

УДК: 531.391:518.5

І.Й. ВАЙНЕР, І.А. ШАТОХІНА

Херсонський національний технічний університет

АНАЛІЗ І ПРОЕКТУВАННЯ ДЕЗАКСИАЛЬНОГО МАЛЬТІЙСЬКОГО МЕХАНІЗМУ ЗІ ВЗАЄМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИМИ ВІСЯМИ

Приведено аналіз роботи дезаксиального механізму півсферичного мальтійського хреста зі взаємно перпендикулярними вісями провідної і веденої ланок. Показано, що вживання дезаксиальних півсферичних мальтійських механізмів у мультипривідних механічних системах дозволяє в значній мірі спростити конструкцію їх приводів, зробивши її більш компактною. Розроблено математичну модель цього механізму і на її основі методику його проектування. Приведено результати аналізу екстремальних значень швидкостей і прискорень механізму з різним числом пазів веденої ланки. Запропоновано методику розрахунку потужності, споживаної даними механізмами, та підбору двигуна.

Ключові слова: дезаксиальний механізм мальтійського хреста, зовнішнє зачеплення, перпендикулярні вісі.

I.Y. VAJNER, I.A. SHATOKHINA

Kherson National Technical University, Kherson, Ukraine

THE ANALYSIS AND DESIGN DESAXES THE MALTESE MECHANISM OF THE WITH MUTUALLY PERPENDICULAR AXES

Abstract

An analysis of the work of offset mechanism of the hemispheric Geneva drive is resulted with the mutually perpendicular axes of master and slave members. It is rotined that application of offset of the hemispheric Geneva mechanisms in the multidrive mechanical systems allows largely to simplify and do more compact construction of their drive. The mathematical model of this mechanism is developed and on its basis method of his planning. The results of analysis of extreme are resulted.

Keywords: of offset mechanism of the Geneva drive, external hooking, perpendicular axes.

Вступ

Мальтійські хрести дозволяють перетворювати безперервний обертальний рух провідної ланки – кривошипу – в односторонній переривчастий рух вихідної ланки – мальтійського хреста [1]. Оскільки повзун куліси відсутній, мальтійський механізм є триланковим механізмом змінної структури [2]. У техніці найбільшого поширення отримали мальтійські механізми з паралельними вісями провідної і веденої ланок, а також комбіновані мальтійські механізми [1, 4]. Опис, аналіз і конструктивні особливості таких механізмів широко представлені у літературі [2, 3].

Постановка проблеми

Мальтійські механізми, вісі провідної і веденої ланок яких розташовані під кутом один до одного, у літературі згадуються схематично, без жодного аналізу. Конструкції цих механізмів описані у роботах [1, 2, 3].

Ці механізми дозволяють здійснювати періодичні рухи між валами, розташованими під кутом, що зручно для компонування приводу машин. Застосування дезаксиальних механізмів дозволяє використати їх у багатомісцевих машинах. Крім того, прискорення, а, отже, і інерційні навантаження, в них менші, ніж у плоских мальтійських механізмах із зовнішнім зачепленням. Особливо істотно це спостерігається при невеликому числі пазів хреста [2].

Постановка задачі

Розглянемо однорідний дезаксиальний мальтійський механізм (далі МХ) із зовнішнім зачепленням і взаємно перпендикулярними вісями обертання. Для визначення основних конструктивних параметрів механізму розглянемо два його положення:

- початкове положення механізму – коли палець кривошипу входить в паз ($\alpha = \alpha_0$) (рис.1);
- крайнє нижнє положення кривошипу при повороті його на кут α_0 ($\alpha_H = 0$) (рис. 2).

Конструктивно задаємося радіусом напівсфери R , числом пазів – z , відстаням – H і ексцентриситетом – e .

Викладення основного матеріалу

Початкове положення механізму

Момент входу пальця кривошипу в паз хреста показаний на рис. 1.

