УДК 519.45

Т.Ю. Онищенко, В.В. Марасанов

ХАРАКТЕРИЗАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ КАК ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД КОНТРОЛЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Введение. Характеризационный анализ является основой информационной математики, в которой основной вычислительной процедурой является расширение носителя и/или сужение сигнатуры заданной модели для приведения ее к интерпретируемому виду в категориях искомой модели. Алгоритмы этого направления обладают свойством "зрячести", их сложность при решении реальных задач на два - три порядка меньше, чем сложность эвристических алгоритмов, включающих в себя спектр алгоритмов широкого класса, начиная от ГСН алгоритмов (ГСН— Грубая Сила и Невежество) и кончая "хитрыми", "жадными" и другими алгоритмами, критерий отсечения неперспективных вариантов в которых основан на той или иной "эвристике". Оценить, на сколько удалено полученное с помощью эвристического алгоритма решение от минимального в смысле значения функционала качества решения, принципиально невозможно в рамках эвристического подхода. От этого существенного недостатка свободны характеризационные алгоритмы.

Характеризационный алгоритм решения задачи состоит из процедуры эквивалентирования и фактического получения решения. Первая процедура состоит в преобразовании исходной информации к виду, при котором, фактически не строя решения, можно вычислить функционал его качества. Трудоемкость характеризационных алгоритмов для практических задач оценивается полиномиальными функциями, степень которых не превышает 3-5.

Основой характеризационного анализа является исчисление запрещенных и/или разрешенных фигур, позволившее впервые конструктивно связать различные формальные системы на семантическом уровне знаний и, как следствие, предложить принципиально новую интеллектуальную информационную технологию и стратегию решения задач большой размерности на дискретных структурах.

Предложенная технология основана на интерпретации категорий одной формальной системы в терминах другой, что позволяет решать проблему погружения одной теории в другую, разрабатывать не сотни-тысячи пакетов прикладных программ (ППП), ориентированных на решение задач конкретной предметной области, а создавать один-два десятка ППП, ориентированных на модельные преобразования Ya ® Yb, и интерфейсов "пользователь-ЭВМ" для каждой предметной области. [1,4,5]

На основе метатеорий характеризационного анализа В.А.Горбатовым разработаны:

• теория частичного упорядочения систем, получившая большое практическое применение в информатике, в которой решена проблема оптимального уменьшения функциональной связности модели при проектировании больших и сложных систем при различных предметных интерпретациях:

— компьютерной — логическое проектирование программно-аппаратных комплексов;

— транспортной — трассирование скоростного движения в больших городах;

— диагностической — диагностирование сильносвязных систем (энергетические комплексы, парогенераторы подводных лодок и др.);

— коммерческой — гармонизация встречных поставок;

— физической — компьютерная интерпретация атомных спектров большой сложности (трансурановые, редкоземельные элементы) при использовании их в физике термоядерного синтеза, создания лазеров, оптических ЭВМ; компьютерная обработка снимковой информации в экспериментах по физике высоких энергий;

— банковской — диверсификация портфеля инвестора;

• семантическая теория проектирования автоматов, в которой предложен принципиально новый путь эффективного решения фундаментальных общетеоретических проблем синтеза автоматов на основе интерпретации выражений входного языка в категориях выходного без фактического построения соответствующих конструкций на выходном языке. Это позволило эффективно проектировать оптимальные системы логического управления на современных интегральных структурах: базовых матричных кристаллах, программируемых логических интегральных средах, нейронных структурах, впервые реализованных цифровым способом в виде "сотовых" структур, проводить топологическое проектирование программных систем с гиперкубической архитектурой.[2,3,6]

На основе метатеории характеризационного анализа разработаны модельные инструментарии интеллектуальной информационной технологии и стратегии, реализующие следующие преобразования Yi -> Yj :

— частичное упорядочение мографов без/с заданными максимальными (минимальными) элементами в соответствующем структурном графе (диаграмма Хассе);

— преобразование мультиструктуры к параллельно-последовательному виду минимальным расширением его носителя;

— гомеоморфное вложение графа в булево пространство;

— минимальная (оптимальная) раскраска / мультикраска мографов, в пределе графов;

— разложение функционально взвешенного графа по мультипликативной связке.

