

АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ТЯГОВОЙ ПОДСИСТЕМЫ  
МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА

**Постановка проблемы; анализ публикаций по теме исследования; цель статьи.** Магнитолевитирующий поезд (МЛП) является электромеханическим преобразователем энергии фидерной линии в энергию движения. Одним из первичных, базовых звеньев этого преобразователя является его тяговая подсистема (ТП), ядро которой — линейный двигатель (ЛД). Практичность такого двигателя может быть радикально повышена, в том числе, путём увеличения его клиренса. В тоже время [1], обладающие рядом преимуществ, экземпляры асинхронной версии ЛД, даже при клиренсах 2—4 см, имеют весьма невысокие эксплуатационные характеристиками. Повышение же клиренса ведёт к существенной дальнейшей деградации упомянутых и иных важнейших показателей качества функционирования ЛАД. В свою очередь, снижение этих показателей влечёт повышенное энергопотребление двигателя, что негативно как само по себе, так и по причине обострения при этом проблемы токоподвода.

Таких недостатков лишены синхронные ЛД (ЛСД), особенно, если они оснащены сверхпроводящими обмотками возбуждения (СПОВ) [2, 3]. Поэтому вновь проектируемые МЛП подлежат оснащению ЛСД со СПОВ, а моделированию подлежит динамика тяговой подсистемы МЛП, оснащённого именно такими двигателями.

Результаты проводимого исследования в дальнейшем предполагается использовать, в первую очередь, при создании глобальных моделей движения механической подсистемы (МП) МЛП. Поэтому модель динамики его ТП и, прежде всего, — ЛД должна быть ориентирована на описание их взаимодействия с этой МП. Итогом же настоящей работы должно стать получение корректного описания центрального элемента упомянутого электромеханического преобразования, реализация которого ведёт к возникновению основного управляющего воздействия на МП МЛП — тяговой силы его ЛД. Это описание должно учитывать актуальную специфику моделируемых физических процессов, определяемую, в том числе, особенностями системы, в которой они протекают.

**Основная часть.** Расчётная схема статора ЛСД МЛП [5] представима трёхфазной системой якорных прямоугольных контуров, уложенных вдоль пути следования поезда. При этом контуры каждой фазы, активные части которых параллельны нормали к оси пути в каждой точке, расположены так, чтобы обеспечивалось требуемое периодическое распределение протекающего по этим контурам тока вдоль последней оси. Соответствующие же фазовые обмотки в целом сдвинуты друг относительно друга вдоль

той же оси на треть периода, то есть — на  $\frac{2 \cdot \tau}{3}$ , где  $\tau$  — полюсное деление двигателя и питаются от трёхфазной сети. В результате, фазные токи якоря оказываются сдвинутыми друг относительно друга во времени и пространстве на треть периода, создавая бегущее вдоль оси пути электромагнитное поле.

В случае, когда обмотка возбуждения является сверхпроводящей, её расчётная схема может быть принята в виде ряда однотипных прямоугольных контуров. Они расположены в плоскости, параллельной соприкасающийся с поверхностью пути на расстоянии  $h$  от неё. Активные стороны таких контуров параллельны снова нормали к оси этого пути, а расстояния между центрами соседних контуров равны  $\tau$ . Контуры возбуждения обтекаются постоянными токами одинакового значения и чередующегося направления, создавая неподвижное относительно контуров электромагнитное поле.

Согласно третьему закону электромеханики [6], поля, реализующие электромеханическое преобразование энергии, должны быть взаимно неподвижны. Вследствие этого, в ЛСД возникает тяговое усилие, заставляющее его мушкетер (подвижной агрегат, в состав которого включены контуры возбуждения), двигаться относительно якорных контуров в направлении касательной к оси пути с синхронной скоростью.

