокой автоматизации процессов деятельности.

Вместе с этим необходимо подчеркнуть, что автоматизации поддаются только формализованные процессы, так как вычислительные и другие инструментальные средства могут реализовать только конкретную, заранее определенную человеком последовательность рутинных вычислительных и логических операций по измерению, накоплению, хранению, обработке информации в процессе реализации деятельности.

На современном этапе развития науки и научных исследований накоплен большой опыт формального описания деятельности в различных предметных областях, что в сочетании с успехами развития ВТ открывает широкие перспективы автоматизации процессов обработки информации о процессах материальной природы. Значительно менее впечатляющими являются успехи в области формализации интеллектуальных процессов, к которым относится процесс принятия решений. Это обстоятельство является сдерживающим фактором, что обусловлено тем, что, как показано выше, процедура принятия решений является обязательным и определяющим этапом любой целенаправленной человеческой деятельности. Поэтому научные исследования по формализации и последующей автоматизации процесса принятия решений или его определяющих этапов, несомненно, актуальны.

### **Постановка и структуризация проблемы формализации процесса принятия многокритериальных решений**

По определению процедура принятия решений заключается в осознанном выборе некоторой альтернативы из допустимого множества решений. Ключевым здесь является термин «осознанный выбор», что означает, что процесс принятия решения является интеллектуальной процедурой осознания и субъективной оценки достоинств и недостатков каждой альтернативы и установления на этой основе отношения порядка, ранжирования альтернатив и определение экстремальной из них.

Независимо от значимости и функциональной ориентации процедура принятия решений включает в себя следующие четыре основных этапа: определение цели; выделение множества допустимых путей достижения цели (решений)  $X$ ; обоснование метрики (критерия эффективности  $K(x)$ ), в которой

производится сравнение эффективности решений  $x \in X$ ; определение экстремального решения  $x^0 \in X$ .

Одной из актуальных проблем теории принятия решений является выбор эффективных решений в условиях многокритериальности, т.е. решение задачи

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} K(x). \quad (3)$$

В том случае если критерий эффективности  $K(x)$  четко определен, формализация решения задачи (3) на основе численных методов математического программирования не представляет принципиальных трудностей. Трудность заключается в формализации первых трех этапов процедуры принятия решений. При этом задача формирования цели и способов ее достижения  $X$  естественно (однозначно) решается на основе задания области «деятельности», которая автоматизируется.

Принципиальная трудность заключается в формировании метрики  $K(x)$ , в которой производится относительное оценивание «качества» решений. Она заключается в том, что каждое решение  $x \in X$  представляет собой структуру (1), которая порождает (характеризуется) набором разнородных свойств (характеристик) (2), каждое из которых измеряется в индивидуальной метрике, т.е. «частными» критериями  $k_i(x)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  – число характеристик. С учетом этого модель (3) примет вид

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} \langle k_i(x) \rangle; \forall i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где  $\forall$  - квантор общности. Модель (4) известна как проблема многокритериальной оптимизации.

Анализ допустимого множества решений  $X$  показывает, что в общем случае оно является композицией двух подмножеств [2,3]

$$X = X^c \cup X^s; X^c \cap X^s = \emptyset, \quad (5)$$

где  $X^s$  - подмножество согласованных (сравнимых) решений, а  $X^c$  - подмножество несравнимых (противоречивых) решений, которые образуют область компромиссов (Парето). Если подмножество  $X^c$  не пустое, то задача (4) является некорректной по Адамару, по признаку отсутствия решения. Это обусловлено тем, что любое решение  $x \in X^s$  можно улучшить, т.е. не является экстремальным, а в области  $X^c$  по определению нет ни одного решения, для которого все противоречивые частные критерии  $k_i(x)$  одновременно достигают экстремальных значений. В связи с этим возникает необходимость приведения задачи (4) к корректному виду.

Общий метод трансформации некорректных задач в корректные был предложен в [4] и известен как теория регуляризации. Общая идея регуляризации основана на привлечении некоторой дополнительной, часто эвристической, внешней по отношению к исходной задаче информации. Методы регуляризации являются проблемно ориентированными, так как должны учитывать специфику проблемной области.