Характеризационный анализ позволяет эффективно решать задачи на дискретных и аналоговых структурах. [2,3]

Основная часть. Понятие производной в математическом анализе характеризует степень изменения функции при малом изменении ее аргумента; в основу понятия производной положено понятие предела.

В дискретной математике отсутствует понятие предела, поэтому невозможно механически перенести понятие производной из непрерывной математики в дискретную. Для решения оптимизационных задач дискретной математики введем понятие производной, основанное на использовании понятия частоты букв в словах некоторой модели Ф. [1]

Перед формальным определением производной рассмотрим следующий пример. Пусть задан граф *G* (рис.1 а), и нас интересует частота участия ребер в образовании остовов графа *G.* (Например, при решении задач нахождения минимальных произведений длины остова на его частоту).

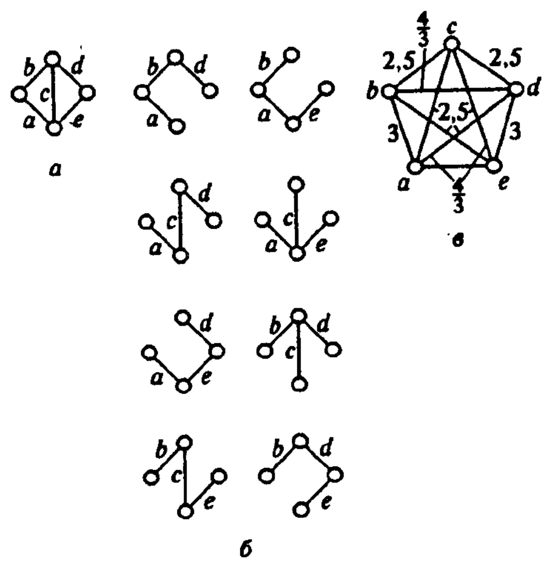

Рис.1. Граф *G*

Граф *G* содержит 8 остовов (рис.1,б), и искомую частоту можно характеризовать, например, числом вхождений каждого из ребер в эти остовы. Например, ребро *а* участвует 5 раз в образовании остовов, ребро *с* — 4 раза и т. д.

Частота ребер будет характеризоваться более полно, если наряду с указанными выше числами вычислять числа, каждое из которых равно количеству остовов, в которых содержатся два зафиксированных ребра. Например, ребра *a* и *b* содержатся в двух остовах.

Еще более точно искомая частота пары ребер p_i и p_j определяется отношением числа остовов, которые содержат ребро p_i или p_j, но не содержат их одновременно, к числу остовов, содержащих как ребро p_i, так и ребро p_j. $(f_i - 2f_{ij} + f_j)/f_{ij}$, где f_i, f_j, f_{ij} — количества остовов графа, в которые вошли ребра p_i, p_j, p_i и p_j соответственно. Это отношение показывает степень неравномерности участия пар ребер в образовании остовов графа и может служить основой надежностных расчетов реальных схем систем управления.

Условимся в дальнейшем исследуемый процесс называть *событием* S, происходящим при выполнении определенных условий.

В рассматриваемом примере событием S является образование множеством ребер остова графа G, а условием — вхождение ребер графа в данное множество. Событие *S* может быть задано соответствующим предикатом *P(S).*

В рассматриваемом примере предметной областью является множество ребер *{a, b, c, d, e}*. Мощность сигнатуры остова равна 3 $(|V|—1=4—1=3)$; следовательно, местность предиката *P(S)* также равна 3: $P_3(S)$.

Таблица, определяющая этот предикат $P_3(S)$, имеет 10 строк (по числу сочетаний из 5 по 3) и 6 столбцов (мощность предметной области):

a	*b*	c	*d*	e	$P_3(S)$
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0

Каждое событие определяет некоторую двумерную двоичную матрицу $Q = [q_{i,j}]_{m\times n}$, каждому столбцу которой взаимно однозначно соответствует условие, входящее в событие, строке — совокупность условий, при которых событие имеет место (при которых $P_3(S) = 1$), и

$q_{i,j}=1$, если *j-е* условие входит в i-ю совокупность условий, при которых событие истинно,

$q_{i,j}=0$ в противном случае.

Другими словами, каждое событие определяет модель, матрицей инцидентности которой является матрица *Q,* т. е. условия, входящие в событие, являются буквами модели, совокупности условий, при которых событие истинно, — словами модели.

