

НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ АНАЛИЗЕ УСТОЙЧИВОСТИ
УГЛЕПЛАСТИКОВЫХ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК

Постановка проблемы. Исследуется устойчивость произвольно армированных многослойных композитных цилиндрических оболочек при осевом сжатии. Анализ проводится в рамках классической оболочечной модели неизменной нормали. Указан критерий применимости этой модели и показано, что модель неизменной нормали пригодна для анализа устойчивости широкого класса композитных оболочек. Критическая нагрузка и форма волнообразования находятся как с помощью аналитических формул [1], так и методом конечных элементов [2]. Проводится сравнительный экспериментально-теоретический анализ на базе испытаний 21 углепластиковой оболочки с различными структурами армирования.

Анализ публикаций по теме исследования. Исследованию устойчивости посвящено довольно много публикаций [1]. Например, сравнительный экспериментально-теоретический анализ устойчивости стеклопластиковых оболочек охватывает более 300 экспериментов. Однако систематические экспериментальные исследования устойчивости углепластиковых оболочек чрезвычайно редки. Так, в [3] приведены результаты экспериментальных исследований устойчивости углепластиковых цилиндрических оболочек при осевом сжатии. К сожалению, качество оболочек в то время было невелико, поэтому полученные данные нельзя считать полностью достоверными. В [2] на основе экспериментальных данных из [3] проведён сравнительный экспериментально - теоретический анализ; показаны некоторые новые возможные формы потери устойчивости композитных оболочек при осевом сжатии.

Цель статьи – представить аналитическое и с помощью МКЭ решение задачи о потере устойчивости при осевом сжатии цилиндрической многослойной анизотропной оболочки; продемонстрировать новые возможные формы потери устойчивости цилиндрических оболочек с “косой” намоткой; на основе нормального распределения провести статистический анализ результатов имеющихся экспериментов и предложить рекомендации для назначения поправочных эмпирических коэффициентов.

Основная часть. На рис.1 показана структура многослойного композитного оболочечного пакета, составленного в общем случае из различных анизотропных слоёв.

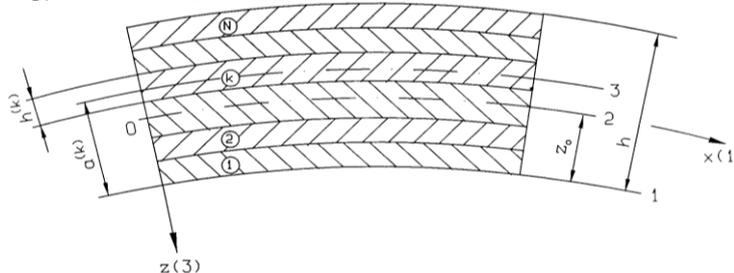


Рис. 1. Структура многослойного анизотропного пакета

Теоретические исследования устойчивости многослойных композитных оболочек с произвольной намоткой проведены на основе модели неизменной нормали. Граничные условия предполагаются шарнирными. В этом случае, представляя решение в тригонометрическом виде по аналогии с С.П. Тимошенко [4], можно получить [1] для осевого критического усилия T_1 :

$$T_1 = \lambda^2 F_1(\psi) \frac{D_1}{R^2} + \frac{B_2(1-\nu_1\nu_2)}{\lambda^2 F_2(\psi)}; \psi = n / \lambda; \tag{1}$$

$$F_1 = 1 + \alpha_1 \psi^2 + \beta_1 \psi^4; F_2 = 1 + \alpha_2 \psi^2 + \beta_2 \psi^4;$$

$$\alpha_1 = \frac{4D_{12} + 2\nu_2}{D_1}; \alpha_2 = \frac{B_2(1-\nu_1\nu_2)}{B_{12}} - 2\nu_2;$$

λ, n – параметры волнообразования.

Гипотезы неизменной нормали для многослойных композитных оболочек вносят погрешность

[1]

$$\Delta = \frac{\sqrt{B_2 D_1 (1 - \nu_1 \nu_2)}}{2K_{13} R} \approx 0,17 \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{G_{13}} \frac{h}{R} \sim \frac{h}{R} \ll 1 \quad (2)$$

Здесь B_2, D_1 - жесткости на растяжение и изгиб, K_{13} - жесткость многослойного пакета на поперечный сдвиг в осевом направлении, E_1, E_2, G_{13} - модули упругости материала оболочки и модуль поперечного сдвига; h, R - толщина и радиус оболочки соответственно. Как следует из формулы (2), классические гипотезы тонкостенных оболочек можно использовать для расчета широкого класса композитных оболочечных конструкций.

