

АНАЛИЗ МНОГОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО РАЗВЕРНУТЫМ ФАЗО–ВРЕМЕННЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ КОМБИНАЦИИ ВЕКТОРОВ СИНГУЛЯРНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

Постановка проблемы. Современный подход к анализу нелинейных динамических систем (типичный пример – электрокардиография (ЭКГ)) базируется на использовании идей многомерного статистического и кластерного анализа. Основная проблема в этом направлении связана с тем обстоятельством, что многомерный ансамбль данных должен рассматриваться как единое целое в условиях, когда характеристики каждого измерительного канала (как статистические, так и спектральные) являются нестационарными, что серьезно ограничивает возможности использования, например, методов нейросетевой классификации. В этой связи, помимо проблемы отображения динамики системы как единого целого, весьма актуальной является и проблема определения момента качественного изменения поведения динамики системы, которая, помимо задач диагностики динамики ЭКГ, является критически важной и с точки зрения задач прогнозирования поведения временных рядов в эконометрии.

В этой связи актуальной является следующая постановка вопроса: возможен ли синтез какой-либо обобщенной характеристики многомерной нелинейной динамической системы, позволяющей в «явной форме» оценить моменты качественного изменения поведения динамики анализируемой системы?

Анализ публикаций по теме исследования. Одно из наиболее «модных» направлений качественного анализа сердечной динамики базируется на математическом аппарате нелинейного анализа стохастических временных рядов [1- 4]. В рамках этого подхода, состояние сердца, как некоторой системы, в любой момент времени описывается переменными состояниями (предшествующими отсчетами): $x_1(t), x_2(t), \dots, x_d(t)$. Эти отсчеты образуют вектор $\bar{x}(t)$ в d - мерном пространстве, называемом фазовым пространством (или пространством состояний), причем величина d характеризует размерность вложения. Этот вектор мигрирует во временной области, формируя траекторию фазового пространства (орбиту). Базовая идея такого подхода базируется на предположении о том, что топологические особенности временной эволюции траектории многомерного фазового пространства, характеризуют особенности поведения динамики исследуемой системы (в нашем случае – динамики сердечных ритмов). В [5] было показано, что формирование фазового пространства на основе использования операций дифференцирования неизбежно приводит к росту влияния шумовых компонент. Кроме этого, традиционные методы вложения имеют очевидный недостаток при анализе существенно неоднородных временных сигнальных последовательностей (к каковым относятся ЭКГ), в которых сосуществуют участки с быстрым и медленным движениями.

Необходимо отметить, что в вышеуказанных публикациях анализировались только одноканальные ЭКГ, тогда как основной проблемой является анализ многоканальных ЭКГ с учетом вариабельности сердечного ритма [6], с математической точки зрения сводящейся к сегментации ЭКГ на участки, характеризующие различными типами (моделями) динамики.

Целью работы является демонстрация информационных возможностей нового метода качественного анализа многоканальных нелинейных динамических систем с использованием особенностей развернутых фазо–временных характеристик комбинаций сингулярных векторов исходной сигнальной матрицы данных в целях сегментации вариабельности динамики исследуемой системы.

Основная часть. На рис.1 (в целях экономии объема статьи) представлены фрагменты только первых трех каналов 15–ти канальной ЭКГ, полученной из международной базы данных “Physionet”.

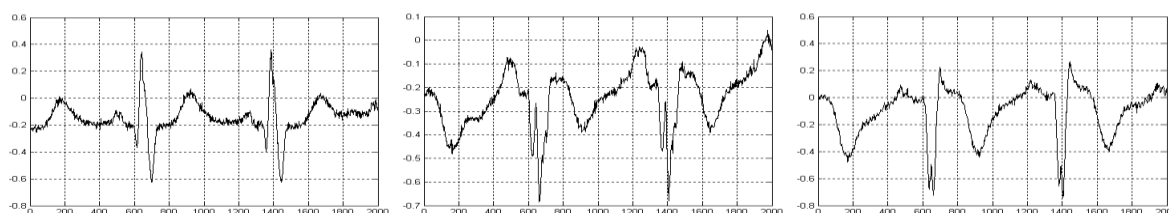


Рис.1 Фрагменты первых трех каналов 15–ти канальной ЭКГ

Из рассмотрения рис.1 видно, что каналы являются линейно–зависимыми. Это подтверждают результаты корреляционного анализа (рис.2а) и анализа ранга исследуемой 15–ти канальной системы на рис.2б.

