

УДК 539.3:

**Е.С. Решевская, В.М. Тархова**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛАСТОМЕРНОГО ЭЛЕМЕНТА СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ**

**Постановка проблемы.** Широкое применение эластомеров (резин, каучукоподобных материалов) в промышленности, строительстве, транспорте, сельском хозяйстве, авиационной технике и других областях народного хозяйства ставит задачу рационального проектирования конструкций, изготовленных на их основе, с учетом эффективности и высокого качества работы. Для более детального изучения свойств этих материалов в эксплуатационных условиях с целью повышения надежности и экономичности работы высокоэластичных конструкций необходим достоверный расчет их напряженно-деформированного состояния в условиях эксплуатации.

Как известно, подавляющее большинство эластомеров, допускающих конечные упругие деформации, являются слабосжимаемыми материалами. Данное свойство эластомеров требует применения специальных приемов при расчете их напряженно-деформированного состояния. Кроме того, зачастую используемые упругие элементы имеют сложную геометрическую форму, что приводит к применению численных методов, в частности – метода конечных элементов.

**Анализ публикаций по теме исследования.** В настоящее время разработано несколько подходов к решению проблемы связанной со слабосжимаемостью эластомеров на основе метода конечных элементов. Так, в работах С. Шарда, Н. Чогеля [1], Р. Пэнна [2], С.И. Дымникова [3], К.Ф. Черных, И.М. Шубиной [4] предлагается введение выражений упругой энергии деформации, которые имеют различные формы добавки члена, учитывающие слабую сжимаемость эластомера. Затем Л.Р. Германом [5], С. Кейем [6], С. Кескотто, Г. Фондером [7] были предложены смешанные вариационные принципы, в которых предлагается аппроксимировать независимо поля перемещений и поля напряжений, либо поля перемещений и поля главных деформаций. В качестве одного из таких принципов был использован принцип Хеллингера-Рейсснера, выраженный через перемещения и напряжения.

В работе Л.Р. Германа был введен смешанный вариационный принцип, в котором используется варьирование компоненты перемещений и среднего напряжения. Перемещения аппроксимировались в виде линейного закона внутри конечного элемента и были непрерывны на границах элементов, функция среднего напряжения принималась постоянной внутри каждого элемента.

В работах О.С. Зенкевича [8], И. Фрида [9], Дж. Одена [10] и др. для учета слабой сжимаемости эластомера был предложен способ сокращенного интегрирования, заключающийся в том, что поля перемещений и величины, ответственные за слабую сжимаемость, аппроксимируются разными функциями.

Еще один подход, позволяющий обойти сложности связанные со слабой сжимаемостью эластомерных материалов, основан на сочетании МКЭ и метода штрафных функций. Исследованиями в данном направлении занимались О.С. Зенкевич [8], Дж. Оден [11], Д. Малкус [12], П. Талес [13] и др.

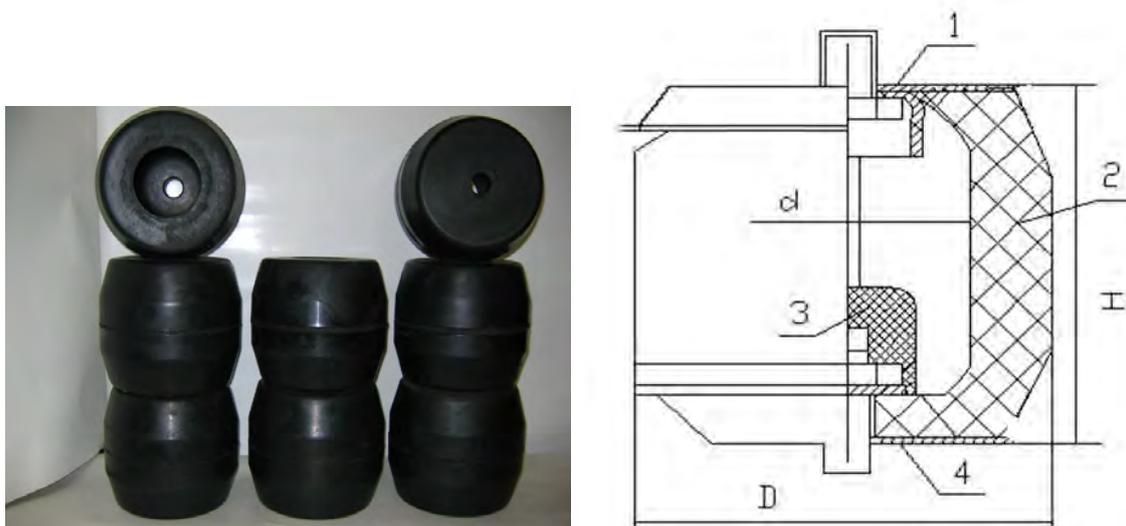
Таким образом, все рассмотренные методы, позволяющие решать проблему, возникающую в математическом аппарате МКЭ при расчете напряженно-деформированного состояния эластомерных элементов, основаны либо на системе упрощающих гипотез, либо имеют вид неудобный для использования в расчетах, либо позволяют производить расчеты лишь для частных случаев конкретных постановок задач. В связи с этим возникает необходимость в применении гибридных схем МКЭ в форме метода перемещений на базе вариационного принципа Лагранжа. Такая схема была разработана В.В. Киричевским [14], им был предложен подход к выводу соотношений матрицы жесткости конечного элемента, заключающийся в тройной аппроксимации полей перемещений, деформаций и функции изменения объема. Причем порядок разложения деформации и функции изменения объема должен находиться в строгом соответствии с порядком разложения перемещений. Данная схема получила название моментной схемы конечного элемента для слабосжимаемого материала.