Методика построения искомой модели электромеханического преобразования может базироваться на энергетической, либо полевой парадигме исследования [7]. До настоящего времени подавляющее большинство работ, посвящённых указанной проблематике, основывается именно на первой из упомянутых, энергетической парадигме [3, 5]. Имея в качестве основы уравнения второго закона Кирхгофа, эта парадигма теоретически адекватно и полно отражает моделируемые процессы. Однако, такой путь построения модели возможен лишь с использованием величин коэффициентов само- и взаимной индукции якорных и индукторных контуров ЛСД как нестационарных магнитосвязанных электрических цепей. Соотношения для нахождения значений указанных коэффициентов на современном уровне развития электродинамики в качестве первоосновы безальтернативно имеют [8] выражения коэффициентов взаимной индукции между двумя прямолинейными параллельными отрезками

проводников (на которые, предварительно, должны быть разбиты рассматриваемые взаимодействующие контуры). В итоге, найденные таким путём значения этих коэффициентов, вследствие ряда причин (не устранимых при использовании очерченного способа их получения) весьма не точны, а ресурсные затраты на такое получение необоснованно велики.

Возникающая, таким образом, коллизия может быть успешно преодолена, базируясь на полевой парадигме исследования ЛСД [9]. Приступим, далее, к абрисному очерчиванию пути построения модели его энергетического преобразования, инициируемого такой парадигмой. Её принятие реализуется определением результирующего магнитного поля якоря двигателя, в трёхмерной постановке, из решения краевой задачи для скалярного, или векторного потенциала этого поля.

С целью максимального исходного упрощения искомой модели, введём следующие предположения. Проводники индуктора будем первоначально считать бесконечно тонкими нитями, по которым протекают одинаковые по величине, чередующиеся (от секции к секции) по направлению постоянные во времени токи. Проводники якоря предполагаем имеющими бесконечную, в его поперечном направлении, длину, а, поэтому, создаваемое ими поле — плоскопараллельным. Влияние высших гармоник пространственного распределения поля якоря на значение тягового усилия двигателя учитывать не будем.

Принимая во внимание принятые предположения, опишем, прежде всего, электромагнитное поле якоря двигателя. В соответствии с допущением, токи, протекающие в фазах якорной цепи, будем рассматривать как лежащие в плоскости, касательной к поверхности пути и направленные параллельно главной нормали  $Oy$  к его оси в каждой точке. Линейная плотность этого тока имеет только одну составляющую  $\lambda_y$  и, для каждой из фаз, является периодической функцией координаты пути  $x$ , пройденного вдоль его оси. Указанная плотность может быть разложена в ряд Фурье с периодом  $2 \cdot \tau$ . После выполнения такого разложения, в силу линейности системы, поле каждой из гармоник любой фазы якоря может определяться с использованием метода суперпозиции.

Фазы якоря питаются гармонически изменяющимися напряжениями. Поэтому первая гармоника токов этих фаз изменяется также согласно гармоническому закону. Плоскопараллельное электромагнитное поле, создаваемое этим распределением тока, зависит только от координат  $x$  и  $z$ , отсчитываемых, соответственно, вдоль касательной и бинормали к оси пути в каждой его точке. При этом, в силу пространственной периодичности такого поля, достаточным является рассмотрение области, расположенной между плоскостями  $x = \pm 0,5 \cdot \tau$ . Скалярный магнитный потенциал  $\psi$  этого поля удовлетворяет двумерному уравнению Лапласа [7]

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

и должен являться синусоидальной функцией  $x$  с периодом  $2 \cdot \tau$ . Поэтому, для первой гармоники поля, решение уравнения (1) можно искать в виде

$$\psi_1 = \Psi_1(z) \cdot \cos(\pi \cdot \tau^{-1} \cdot x). \quad (2)$$

Путём подстановки (1) в (2), получается уравнение

$$\frac{d^2 \psi_1}{dz^2} - \alpha^2 \cdot \psi_1 = 0; \quad \alpha = \pi \cdot \tau^{-1}. \quad (3)$$

В таком случае, для потенциала  $\psi_1$  и составляющих напряжённости поля в области  $z > 0$  справедливы выражения

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{H_1}{\alpha} \cdot \cos(\alpha \cdot x); \quad H_{1x} = H_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x); \\ H_{1z} &= H_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x); \quad H_1 = 0,5 \cdot \Lambda_1 \cdot e^{-\alpha \cdot z}; \quad \Lambda_1 = \Lambda_{1m} \cdot \cos(\omega \cdot t), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $H_1$  — модуль напряжённости поля;  $\Lambda_{1m}$  — амплитудное значение линейной плотности якорного тока.