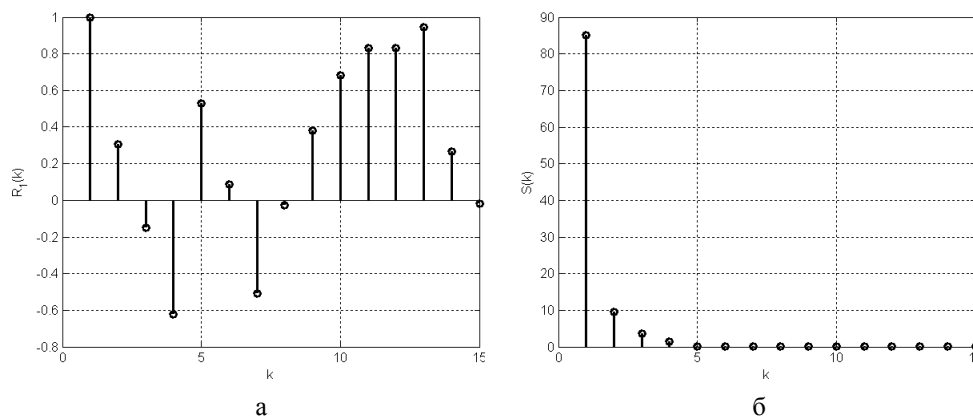


Рис.2 Зависимость коэффициентов корреляции первого измерительного канала от четырнадцати остальных (а); ранг исследуемой системы (б), полученный методом сингулярного разложения исходного ансамбля

Анализ рис.2а свидетельствует о том, что, например, первый, одиннадцатый, двенадцатый и тринадцатый измерительные каналы являются практически идентичными, что диктует необходимость устранения избыточности исходных данных, а анализ нормированного спектра сингулярных чисел исходной сигнальной матрицы $X(n, k)$, где n – порядковый номер временного отсчета (в экспериментах $N = 30000$), а $k = 1, \dots, K$ – порядковый номер измерительного канала ($K = 15$).

Ранг сигнальной матрицы X определялся методом ее сингулярного разложения

$$X = USV^T, \quad (1)$$

где $U = [U_1 U_2 \dots U_K]$ – матрица сингулярных векторов, формирующая ортогональный базис пространства натянутого на столбцы матрицы X , а S – диагональная матрица сингулярных чисел, анализ которой позволяет оценить ранг матрицы X .

Анализ рис.2б свидетельствует о том, что первые два сингулярных вектора обеспечивают 94.7% всей исходной информации (рис.3), а первые четыре – 99.8%. Данное обстоятельство позволяет осуществлять топологический анализ исследуемой системы на основе синтеза только двух обобщенных фазовых портретов в системах координат $\{U_1(t), U_2(t)\}$ и $\{U_3(t), U_4(t)\}$ (рис.4), тогда как прямой путь анализа потребовал бы синтеза 15-ти фазовых портретов.

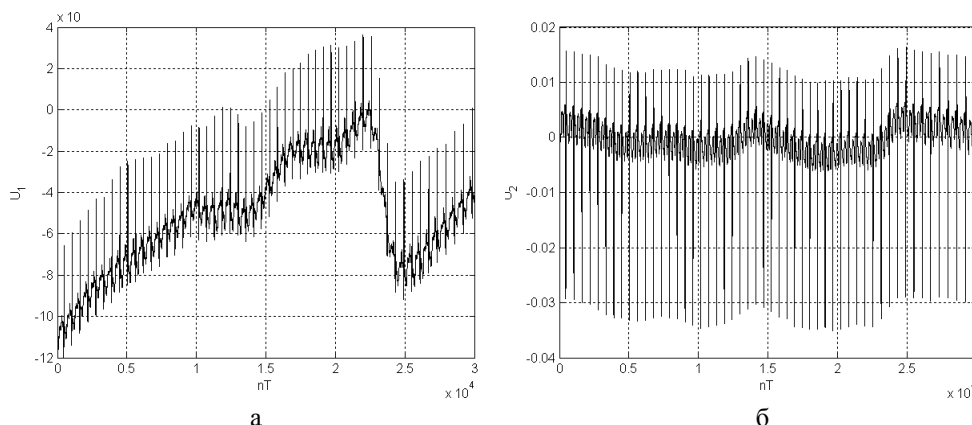


Рис.3 Первый (а) и второй (б) сингулярные векторы исходной сигнальной матрицы X

Визуальный анализ рис.4 явно свидетельствует о наличии возможной патологии, связанной с расслоением фазовых траекторий. Однако анализ как рис.3, так и рис.4 не дает однозначного ответа на вопрос о вариабельности сердечного ритма, т.е. с какого момента можно было бы считать, что, например, в динамике $U_1(t)$ (рис.3а) произошли качественные изменения?