З трикутника $B_0A_0C_0$ (C_0A_0 і B_0C_0 є перпендикулярними вісям X і X_1):

$$\rho_0 = \sqrt{e^2 + R^2 \cdot \sin^2(\beta_0)}, \tag{1}$$

де ρ_0 – радіус обертання до A_0 .

$$OC_0 = O_1B_0 = R \cdot \cos(\beta_0);$$

$$\alpha_0 = \arccos(e/\rho_0); \tag{2}$$

$$\psi = \arctg(\rho_0/(R \cdot \cos(\beta_0))); \tag{3}$$

$$\gamma_0 = \arctg(R/e). \tag{4}$$

Співвідношення між заданим кутом β_0 і початковим положенням кривошипу α_0 легко знайти з (1) і (2)

$$\sin(\beta_0) = \pm K \cdot \tg(\alpha_0), \tag{5}$$

де
$$K = e/R.$$

Слід зазначити, що у момент входу пальця у паз МХ з ексцентриситетом, дотична до траєкторії центру пальця A_0 не збігається з віссю паза. Вектор швидкості ролика не буде направлений уздовж паза, а кривошип з пазом МХ не утворює прямий кут. Для плавного входу пальця, паз МХ можна виконати у вигляді криволінійної поверхні [1].

Крайнє нижнє положення механізму

Для повного розрахунку конструктивних параметрів механізму розглянемо крайнє нижнє положення пальця кривошипу (рис. 2).

У крайньому нижньому положенні кривошипу кут $\alpha = 0$; $\gamma = \gamma_H = (90^\circ - \psi)$.

$$R^2 = O_1A_H^2 + e^2 - 2 \cdot O_1A_H \cdot e \cdot \cos(90^\circ - \psi).$$

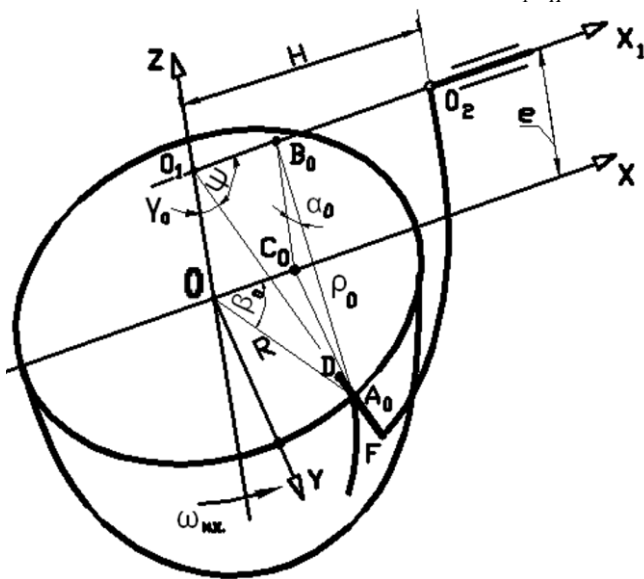


Рис. 1. Початкове положення механізму – палець кривошипу входить в паз ($\alpha = \alpha_0$)

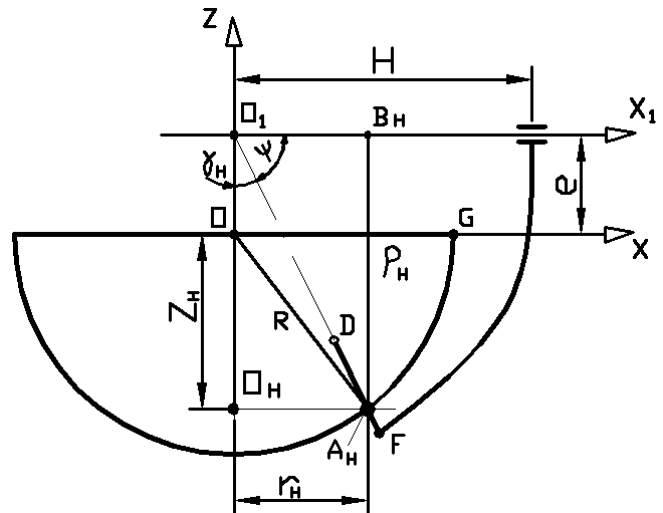


Рис. 2. Крайнє нижнє положення кривошипу при повороті його на кут α_0 ($\alpha_H = 0$)

Позначимо O_1A_H через U . Після перетворень отримуємо рівняння:

$$U^2 - 2 \cdot e \cdot U \cdot \sin(\psi) - (R^2 - e^2) = 0;$$

$$U = e \cdot \sin(\psi) \pm \sqrt{(e \cdot \sin(\psi))^2 + (R^2 - e^2)}$$

або

$$\rho_H = (e \cdot \sin(\psi) + R \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot \cos^2(\psi)}) \cdot \sin(\psi). \tag{6}$$

Радіус обертання веденої ланки:

$$r_H = (e \cdot \sin(\psi) + R \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot \cos^2(\psi)}) \cdot \cos(\psi). \tag{7}$$