Таким образом, величины, характеризующие поле индуктора, с возрастанием координаты  $z$  убывают экспоненциально.

Решение уравнения (1) для магнитного поля, создаваемого высшими пространственными гармониками тока, отличается от приведенного лишь заменой  $\alpha$  на  $k \cdot \alpha$ , где  $k$  — номер гармоники. Следовательно, при увеличении значения координаты  $Z$  высшие гармоники поля убывают ещё быстрее, чем первая и их влияние — пренебрежимо мало даже на сравнительно небольших расстояниях от якоря. Это свидетельствует о возможности, при определении взаимодействия индуктора и якоря ЛАД, почти постоянно пренебрегать влиянием высших гармоник пространственного распределения тока якоря. Поэтому везде ниже, в пределах настоящего исследования, будем пренебрегать высшими пространственными гармониками поля якоря, и рассматривать это поле как изменяющееся вдоль пути синусоидально.

Выражения для составляющих результирующей напряжённости поля якоря в жёстко связанной с ним подвижной системе координат, для плоскости  $Z = h$ , в которой расположена рассматриваемая якорная обмотка, могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} H_x(h) &= H_m(h) \cdot \sin(\alpha \cdot x_r); & H_z(h) &= H_m(h) \cdot \cos(\alpha \cdot x_r); \\ H_m(h) &= 0,75 \cdot \Lambda_{1m} \cdot e^{-\alpha \cdot h}; & x_r &= x - v_s \cdot t \end{aligned} \quad (5)$$

В таком случае, согласно (3), для любой  $\mu$ -ой секции индуктора двигателя вертикальные составляющие результирующей напряжённости поля якоря (в подвижной системе координат) для точек 1 и 2, соответствующих активным сторонам этой секции,

$$\begin{aligned} H_{z\mu 1}(h) &= H_m(h) \cdot \cos[\alpha \cdot (-\Delta_\mu - 0,5 \cdot \sigma)] = -H_m(h) \cdot \sin(\theta_\mu - \nu); \\ H_{z\mu 2}(h) &= H_m(h) \cdot \cos[\alpha \cdot (-\Delta_\mu + 0,5 \cdot \sigma)] = H_m(h) \cdot \sin(\theta_\mu + \nu); \\ \theta_\mu &= \alpha \cdot \Delta_\mu; & \nu &= 0,5 \cdot \alpha \cdot (\tau - \sigma), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\Delta_\mu, \sigma$  — координата центра масс рассматриваемой секции индуктора в связанной с ним системе координат, а также продольная протяжённость такой секции.

Тогда горизонтальные продольные силы взаимодействия поля, созданного токами, протекающими в проводниках 1 и 2 рассматриваемой  $\mu$ -ой секции индуктора, с полем якоря

$$\begin{aligned} \varphi_{x\mu 1} &= -\mu_0 \cdot H_{z\mu 1} \cdot l \cdot I_r = \mu_0 \cdot H_m(h) \cdot l \cdot I_r \cdot \sin(\theta_\mu - \nu); \\ \varphi_{x\mu 2} &= \mu_0 \cdot H_{z\mu 2} \cdot l \cdot I_r = \mu_0 \cdot H_m(h) \cdot l \cdot I_r \cdot \sin(\theta_\mu + \nu), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $I_r, l$  — ток в секции индуктора, а также длина каждой из её активных сторон;  $\mu_0$  — магнитная постоянная, определяющая плотность магнитного потока в вакууме.