Именно это обстоятельство и потребовало разработки нового метода анализа динамики многоканальных нелинейных динамических систем, основанного на использовании следующих факторов.

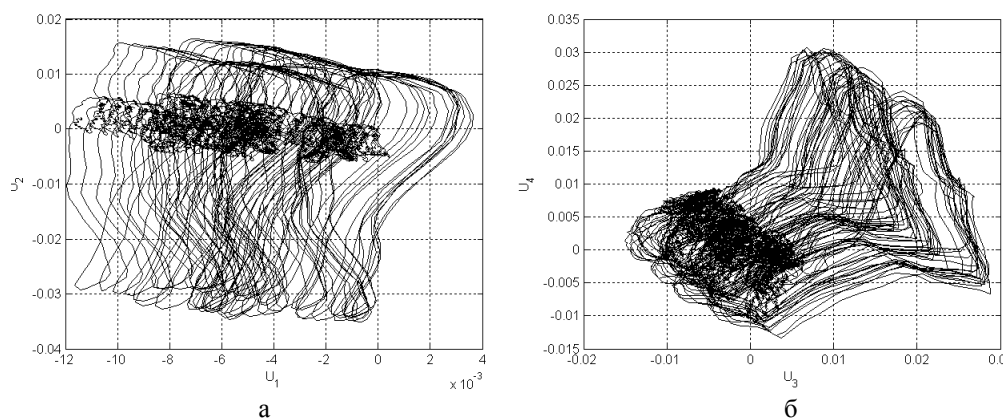


Рис.4 Обобщенные фазовые портреты 15-ти канальной ЭКГ в системах координат:

а – $\{U_1(t), U_2(t)\}$; б – $\{U_3(t), U_4(t)\}$

1. Каждый сингулярный вектор $U_i(t)$ представляет собой взвешенную сумму всех исходных сигнальных данных, причем в качестве весовых коэффициентов выступает i -ый столбец матрицы V (т.е. каждый сингулярный вектор в соответствующей степени характеризует динамику всей исследуемой системы).

2. Сингулярные векторы являются ортонормированными, т.е.

$$\int_0^T U_i(t) U_j(t) dt = \begin{cases} 1; i = j \\ 0; i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

Последнее обстоятельство позволяет синтезировать два новых вектора:

$$\begin{aligned} P_1(t) &= U_1(t) + jU_2(t) = |P_1(t)| \exp(jF_1(t)); \\ P_2(t) &= U_3(t) + jU_4(t) = |P_2(t)| \exp(jF_2(t)), \end{aligned} \quad (3)$$

где $F_1(t)$ и $F_2(t)$ – рассматриваются в виде обобщенных фазо-временных характеристик комбинаций первых четырех сингулярных векторов (в соответствии с рангом исходной сигнальной матрицы X).

На рис.5 представлены эти новые информационные характеристики.

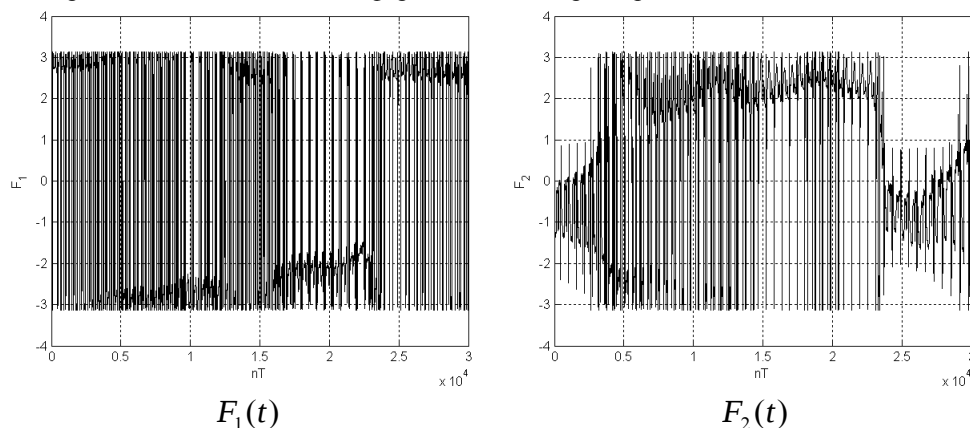


Рис.5 Фазо-временные характеристики соответствующие комбинациям сингулярных векторов в выражении (3)

Поскольку стандартные фазовые характеристики всегда определяются в пределах своего главного значения $F(t) \in [-\pi \div \pi]$, то фазовая характеристика является разрывной, что в большинстве случаев делает ее неудобной для непосредственного анализа. Поэтому, для практического использования фазо-временных характеристик их необходимо развернуть, т.е. сделать их непрерывными. Такая операция называется разверткой фазы и соответствующие функции $Ph_1(t)$ и $Ph_2(t)$ называются развернутыми фазо-временными функциями.