З обліком (6):

$$r_H = \rho_H / \operatorname{tg} \psi. \quad (8)$$

Визначимо довжину пальця кривошипу, враховуючи, що у початковому положенні довжина виступаючої зовні частини пальця \max , а в нижньому положенні \min . З рис. 2 виходить:

$$DA_H = O_1A_H - O_1D,$$

де $O_1A_H = \rho_H / \sin(\psi)$

У початковому положенні (рис. 1) з конструктивних міркувань приймаємо внутрішній розмір виступаючої частини пальця рівною $DA_0 = \delta + (2 \div 3)$ мм., де δ – товщина стінки паза. З цього рисунка виходить, що:

$$O_1D = O_1A_0 - DA_0.$$

Як було показано раніше, $O_1A_0 = \rho_0 / \sin(\psi)$ і $O_1D = (\rho_0 / \sin(\psi)) - (\delta + (2 \div 3))$ мм. З наведених вище виразів легко знайти $DA_H = ((\rho_H - \rho_0) / \sin(\psi)) + \delta + (2 \div 3)$ мм. Довжина пальця визначається виразом $DF = DA_H + (3 \div 5)$ мм. В остаточному вигляді, оскільки довжина пальця кривошипа $DF = L_{п.к.}$:

$$L_{п.к.} = ((\rho_H - \rho_0) / \sin(\psi)) + \delta + (5 \div 8) \text{ мм.} \quad (9)$$

Мінімальна довжина паза: $L = R \cdot \angle A_H OG + d/2$; $\angle A_H OG = \pi/2 - \angle O_H OA_H$; $\angle O_H OA_H = \arcsin(r_H / R)$, де кути в радіанах ($\pi = 3,14\dots$).

Наведений вище аналіз дозволяє спростити розрахунок основних конструктивних параметрів механізму мальтійського хреста з взаємно перпендикулярними вісями провідної і веденої ланок. Для повного кінематичного і кінетостатичного аналізу необхідно розглянути роботу механізму у загальному вигляді (рис. 3)

Аналіз дезаксиального механізму у загальному вигляді

З початкових умов завдання і результатів досліджень окремих випадків ($\beta = \beta_0$, $\alpha = \alpha_0$, $\beta = 0$, $\alpha = 0$) заданими є наступні параметри: e ; R ; ψ ; ρ_0 ; α_0 ; β_0 .

На першому етапі кінематичного аналізу механізму визначаємо у загальному вигляді функцію положення механізму $\alpha = f(\beta)$. Звернемось до рис. 3. Точка А належить одночасно до пальця кривошипу і до поверхні веденої ланки. Точка A_0 пальця відповідає контакту з поверхнею веденої ланки у початковому положенні механізму. Визначимо поточні значення радіусів обертання провідної і веденої ланок (рис. 3).

$$A_0C_0^2 = \rho_0^2 + e^2 - 2 \cdot e \cdot \rho_0 \cdot \cos(\alpha); \quad OA_0^2 = OC_0^2 + A_0C_0^2; \quad OC_0 = R \cdot \cos(\beta_0);$$

$$OA_0^2 = \rho_0^2 + e^2 - 2 \cdot e \cdot \rho_0 \cdot \cos(\alpha) + R^2 \cdot \cos^2(\beta_0).$$

Тут $\alpha = \alpha_0 - \Delta\alpha$,

де $\Delta\alpha$ – зміна робочого кута повороту кривошипу від початкового положення механізму, яка змінюється від 0 до α_0 .

З іншого боку:

$$OA_0^2 = e^2 + O_1A_0^2 - 2 \cdot e \cdot O_1A_0 \cdot \cos(\gamma),$$

де $O_1A_0 = \rho_0 / \sin(\psi)$.

Звідси: $OA_0^2 = e^2 + \rho_0^2 / \sin^2(\psi) - 2 \cdot e \cdot \rho_0 \cdot \cos(\gamma) / \sin(\psi)$.

З отриманих виразів, після ряду перетворень, знаходимо $\cos(\gamma)$:

$$\cos(\gamma) = ((\operatorname{tg}^{-2}(\psi) - R^2 \cdot \rho_0^{-2} \cdot \cos^2(\beta_0)) \cdot \rho_0 / (2 \cdot e + \cos(\alpha))) \cdot \sin(\psi). \quad (10)$$

Позначимо $C_1 = (\operatorname{tg}^{-2}(\psi) - R^2 \cdot \rho_0^{-2} \cdot \cos^2(\beta_0)) \cdot \rho_0 / (2 \cdot e)$.