Минимизируя усилия T_1 в формуле (1) по параметрам волнообразования λ и ψ , найдём критическое усилие:

$$T_1^{кр} = k_{орт} T_{10}; \quad k_{орт}^2 = \frac{F_1(\psi_{кр})}{F_2(\psi_{кр})}; \quad T_{10} = \frac{2}{R} \sqrt{B_2 D_1 (1 - \nu_1 \nu_2)}; \quad (3)$$

$$\psi_{кр}^2 = \frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + (\alpha_2 - \alpha_1)(\beta_1 \alpha_2 - \beta_2 \alpha_1)} - (\beta_1 - \beta_2)}{\beta_1 \alpha_2 - \beta_2 \alpha_1};$$

$$\lambda_{кр}^4 = \frac{\lambda_0^4}{F_1(\psi_{кр}) F_2(\psi_{кр})}; \quad \lambda_0^4 = \frac{B_2 (1 - \nu_1 \nu_2) R^2}{D_1}; \quad n_{кр} = \psi_{кр} \lambda_{кр};$$

Если $\alpha_1 > \alpha_2$, то параметр $\psi_{кр} = 0$, наступает осесимметричная форма потери устойчивости и $T_1^{кр} = T_{10}$.

Для сравнения устойчивость цилиндрических углепластиковых оболочек исследовалась с помощью МКЭ. Задача была решена в программном комплексе Abaqus. Получены значения критических нагрузок и формы потери устойчивости для различных структур армировки и видов анизотропии. Значения критических нагрузок, полученные в Abaqus, согласуются с аналитическими значениями.

При разбиении оболочки на разное количество конечных элементов была исследована сходимость решения (рис. 2).

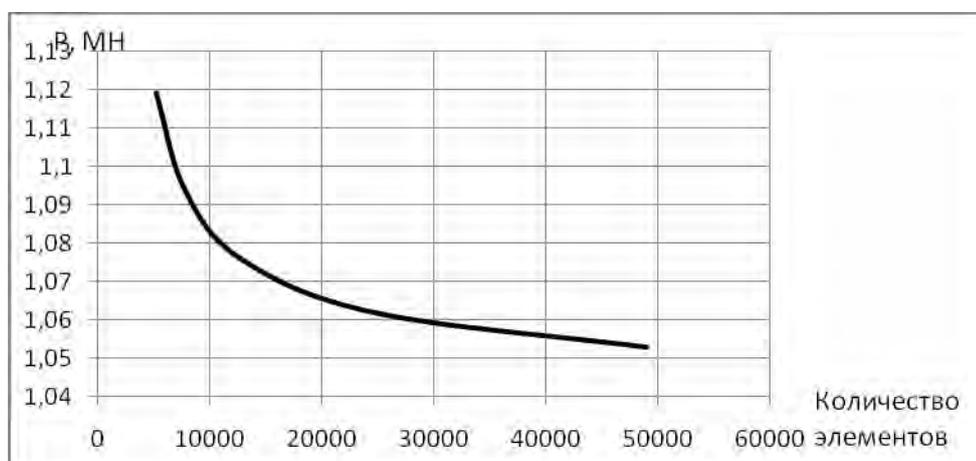


Рис. 2. Зависимость критической нагрузки от количества конечных элементов

При расчете МКЭ были выявлены три основные формы потери устойчивости:

- спиралевидная форма (характерна для оболочек с «косыми» слоями в армировке при соотношении параметров анизотропии: $\alpha_1 < \alpha_2$) (рис. 3а)
- форма с локальными минимумами/максимумами (характерна для оболочек с продольно-поперечной армировкой при соотношении параметров анизотропии: $\alpha_1 < \alpha_2$) (рис. 3б)
- «гармошка» (характерна для оболочек любой армировки при соотношении параметров анизотропии: $\alpha_1 > \alpha_2$) (рис. 3в)



Рис. 3. Формы потери устойчивости многослойных анизотропных оболочек

Обнаружено также, что у оболочек со спиралевидной формой потери устойчивости при изменении очередности «косых» слоёв в армировке, значения критических нагрузок не изменяются, а получаемая при потере устойчивости спираль закручивается в противоположную сторону (рис. 4).