Общая идея регуляризации некорректных задач многокритериальной оптимизации (4) заключена в ее скаляризации, т.е. трансформации в однокритериальную или последовательность однокритериальных задач. В связи с тем, что процедура принятия решений основана на осознанном выборе эффективной альтернативы из допустимого множества решений, т.е. является интеллектуальным процессом, носителем и источником дополнительной информации, необходимой для регуляризации модели (4) является индивидуальное или коллективное лицо, принимающее решение (ЛПР) и эта информация по необходимости носит субъективный, эвристический характер.

В настоящее время известно много методов регуляризации модели многокритериальной оптимизации (4). Отметим только наиболее известные и часто используемые методы. К ним относятся принцип главного критерия, схема оптимизации по последовательно применяемым частным критериям, функционально-стоимостной анализ, метод анализа иерархий (МАИ) Саати Т., метод «Электра» Руа Б., теория полезности и другие [5].

Все перечисленные и множество других методов регуляризации модели (4) основаны на способности человеческого мозга к интроспективному самоанализу, т.е. осознанию, структуризации и оцениванию своих ощущений при субъективном выборе решения из множества допустимых. Методология побуждения индивидуума к интроспективному анализу и извлечение его результатов известна как методология экспертного оценивания [6].

Широко известны недостатки этой методологии, которые заключаются в субъективизме полученных оценок, их интервальной неопределенности, возможности их искажения за счет ангажированности экспертов и оказания на них авторитарного давления. Однако, в настоящее время это единственный способ структурно-параметрической идентификации моделей, формализующих интеллектуальную деятельность, в частности. модели многофакторного оценивания качества альтернативных решений, основанной на

функции обобщенной полезности.

Следует отметить, что качество экспертных оценок существенно зависит от количественного и качественного состава экспертной группы, методологии получения и обработки результатов, формы их представления.

Исследование психологических основ интроспективного анализа показали, что наименьшая точность и плохая воспроизводимость характерны для формирования конкретных количественных экспертных оценок, а наиболее устойчивыми и воспроизводимыми являются процедуры качественного сравнения и установления на этой основе отношений предпочтения. Но при решении задач параметрической идентификации, например, при идентификации значений коэффициентов относительной важности частных характеристик модели оценки обобщенной полезности, необходимы именно количественные, а не качественные значения.

Указанное противоречие может быть разрешено на основе методов выявления (определения) латентной (скрытой) информации методами «data mining». Одним из возможных способов решения проблемы является метод компараторной идентификации [7].

Метод заключается в следующем. Эксперт или экспертная группа выполняет роль компараторного устройства, реализующее последовательное попарное сравнение множества допустимых альтернативных решений, устанавливая на каждой паре отношения предпочтения  $x_i \succ x_j$  или  $x_i \sim x_j$ . По результатам на множестве альтернатив  $x_i \in X$  устанавливается отношение строгого или нестрогого порядка

$$x_1 \succ x_2 \succ x_3 \sim x_4 \dots \succ x_{n-1} \succ x_n. \tag{6}$$

На основе этой информации необходимо решить задачу структурно-параметрической идентификации модели формирования скалярной многофакторной оценки (функции полезности) вида

$$P(x_i) = F[\lambda_i, k_i(x)], \quad i = \overline{1, n}. \tag{7}$$

где F – оператор, характеризующий структуру модели,  $\lambda_i$  – параметры (коэффициенты изоморфизма) модели.