Розрахунки показують, що величина C_1 є 3-го і навіть 4-го порядку малості і нею можна нехтувати. Тоді

$$\cos(\gamma) = \cos(\alpha) \cdot \sin(\psi). \quad (11)$$

Визначимо поточні радіуси кривошипу – ρ і веденої ланки – r .

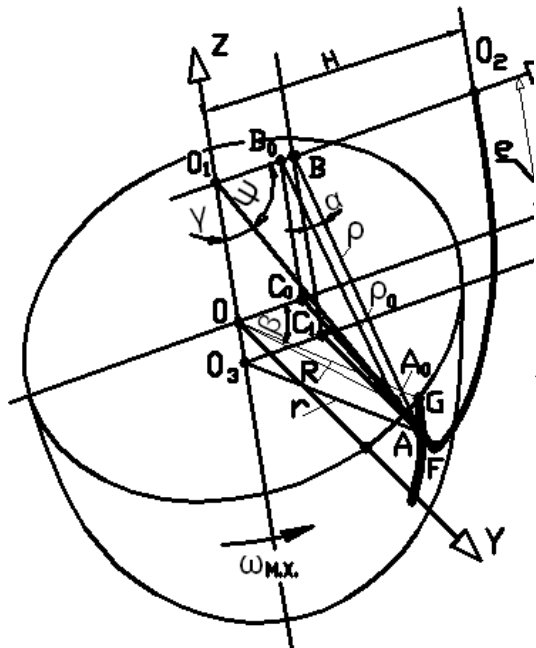


Рис. 3. Поточні положення радіусів обертання провідної і веденої ланок

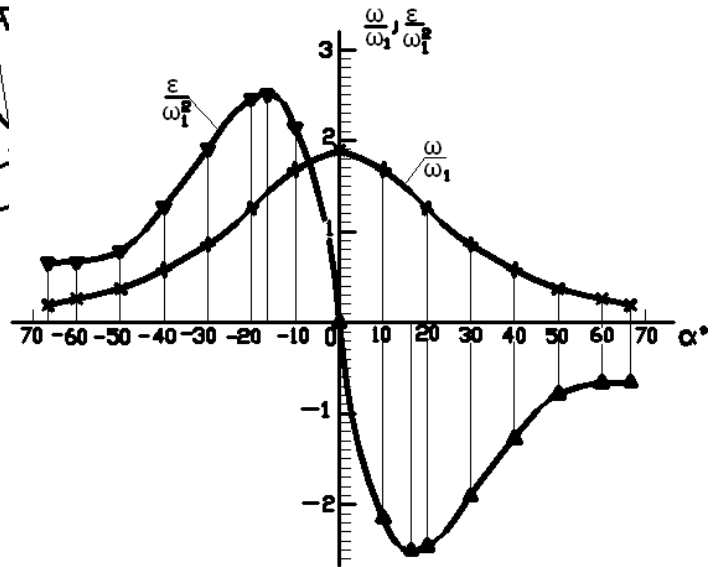


Рис. 4. Розрахункові графіки у відносних одиницях

Розглянемо ΔOO_1A (рис. 3). Позначимо $O_1A = u$. Далі з теореми косинусів визначаємо її величину:

$$u^2 - 2 \cdot e \cdot u \cdot \cos(\gamma) - (R^2 - e^2) = 0;$$

Звідки:

$$O_1A = e \cdot \cos(\gamma) + R \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2(\gamma)},$$

де, як показано раніше, $k = e/R$.

З трикутника O_1BA (рис. 3) знаходимо поточний радіус кривошипу: $\rho = O_1A \cdot \sin(\psi)$.

$$\rho = (e \cdot \cos(\gamma) + R \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2(\gamma)}) \cdot \sin(\psi). \quad (12)$$

Поточний радіус веденої ланки визначаємо з трикутника O_1AO_3 :

$$r = (e \cdot \cos(\gamma) + R \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2(\gamma)}) \cdot \sin(\gamma). \quad (13)$$

З урахуванням (12):

$$r = \rho \cdot \sin(\gamma) / \sin(\psi). \quad (14)$$

Вирази (12-14) показують, що у дезаксильному механізмі не лише радіус MX змінює свою величину, але і радіус контакту кривошипу з поверхнею паза MX є змінною величиною. Визначаємо залежність кута повороту веденої ланки β від кута повороту провідної ланки α : $\beta = f(\alpha)$. З ΔO_3C_1A і ΔC_1BA знаходимо:

$$\beta = \arcsin(\rho \cdot \sin(\alpha) / r). \quad (15)$$

Тут $\beta = \beta_0 - \Delta\beta$; $\Delta\beta$ змінюється від 0 до β_0 .