**Основная часть.** В работе проведен расчет напряженно-деформированного состояния эластомерного виброизолятора типа ВР моментной схемой метода конечных элементов [14] с введением специального конечного элемента на основе полинома Эрмита [15]. Также был введен учет контактных взаимодействий упругого элемента с другими элементами конструкций [16], что позволило произвести форму и величину контактной области и изучить характер изменения контактных напряжений.

Элементы со сложной формой свободной поверхности ВР являются конструктивным развитием полых цилиндров. С целью повышения устойчивости последних был разработан параметрический ряд таких виброизоляторов.

Эластомерный виброизолятор типа ВР–201 (рис. 1) используется для виброизоляции и защиты от ударных воздействий вентиляторов, работающих во взрывоопасных условиях. Особенностью таких

элементов является малая поперечная жесткость, что весьма существенно при бесфундаментной установке оборудования. Марка резины – 2959, модуль сдвига  $G_0 = 1,76 \times 10^6$  Па,  $\nu = 0,4999$ .



1 – верхняя чашка, 2 – упругий элемент, 3 – колпачок, 4 – нижняя чашка  
Рис.1 – Виброизолирующая взрывозащищенная опора.

Схема и размеры виброизолятора представлены на рис.2.

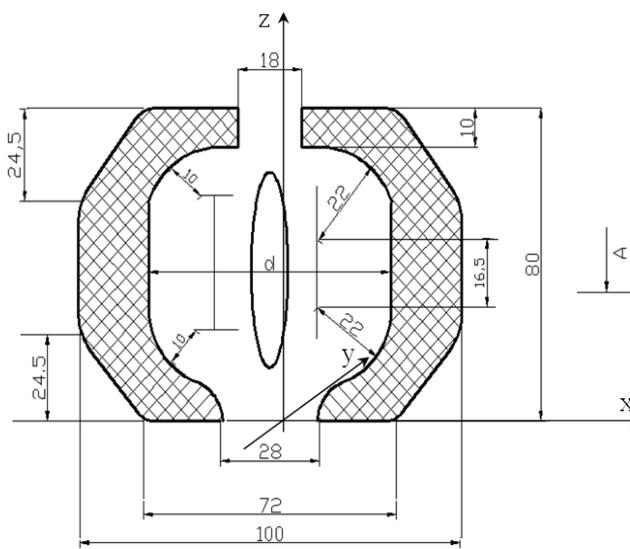


Рис. 2 – Схема виброизолятора ВР-201

Эластомерный виброизолятор в процессе эксплуатации подвергается осевому сжатию. Результаты расчета величины осадки виброизолятора при различных значениях величины нагрузки приведены на рис.3.