Горизонтальная же сила  $\varphi_{x\mu}$ , действующая на всю  $\mu$ -ю секцию

$$\varphi_{x\mu} = \varphi_{x\mu 1} + \varphi_{x\mu 2} = 4 \cdot \mu_0 \cdot a_r \cdot I_r \cdot H_m(h) \cdot \cos(\nu) \cdot \sin(\theta_\mu); \quad a_r = 0,5 \cdot l. \quad (8)$$

Значение полного тягового усилия ЛСД, создаваемого взаимодействием полей его якоря и  $N$  секций индуктора

$$\Phi_x = \sum_{\mu=1}^N \varphi_{x\mu} = \Phi \cdot \sum_{\mu=1}^N \sin(\theta_\mu); \quad \Phi = 3 \cdot \mu_0 \cdot a_r \cdot I_r \cdot \Lambda_m \cdot e^{-\alpha \cdot h} \cdot \cos(\nu). \quad (9)$$

У реального ЛСД МЛП ширина якоря, конечна, имея тот же порядок, что ширина индуктора и его полюсное деление. Учёт влияния конечности ширины якоря двигателя на значения реализуемых им тяговых усилий осуществим [4] введением в выражение (9) соответствующего поправочного коэффициента  $\chi_z^{(h)}$ . Тогда

$$\begin{aligned} \Phi &= 3 \cdot \chi_z^{(h)} \cdot \mu_0 \cdot a_r \cdot I_r \cdot \Lambda_m \cdot e^{-\alpha \cdot h} \cdot \cos(\nu); \\ \chi_z^{(h)} &= e^{\alpha \cdot h} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_n}{n \cdot \beta \cdot a_r} \cdot R_n \cdot e^{-R_n \cdot \alpha \cdot h} \cdot \sin(n \cdot \beta \cdot a_r); \end{aligned} \quad (10)$$

$$R_n = (1 + n^2 \cdot \beta^2 \cdot \alpha^{-2})^{0,5} \forall n \in [1, \infty], \quad (11)$$

где  $\kappa_n \forall n \in [1, \infty]$  — коэффициенты разложения в ряд Фурье функции

$$\tilde{\Lambda}(y) = \Lambda \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n \cdot \cos(n \cdot \beta \cdot y); \quad \beta = \pi \cdot (2 \cdot a_s + b)^{-1} \quad (12)$$

Здесь  $a_s, b$  — половина реальной ширины якоря двигателя, а также интервал, принимаемый при искусственной периодизации его поля.

В частности, если принять

$$b = a_s = a_r, \quad (13)$$

то, после преобразований, выражение (10) может быть приведено к виду

$$\chi_z^{(h)} = e^{\alpha \cdot h} \cdot \left(\frac{3}{\pi}\right)^2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cdot n^{-2} \cdot e^{-R_n \cdot \alpha \cdot h} \cdot \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{3}\right). \quad (14)$$

Реальное сечение проводников индукторной обмотки — конечно и, как правило, прямоугольно. Предполагая, что ток распределён по каждому из таких сечений, имеющему ориентацию, нормальную к оси пути, равномерно с плотностью

$$\rho = I_r \cdot s^{-1} = I_r \cdot 0,25 \cdot p^{-1} \cdot q \cdot -1, \quad (15)$$

где  $2 \cdot p, 2 \cdot q$  — ширина и высота поперечного сечения такого проводника, приходим к выводу, что сила взаимодействия поля, создаваемого этим током, с якорным полем двигателя может быть описана выражением [9]

$$f_x = k_{rx} \cdot f_{x0}; \quad k_{rx} = \left[ 1 - \frac{p^2 - q^2}{6} \cdot \alpha^2 + \frac{3 \cdot p^4 - 10 \cdot p^2 \cdot q^2 + 3 \cdot q^4}{360} \cdot \alpha^4 + \dots \right], \quad (16)$$

где  $f_{x0}$  — значение той же силы, полученное в предположении, что весь упомянутый ток сосредоточен в нити, проходящей через центр поперечного сечения проводника.