Такая операция является непростой, поскольку относится к классу некорректных задач, и может быть решена на основе различных подходов [7, 8].

На рис.6 представлены графики развернутых фазо–временных характеристик.

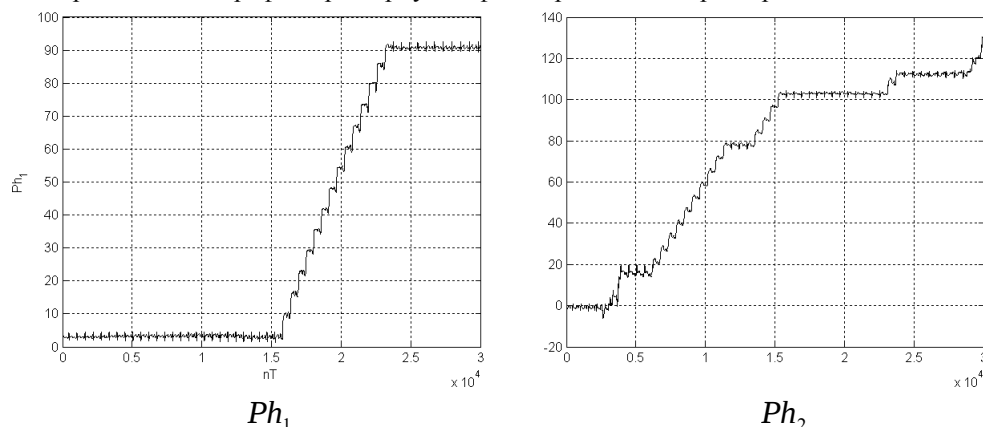


Рис.6 Развернутые фазо–временные характеристики, соответствующие простым фазовым характеристикам на рис.5

Анализ рис.6 позволяет сделать вывод о том, что качественное изменение динамики $U_1(t)$ и $U_2(t)$ (94.7% всей исходной информации) на рис.3 происходит в диапазоне 1.5 – 2.4, а не в диапазоне 2.2 – 2.5, как это может показаться, если ориентироваться только на визуальный анализ рис.3а.

Выводы. 1. Применение метода сингулярного разложения многомерных данных, связанного с переходом к новому ортонормированному информационному базису, позволяет синтезировать обобщенные фазовые портреты многоканальных нелинейных динамических систем.

2. Использование развернутых фазо–временных характеристик комбинаций сингулярных векторов сингулярного разложения исходной сигнальной матрицы, позволяет качественно оценить границы возможного изменения динамики поведения исследуемой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рангайян Р.М. Анализ биомедицинских сигналов: практический подход / Р.М. Рангайян ; [пер. с англ. А.П. Немирко]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 440 с.
2. Файнзильберг Л.С. Информационные технологии обработки сигналов сложной формы: теория и практика / Л.С. Файнзильберг; – Киев, Наукова думка, 2008. – 333 с.
3. Castells F. Principal Component Analysis in ECG Signal Processing / F. Castells, P/ Laguna, A. Bollmann // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. – 2007. – Article ID 74580. – 21p.
4. Ахметшин А.М. Информационные возможности анализа и отображения электрокардиограмм в базисах сингулярного разложения вложенных векторов / А.М. Ахметшин, К.А. Ахметшин // Клиническая информатика и телемедицина. – 2011. – Т. 7, – № 8. – С. 58-64.
5. Алексеев М.А. Адаптивная фильтрация и синтез фазовых портретов нелинейных динамических систем в сингулярном базисе вложенных векторов / М.А. Алексеев, К.А. Ахметшин // Системные технологии. – Днепропетровск. – 2012. – Т. 1(78). – С.127–132.
6. Флоров А.В. Вариабельность и устойчивость – важнейшие свойства сердечно–сосудистой системы /А.В. Флоров // Клиническая информатика и телемедицина. – 2005. – Т. 2. – № 1. – С. 32-36.
7. Lyuboshenko I. Phase unwrapping for interferometric SAR by use of Helmholtz equation eigenfunction and first Creen's identity/ I. Lyuboshenko, H. Maitre// Journal of the Optical society of America A. – 1998. – V.16(2). – P.378–395.
8. Iton K. Analysis of the phase unwrapping problem /K. Iton // Applied Optics – 1982. –Vol.21. – №14. – P.2470

АХМЕТШИН Константин Александрович – аспирант кафедры «Программного обеспечения компьютерных систем» Днепропетровского национального горного университета.

Научные интересы:

– интеллектуальные методы обработки информации.