Враховуючи вирази (12) і (14), знаходимо:

$$\beta = \arcsin(\sin(\psi) \cdot \sin(\alpha) / \sin(\gamma)). \quad (16)$$

Значення $\sin(\gamma)$ знаходимо з виразу (11):

$$\sin(\gamma) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha) \cdot \sin^2(\psi)}. \quad (17)$$

Підставляючи отриманий вираз (17) в (16), після відповідних перетворень отримуємо функцію положення:

$$\beta = \arcsin(\sin(\alpha) / \sqrt{a^2 - \cos^2(\alpha)}), \quad (18)$$

де $a^2 = 1/\sin^2(\psi)$.

Виразимо $\sin(\alpha) / \sqrt{a^2 - \cos^2(\alpha)} = u$ і продиференціюємо вираз (18) по куту α .

$$d\beta/du = 1/\sqrt{1-u^2}$$

або

$$d\beta/d\alpha = \sqrt{(a^2 - \cos^2(\alpha))/(a^2 - 1)} \cdot du/d\alpha.$$

Диференціюючи вираз u по куту α , після ряду перетворень, отримуємо

$$d\beta/d\alpha = \sqrt{a^2 - 1} \cdot \cos(\alpha) / (a^2 - \cos^2(\alpha)).$$

Оскільки $d\alpha = \omega_{KP} \cdot dt$, а $d\beta/dt = \omega_{MX}$,

де ω_{KP} – кутова швидкість пальця кривошипа;

ω_{MX} – кутова швидкість мальтійського хреста.

$$\omega_{MX} = \omega_{KP} \cdot \sqrt{a^2 - 1} \cdot \cos(\alpha) / (a^2 - \cos^2(\alpha)). \tag{19}$$

Диференціюючи вираз (19) за часом t , визначаємо кутове прискорення мальтійського хреста:

$$\varepsilon_{MX} = d\omega_{MX}/dt = -\omega_{KP}^2 \cdot \sqrt{a^2 - 1} \cdot (a^2 + \cos^2(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) / (a^2 - \cos^2(\alpha))^2. \tag{20}$$

Максимальна кутова швидкість MX у крайньому нижньому положенні пальця кривошипу ($\alpha_H = 0$):

$$\varepsilon_{MX} = \omega_{KP} / \sqrt{a^2 - 1}. \tag{21}$$

Кутове прискорення у цьому положенні дорівнює нулю ($\varepsilon_{MX.H} = 0$). Кутова швидкість і кутове прискорення хреста на початку і в кінці руху не дорівнюють нулю. Отже, на початку й у кінці руху хреста мають місце так звані м'які удари.

Диференціюючи вираз (20) по куту α і прирівнюючи результат до нуля, визначаємо кути повороту кривошипу, які відповідають екстремальним значенням кутового прискорення хреста. Для зручності диференціювання приведемо вираз (20) до вигляду:

$$\varepsilon_{MX} = -\omega_{KP}^2 \cdot \sqrt{a^2 - 1} \cdot (a^2 + 1 - \sin^2(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) / (a^2 - 1 + \sin^2(\alpha))^2;$$

$$\varepsilon_{MX} = -\omega_{KP}^2 \cdot \sqrt{a^2 - 1} \cdot ((a^2 + 1) \cdot \sin(\alpha) / (a^2 - 1 + \sin^2(\alpha))^2 - \sin^3(\alpha) / (a^2 - 1 + \sin^2(\alpha))^2).$$

У результаті диференціювання отриманого виразу по частинах і ряду перетворень отримуємо рівняння.

$$d\varepsilon_{MX}/d\alpha = \sqrt{(a^2 - 1)^3} \cdot (\sin^4(\alpha) - 6 \cdot a^2 \cdot \sin^2(\alpha) + a^4 - 1).$$

Виразимо $\sin(2 \cdot \alpha) = u$ і прирівняємо вираз в дужках до нуля:

$$u^2 - 6 \cdot a^2 \cdot u + a^4 - 1 = 0.$$

Звідки:

$$u_{1,2} = 3 \cdot a^2 \pm \sqrt{8 \cdot a^4 + 1};$$

$$\sin(\alpha) = \pm \sqrt{3 \cdot a^2 - \sqrt{8 \cdot a^4 + 1}}. \tag{22}$$

З виразу (22) визначаємо кут, відповідний екстремальним значенням кутового прискорення. Підставляючи отриманий кут α у вираз (20), знаходимо екстремальні значення прискорення. Набуті значення показані у відносних одиницях на графіках (рис. 4).