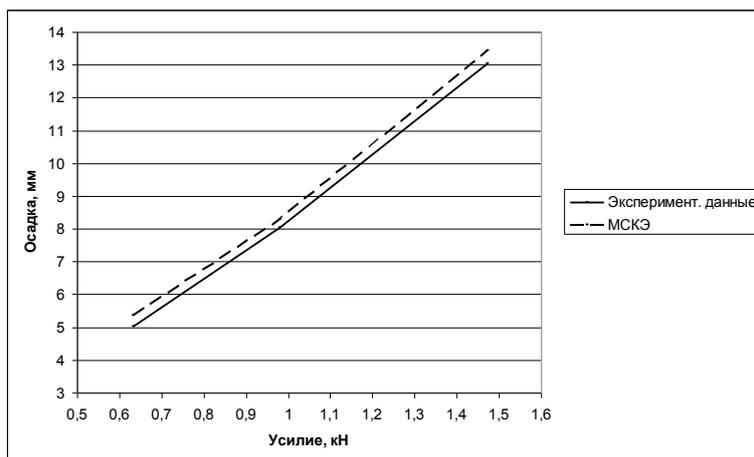


Рис.3 – Осадка ВР-201

На основании полученных величин прогибов виброизолятора при варьировании величины нагрузки можно сделать вывод, что усилие, передаваемое виброизолятору ВР-201, не должно превышать 1 кН, т.к. максимально допустимая величина прогиба для данного вида виброизолятора составляет 10% от его высоты (8 мм). При больших значениях нагрузок эластомерный элемент перестает выполнять возложенные на него функциональные обязанности.

При моделировании контактного взаимодействия, изначально предполагается, что тела находятся в контакте по кольцевой области поверхности эластомерного виброизолятора. Под действием распределенной нагрузки форма контактной области остается неизменной, а внешний радиус кольца увеличивается (рис.4).

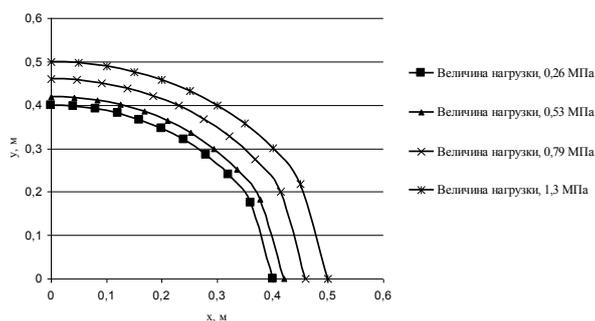


Рис. 4 – Границы контактной области виброизолятора ВР-201

Исследование сжимающих напряжений на границе контакта двух тел позволяет выявить области их максимальных и минимальных значений с целью обнаружения критических областей в эластомерном элементе при его эксплуатации (рис. 5, 6).

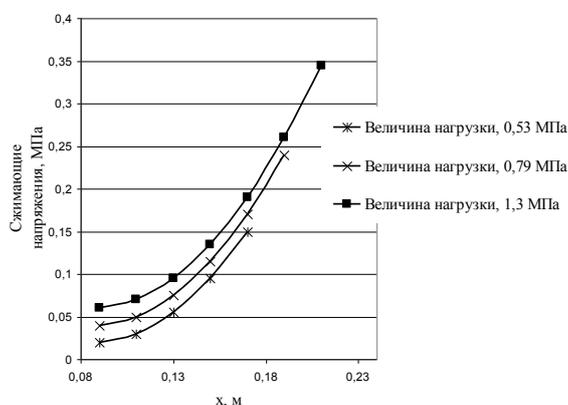


Рис.5 – Характер распределения нормальных напряжений в контактной области виброизолятора ВР-201 (толщина стенок амортизатора 0,09 м)

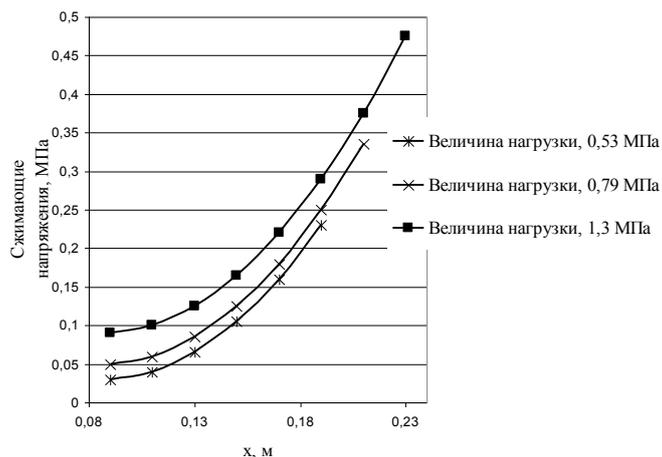


Рис.6– Характер распределения нормальных напряжений в контактной области виброизолятора ВР-201 (толщина стенок амортизатора 0,07 м).

Таким образом, для эластомерного виброизолятора ВР-201 была установлена зависимость между величиной зоны контакта и значениями прикладываемой распределенной нагрузки. Исследование сжимающих напряжений в данной области выявило их концентрацию в области контакта. Кроме того, сжимающие напряжения увеличиваются вследствие уменьшения жесткости виброизолятора. Данное свойство повышает эффективность виброизолирующего элемента, но снижает диапазон допустимых нагрузок, которые не вызовут его выхода из строя в процессе эксплуатации.