Согласно теории полезности, для любой пары альтернатив (6) справедливы следующие соотношения:

$$x_1 \succ x_2 \Leftrightarrow P(x_1) > P(x_2); \quad P(x_3) \sim P(x_4) \Leftrightarrow P(x_3) = P(x_4), \tag{8}$$

на основе которых можно записать следующую систему соотношений

$$\begin{cases} P(x_2) - P(x_1) \leq 0; \\ P(x_3) - P(x_4) = 0; \\ \vdots \\ P(x_n) - P(x_{n-1}) \leq 0. \end{cases} \tag{9}$$

Система (9) определяет некоторый многогранник множества возможных допустимых структурно-параметрических вариантов моделей функции полезности (7), но непосредственно не позволяет определить единственное решение. Это означало, что задача структурно-параметрической идентификации модели не имеет единственного решения, т.е. является некорректной по Адамару и ее необходимо регуляризовать, т.е. ввести дополнительные регуляризующие допущения.

В качестве регуляризующих примем следующие допущения.

1. Структура модели (7) представляет собой усеченный полином Колмогорова-Габор, ограниченный вторым порядком:

$$P(x) = \sum_{j=1}^m a_j k_j(x_i) + \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m a_{jl} k_j(x_i) \times k_l(x_i), \quad j, l = \overline{1, m}. \tag{10}$$

Аргументация допущения заключается в том, что полином (10) позволяет реализовать все известные в настоящее время структуры функции полезности: аддитивную, мультипликативную, мультипликативно-аддитивную, Кобба-Дугласа и другие.

2. Параметры модели (7) определяются как Чебышевская точка многогранника (9), т.е. как точка минимакса, равноудаленная от границ многогранника (9), что делает решение устойчивым к возможным субъективным погрешностям экспертов на стадии формирования последовательности (6).

3. В качестве единственного решения выбирается модель минимальной сложности.[8].

Реализация модели компараторной структурно-параметрической идентификации модели скалярного многофакторного оценивания включает в себя следующие этапы:

- методом группового учета аргументов или с помощью генетических алгоритмов (ГА) формируется исходное множество возможных структур модели;
- для каждой модели методом Чебышевской точки (линейного программирования) определяются численные значения параметров (весовых коэффициентов);
- формируется допустимое множество возможных моделей (допустимым считается любое решение, удовлетворяющее всем соотношениям системы (9));
- из допустимого множества моделей выбирается единственное решение – модель минимальной сложности.

**Выводы.** Предложенный метод компараторной структурно-параметрической идентификации модели скалярного многофакторного оценивания (функции полезности (7)) хотя не исключает полностью субъективизм и обусловленную им интервальную неопределенность исходной экспертной информации, позволяет повысить объективность и устойчивость получаемого решения за счет использования самой устойчивой и воспроизводимой экспертной процедуры – качественного парного сравнения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бурбаки Н., Начала математики. 4.1. Основные структуры анализа/Н.Бурбаки. - М.:Наука, 1965. - 280 с.
2. Подиновский В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач/В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М., Наука, 1982. – 254 с.
3. Фишберн П.К. Измерение относительных ценностей //Статистическое измерение качественных характеристик. – М.: Статистика, 1972. – с. 16-33.
4. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач/А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
5. Губаренко Е.В. Модели и методы управления устойчивым развитием социально-экономических систем/ Е.В. Губаренко, А.О. Овезгельдыев, Э.Г. Петров, - Херсон, Изд. Гринь Д.С., 2013. – 252 с.
6. Крючковский В.В. Интроспективный анализ. Методы и средства экспертного оценивания/ В.В. Крючковский, Э.Г. Петров, Н.А. Соколова, В.Е. Ходаков. – Херсон. Изд. Гринь Д.С., - 2011. - 166 с.
7. Овезгельдыев А.О. Синтез и идентификация моделей много факторного оценивания и оптимизации/ А.О. Овезгельдыев, Э.Г. Петров, К.Э. Петров. – Киев, «Наукова думка», 2002, - 164 с.
8. Ивахненко А.Г. Принятие решений на основе самоорганизации/А.Г. Ивахненко, Ю.П. Зайченко, В.Д. Дмитров. – М. – Сов. радио, 1976. – 280 с.

ПЕТРОВ Эдуард Георгиевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой системотехники Харьковского национального университета радиоэлектроники (ХНУРЭ).

Научные интересы: системный анализ, методы принятия решений в условиях многокритериальности и интервальной неопределенности.