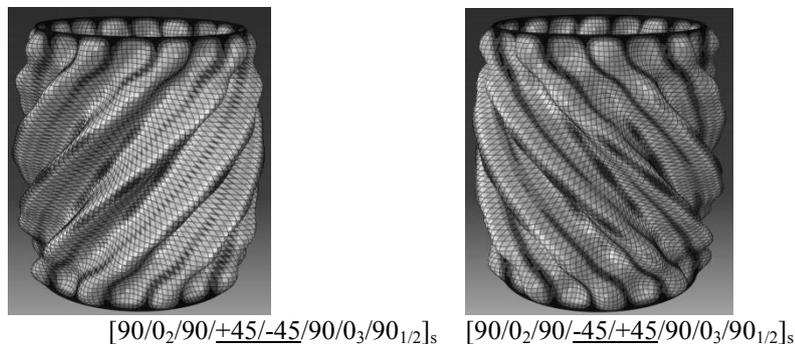
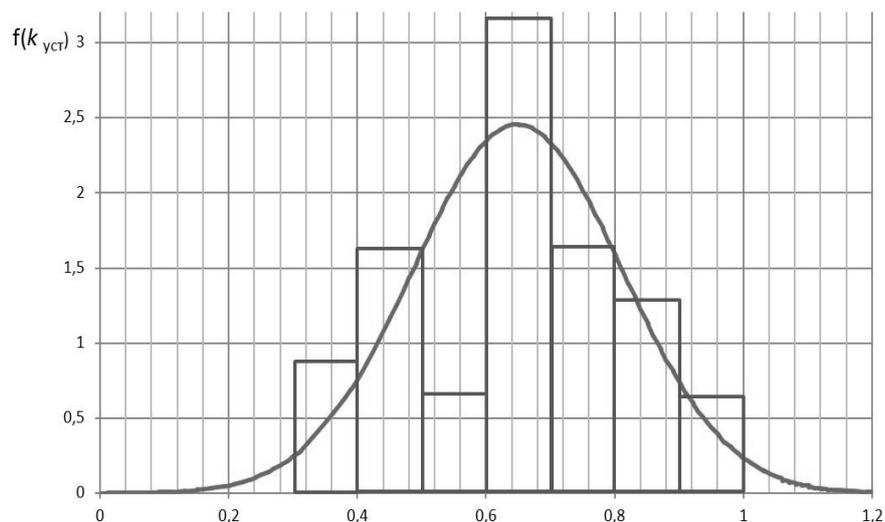


Рис. 4. Формы потери устойчивости цилиндрической оболочки с «косой» армировкой с различными направлениями слоёв

Для оболочек, рассмотренных в [3], с помощью приведённых выше формул (1) и (3) получены теоретические значения критических нагрузок $T^{кр}$ при осевом сжатии. Подсчитаны значения эмпирических поправочных коэффициентов:

$$k_{уст} = \frac{T^{кр\text{эксп}}}{T^{кр\text{теор}}}$$

Проведён статистический анализ и получено их нормальное распределение. Также получено, что коэффициент $k_{уст}$ изменяется в интервале $(0,31 \div 0,91)$, среднее значение $k_{уст} = 0,65$, среднеквадратичное отклонение $\sigma=0,48$. На рисунке 5 показано нормальное распределение для имеющейся серии экспериментов. Анализ показал, что с надёжностью 0,95 следует принять коэффициент устойчивости $k_{уст}=0,43$.



$k_{уст}$	[0,3; 0,4]	[0,4; 0,5]	[0,5; 0,6]	[0,6; 0,7]	[0,7; 0,8]	[0,8; 0,9]	[0,9; 1,0]
N_i	2	3,5	1,5	7	3,5	3	1,5
$N_i/(0.1*22)$	0,91	1,59	0,68	3,18	1,59	1,36	0,68

Рис. 5. Гистограмма и нормальное распределение на базе 22 испытаний углепластиковых оболочек

Выводы и перспективы дальнейших исследований.

1. Обнаружены новые (спиралевидные) формы потери устойчивости при осевом сжатии многослойных анизотропных цилиндрических оболочек. Показано, что формы волнообразования зависят как от структуры намотки, так и от параметров анизотропии оболочки.
2. В результате исследований с помощью МКЭ подтверждена возможность применения простых аналитических формул для расчета критических нагрузок, особенно на этапе проектирования.
3. На основе нормального распределения проведен статистический анализ с использованием имеющихся экспериментальных результатов и рекомендованы поправочные эмпирические коэффициенты.
4. В дальнейшем предполагается провести серию испытаний композитных оболочек с целью уточнения поправочных эмпирических коэффициентов и изучения экспериментальных форм волнообразования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Сухинин С.Н. Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек. – М.: Физматлит, 2010. С. 28-32, 73-79, 221-230.
2. Гавриленков Д.Э. Экспериментально-теоретическое исследование устойчивости при осевом сжатии углепластиковых цилиндрических оболочек. - Труды 55-й научной конференции МФТИ, 2012 г.
3. Ушаков А.Е., Киреев В.А. Определение несущей способности сжатых углепластиковых оболочек при отсутствии и наличии концентраторов напряжений в условиях воздействия повышенной температуры // Механика композитных материалов. 1988, №2. С. 299-305.
4. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. М.: ГИТТЛ, 1955, 568 с.

ГАВРИЛЕНКОВ Дмитрий Эдуардович – бакалавр по специальности «Прикладные математика и физика», студент 5 курса Московского физико-технического института (государственного университета).
 Научные интересы:
 – устойчивость многослойных композитных оболочек.

СУХИНИН Сигизмунд Николаевич – д.т.н., профессор, начальник лаборатории Центрального НИИ машиностроения.
 Научные интересы:
 – прочность летательных аппаратов, механика конструкций из композитов.