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Итак, полученная математическая модель возникновения тягового усилия ЛСД, в процессе реализации им электромеханического энергетического преобразования, может быть представлена совокупностью выражений (9) — (14) и (16). Их построение базировалось на использовании полевой парадигмы исследования, то есть подхода, гарантирующего высокую физическую адекватность, точность, а также умеренную ресурсоёмкость такого исследования [4, 9, 10]. Этим исчерпывающе достигнута цель описанного этапа. Следующий этап должен состоять в высокорелевантной трансформации указанной математической модели в адекватную компьютерную.

В процессе электромеханического преобразования, между различными элементами ЛСД МЛП, помимо тяговых усилий, возникает немало иных взаимодействий, в том числе, механического характера [4, 5, 9]. Однако, как отмечалось, целью настоящего исследования является получение корректного описания возникновения тягового усилия ЛД МЛП. Поэтому, в процессе грядущих исследований динамики электромагнитной подсистемы (ЭМП) МЛП, должны быть, в частности, построены и модели иных, отличных от тяговых, взаимодействий ЭМП и МП поезда.

В качестве одной из предпосылок проведения настоящего исследования было введено предположение о пренебрежимо малом влиянии высших гармоник пространственного распределения поля якоря ЛСД на текущие значения реализуемого им тягового усилия. В то же время, поскольку указанные высшие гармоники поля движутся относительно якоря со скоростью, которая в  $k$  раз ниже синхронной, то, в отличие от первой гармоники этого поля, они воспринимаются индуктором как поля переменные. Поэтому учёт таких высших гармоник поля может оказаться актуальным в случае применения в двигателе СПОВ, чувствительных к воздействию даже относительно слабых переменных магнитных полей. Исследования, направленные на реализацию такого учёта, должны быть проведены в дальнейшем

ЛИТЕРАТУРА:

1. Коськин Ю. П., Цейтлин Л. А. Синхронные машины с немагнитным ротором / Ю. П. Коськин, Л. А. Цейтлин — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 280 с.
2. Транспорт с магнитным подвесом / В. И. Бочаров, Ю. А. Бахвалов, В. А. Винокуров, В. Д. Нагорский — М.: Машиностроение, 1991. — 324 с.
3. Винокуров В. А. Линейный синхронный двигатель с гиперпроводящей обмоткой возбуждения / В. А. Винокуров, А. А. Аршинов, Т. А. Тараканов // Тр. Моск. ин-та инж. ж.-д. трансп., Вып.572. — М., 1977. — С. 65—77.
4. Герасев О. А. Трехмерная модель линейного синхронного двигателя / О. А. Герасёв, Ю. П. Коськин, Л. А. Цейтлин // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, №2, 1979. — С.49 — 60
5. Дзензерский В. А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / В. А. Дзензерский, В. И. Омеляненко, С. В. Васильев, С. В. Матин, С. А. Сергеев — К.: Наук. думка, 2001. — 479 с.
6. Копылов И. П. Электрические машины / И. П. Копылов — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 360 с.
7. Бочаров В. И. Транспорт на сверхпроводящих магнитах / В. И. Бочаров, И. В. Салли, В. А. Дзензерский — Ростов-на-Дону: Из-во РГУ, 1988. — 152 с.
8. Калантаров П. Л. Расчёт индуктивностей: Справочная книга // П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин — Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. — 488 с.
9. Герасев О. А. Основы теории и расчёта линейного синхронного двигателя для высокоскоростного наземного транспорта / О. А. Герасёв, Ю. П. Коськин, Л. А. Цейтлин // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, № 1, 1979. — С. 111 — 122.
10. Высокоскоростной наземный транспорт с линейным приводом и магнитным подвесом / Под ред. В. И. Бочарова, В. Д. Нагорского. — М.: Транспорт, 1985. — 279 с.

ПОЛЯКОВ Владислав Александрович — к.т.н., ст. научн. сотр., ст. научн. сотр. Института транспортных систем и технологий Национальной академии наук Украины

Научные интересы:

— динамика больших, сложных электромеханических систем.

ХАЧАПУРИДЗЕ Николай Михайлович — к.т.н., ст. научн. сотр., зам. директора по научной работе Института транспортных систем и технологий Национальной академии наук Украины.

Научные интересы:

— динамика и прочность нелинейных механических систем.