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Проведенный расчет эластомерного элемента сложной геометрической формы методом конечных элементов позволил исследовать поведение упругого элемента в условиях эксплуатации с целью выявления допустимых нагрузок и областей концентрации напряжений. Применение моментной схемы конечного элемента позволило решить проблему, связанную со слабой сжимаемостью эластомерных материалов.

Применение численного метода в данной задаче позволяет в дальнейшем производить расчеты напряженно-деформированного состояния элемента при введении других режимов нагружения, тем самым моделируя реальные условия эксплуатации эластомерных звеньев конструкций в различных отраслях.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Shard S.C. A Strai Energy Density Function for Compressible Rubber like Materials / S.C. Shard, N.W. Tschoegl // Trans. Soc. Rheology. – 1976. – 20. – № 3. – P. 361–373.
2. Penn R.W. Volume Changes Accompanylug Extenslon of Rubber / R.W. Penn // Trans. Soc. Rheol. – 1970. – 14. – № 4. – P. 507–517.
3. Дымников С.И. Упругие потенциалы для слабосжимаемых эластомерных материалов / С.И. Дымников, И.Р. Мейерс , А.Г. Эрдманис // Вопр. динамики и прочности. – 1983. – Вып. 40. – С. 98–108.
4. Черных К.Ф. Об учете сжимаемости резины / К.Ф. Черных, И.М. Шубина // Механика эластомеров: Науч. тр. Кубан. гос. ун–та. – 1978. – Вып. 3. – С. 56–63.
5. Геррманн Л.Р. Вариационный принцип для уравнений упругости несжимаемых и почти несжимаемых материалов / Л.Р. Геррманн // Ракетная техника и космонавтика. – 1965. – № 10. – С. 139–144.
6. Key S.W. A variational principle for an incompressible and nearly incompressible anisotropic elasticity / S.W. Key // Intern. Journ. Solids. and Struct.– 1965.– V.5. – P. 455–461.
7. Cescotto S. A finite element approach for large strains of nearly incompressible rubber–like materials / S. Cescotto, G. Fonder // Intern. J. Solids Struct. – 1979. – V. 15. – № 8. – P. 589–605.
8. Zienkiewicz O.C.Reduced integration technique in general analysis of plates and schells / O.C. Zienkiewicz, J. Too, R.L. Taylor // Intern. J. Numerical Methods Eng. – 1971. – V. 3. – № 3. – P. 275–290.
9. Fried I. Numerical integration in the finite element method/ I. Fried // Comput. Struct. – 1974. – Vol. 4. – P. 921–933.
10. Oden I.T. Finite element methods for constrained problems in elasticity / I.T. Oden, N. Kikuchi // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1983. – 18. – № 5. – P. 701–725.

11. Oden I.T. On some generalization of the incremental stiffness relations for finite deformations of compressible and incompressible finite elements / I.T. Oden, J.E. Key // Nucl. Engng. Design. – 1971. – 15. – P. 121–134.
12. Malkus D.S. Finite elements with penalties in nonlinear elasticity / D.S. Malkus // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1980. – 16. – P. 121–126.
13. Talles P. Contact between largely deformed incompressible hyperelastic solids and rigid bodies / P. Talles // Meth. Coupe. Probl. Proc. Int. Conf., 7–11 Sept., 1981. – Swansea, 1981. – P. 478–489.
14. Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике эластомеров / В.В. Киричевский – К.: Наук. думка, 2002. – 655 с.
15. Решевская Е.С. Моделирование напряженно–деформированного состояния трехмерных конструкций на основе метода конечных элементов с интерполирующим полиномом Эрмита / Е.С. Решевская, С.Н. Гребенюк // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. ЗНТУ. – Запоріжжя, 2008. – №1.– С. 85–91.
16. Гребенюк С.Н. Моделирование контактного взаимодействия эластомерных элементов конструкции / С.Н. Гребенюк, Е.С. Решевская, В.М. Тархова // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон ХНТУ, 2011. – Вып.3(42). – С. 163-167.

РЕШЕВСКАЯ Екатерина Сергеевна – к.т.н., старший преподаватель кафедры информационных технологий ЗНУ.

Научные интересы:

- контактная механика эластомеров.

ТАРХОВА Виктория Михайловна, ассистент кафедры математического моделирования ЗНУ

Научные интересы:

- контактная механика эластомеров.