Интенсивность участия условий (букв) в событиях (словах) будем характеризовать с помощью частот их вхождения. Для этого введем частотную матрицу отношений $F = \left[f_{ij}\right]_{n\times n}$, характеризующую модель Ψ, матрица инцидентности которой есть $Q(\Psi) = \left[q_{ij}\right]_{m\times n}$.

Частотной матрицей отношений $F = \left[f_{ij}\right]_{n\times n}$ называется матрица, каждой строке (столбцу) которой взаимно однозначно соответствует буква, и элемент f_{ij} равен числу слов, в которые входят буквы *i* и *j,* если $i \neq j$, в противном случае ($i = j$) — числу слов, в которые входит буква *i.* При этом если $i = j$, то f_{ii} *— собственная частота буквы,* если же $i \neq j$, то f_{ij} *— взаимная частота букв i* и *j.*

Из определения частотной матрицы отношений $F = \left[f_{ij}\right]_{n\times n}$ следует, что она сама симметрична относительно главной диагонали, т. е. $f_{ji} = f_{ij}$, и что собственная частота любой буквы не меньше взаимной частоты этой буквы с любой другой буквой: $f_{ii} \geq f_{ij}$.

Можно показать, что частотная матрица отношений *F,* характеризующая модель, матрица инцидентности которой *Q* удовлетворяет соотношению

$$Q^T \times Q = F, \tag{1}$$

где Q^T — транспонированная матрица *Q* (^{T}— знак транспонирования матрицы).

Определим степень участия компонент графа *G* в наперед заданном событии *S* в графе *G,* другими словами, степень неоднородности компонент графа относительно заданного события. Будем характеризовать эту неоднородность производной $\partial G / \partial S$ графа *G* по событию *S.*

Производной $\partial G / \partial S$ *графа G по событию S* называется неориентированный взвешенный граф $\langle V, (U, P)\rangle$, носитель которого совпадает с носителем модели, определяемой этим событием, и пара вершин (v_i, v_j) взвешена отношением частоты $(f_i - f_{ij}) + (f_i - f_{ij})$ их несовместного участия к частоте f_{ij} совместного участия в событии *S:*

$$\partial G / \partial S(v_i, v_j) = \frac{f_i - 2f_{ij} + f_j}{f_{ij}}, \tag{2}$$

причем:

$(v_i, v_j) \notin U$, если $\partial G / \partial S(v_i, v_j) = \infty$;

$(v_i, v_j) \in U$, если $\partial G / \partial S(v_i, v_j)$ - конечная величина, отличная от нуля;

$v_i = v_j$, если $\partial G / \partial S(v_i, v_j) = 0$.

Значение выражения (2) называется *значением производной на ребре* (v_i, v_j).

Проиллюстрируем понятие производной от графа по событию на следующем примере.

Пример.1. Рассмотрим граф G (рис.2,а), на котором задано событие S – образование ребрами базисного цикла относительно остова G' (рис.2,б) графа G. Вычислим производную от графа G по событию S.

Цикломатическое число $v(G)$ графа G равно 3:

$$v(G) = m - n + k = 7 - 5 + 1 = 3$$

Следовательно, граф содержит 3 базисных цикла. Событие S определяет модель вида

$$Q = \left\| \begin{matrix} a & b & c & d & e & g & h \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|.$$

Этой модели соответствует частотная матрица отношений

$$F = Q^T \times Q = \left\| \begin{matrix} a & b & c & d & e & g & h \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|.$$

Вычисляя значение производной, получаем граф $\partial G / \partial S$ (рис.2, в).

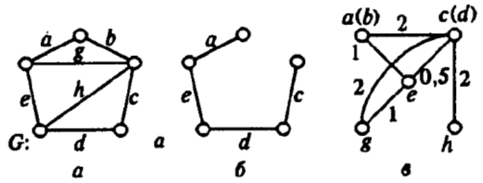

Рис.2

Анализируя граф $\partial G / \partial S$, замечаем, например, что ребра c и d (или ребра a и b) одинаково интенсивно участвуют в заданном событии.

Таким образом, для определения производной от графа G по событию S необходимо:

а) построить модель, определяемую заданным событием;

б) найти частотную матрицу отношений, соответствующую этой модели;

в) вычисляя по частотной матрице отношений значения производной на ребрах графа $\partial G / \partial S$, построить искомый граф $\partial G / \partial S$, характеризующий интенсивность участия элементов графа G в заданном событии S.

Производной $\partial^k G / \partial S^k$ *k-го порядка по событию S* называется производная от производной *(k - 1)*-го порядка по тому же событию S:

$$\partial^k G / \partial S^k = \frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{\partial^{k-1}}{\partial S^{k-1}}\right).$$

Смешанной производной по событиям S_a и S_b называется производная по событию S_a от производной по событию S_b:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial S_a \partial S_b} = \frac{\partial}{\partial S_a}\left(\frac{\partial G}{\partial S_b}\right).$$

Аналогично определяются смешанные производные от графа G по событиям $S_1, S_2, \ldots, S_n$.

Введенное понятие производной от графа G по событию S дает возможность находить производную и от модели $\Psi(Q)$(от мографа $G^{(M)}(Q)$). В случае определения производной от модели, если событие S не оговорено, в качестве S будем считать "образование буквами слова" и через них выразить возможные нарушения в электрической схеме (простое короткое замыкание, обрыв цепи, транзитивное замыкание и т.д.).

Значение производной от модели (от мографа $G^{(M)}(Q)$) на паре (i, j)) есть :

$$\frac{\partial G^{(M)}}{\partial S}(i,j)=\frac{f_i-2f_{ij}+f_j}{f_{ij}},$$

где частоты f_i, f_{ij}, f_j определяются по частотной матрице отношений $F=\left[f_{ij}\right]$ ($F=Q^T\times Q$). На мографе $G^{(M)}(Q)$ частоты f_i, f_{ij}, f_j равны соответственно числу весов вершины v_i, числу общих весов вершин (v_i, v_j) и числу весов вершины v_j.

Вывод: Борьба с перебором вариантов при решении задач дискретной математики – одна из актуальных проблем современного математического обеспечения систем переработки информации при анализе ситуаций, возникающих при контроле работоспособности систем на этапах производства и эксплуатации. Успеха можно достичь, только решая проблему характеризации реализуемых модельный преобразований. Если же характеризационная проблема не решена, то используют эвристический подход к оптимизации комбинаторных алгоритмов.

Характеризационный анализ позволяет укрупнить варианты и осуществлять их сравнение не на уровне фактически полученных решений, а на уровне заданной информации. При этом каждый сравниваемый вариант соответствует целому классу в некотором смысле изоморфных решений. Такое укрупнение перебора конструктивно осуществляется интерпретацией исходной информации в терминах решения. Эта интерпретация, являющаяся связующим звеном между исходной информацией и решением, позволяет определять свойства решения без его фактического построения, что дает возможность находить минимальное решение без перебора всех эквивалентных решений.

ЛИТЕРАТУРА:

1. В.А.Горбатов. Фундаментальные основы дискретной математики.—М.: Наука. Физматлит, 2000, 544.
2. В.А.Горбатов, М.И.Смирнов, И.С.Хлытчиев. Логическое управление распределенными системами – М.:Энергоатомиздат,1991г.
3. В.А.Горбатов, А.В.Крылов, Н.В.Федотов. САПР системы логического управления – М.:Энергоатомиздат,1988г.
4. Дж.Абрахамс, Дж.Каверли. Анализ электрических цепей методом графов./ Под ред. А.А.Соколова. – М.:Мир, 1967.-177с.
5. М.Свами, К.Тхуласираман. Графы, сети и алгоритмы. / Под ред. В.А.Горбатова. – М.:Мир,1984.-455с.
6. Т.Ю.Онищенко, В.В.Марасанов. Топология электрических цепей. Вестник ХНТУ №1(46), 2013г., стр.388-393.

ОНИЩЕНКО Татьяна Юрьевна – аспирантка кафедры технической кибернетики Херсонского национального технического университета

Научные интересы:

- методы характеризационного анализа распознавания экстремальных состояний динамических систем.

МАРАСАНОВ Владимир Васильевич – д.т.н., профессор, зав.кафедры технической кибернетики Херсонского национального технического университета.

Научные интересы:

- топологические методы исследования динамических систем.