У табл. 1 представлені максимальні відносні кутові швидкості і кутові прискорення для механізму $R=40\text{мм}$; $e=15\text{мм}$; і $d=10\text{мм}$ з різною кількістю пазів MX. Кути повороту кривошипа і MX – α^1 і β^1 відповідають екстремальним значенням кутового прискорення.

Таблиця 1

Максимальні відносні кутові швидкості і кутові прискорення для механізму

Z	α_0 град.	β_0 град.	ω_{\max}/ω_1	$\varepsilon_{\max}/\omega_1^2$	α^1 град.	β^1 град.
3	66.60	60.0	1.89	2.51	16.40	27.80
4	62.06	45.0	1.13	1.06	27.26	27.56
5	57.46	36.0	0.86	0.71	34.96	26.22
6	53.15	30.0	0.72	0.57	41.60	25.38
8	45.58	22.5	0.58	0.46	52.93	24.85

Палець кривошипу впливає на паз мальтійського хреста силою P , яка створює момент M , що крутить відносно вісі МХ: $M = P \cdot r$. Приймаючи приведений до МХ момент інерції мас $I_{II} = const$, отримуємо рівняння моментів у формі: $M = M_{II} + M_C + I_{II} \cdot \varepsilon$,

де M_{II} – приведений до МХ момент корисного опору;

M_C – приведений до МХ момент опору сил тертя у вузлах механізму;

I_{II} – приведений до МХ момент інерції.

$$I_{II} = I_{KP} + I_i \cdot (\omega_i / \omega_{KP})^2 + \dots + I_n \cdot (\omega_n / \omega_{KP})^2.$$

Середня потужність, яка необхідна для приводу кривошипа:

$$N_{cp} = M_{cp} \cdot \omega_{KP}.$$

Середній момент обертання на валу кривошипу приблизно дорівнює середньому арифметичному від приведених до провідного валу моментів у різних положеннях механізму:

$$M_{cp} = \sum (R_i \cdot \rho_i / n),$$

де R – реакція від сили P ;

$$i = 1, 2, \dots, n;$$

n – число положень механізму, що враховуються за один оборот кривошипу.

З врахуванням втрат на тертя

$$M_{cp} \approx n \cdot \eta^{-1} \cdot \sum (P_i \cdot \rho_i \cdot \omega / \omega_{KP}),$$

де η – коефіцієнт корисної дії.

Для вибору електродвигуна і редуктора необхідно враховувати коефіцієнт перевантаження.

Висновки

Виконаний аналіз однорідного дезаксиального механізму напівсферичного мальтійського хреста з взаємно перпендикулярними вісями провідної і веденої ланок. На основі отриманої математичної моделі розроблена методика розрахунку і проектування цих механізмів, вживання яких спрощує конструкцію приводу багатомісцевих машин. Приведені результати розрахунків екстремальних значень швидкості і прискорень механізмів з різним числом пазів мальтійського хреста і відповідні їм кути його повороту. Визначена потужність, що споживається механізмом. У результаті:

1. Розроблено математичну модель механізму напівсферичного мальтійського хреста зі взаємно перпендикулярними вісями провідної і веденої ланок.

2. Визначено основні конструктивні параметри, кінематичні і силові характеристики механізму, а також кутові координати, відповідні екстремальним значенням швидкості і прискорення механізму.

3. Встановлено, що наявність ексцентриситету в механізмах МХ практично не впливає на його працездатність, але створює передумови до запобігання збільшенню зносу поверхні паза і пальця механізму.

4. Доведено, що збільшення числа пазів мальтійського хреста знижує значення екстремальних прискорень при роботі механізму.

Література

1. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. М.: Машиностроение, 1987.
2. Озол О. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1984.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов. М., Наука, 1965, изд. 2-е.
4. Полюбов О.М., Кандяк Н.М. Энергосиловые параметры комбинированого мальтійского механізму. Науковий вісник НЛТУ України, 2010. – Вип. 20.1

References

1. A.F.Krajnev. Slovar'-spravochnik po mehanizamam. M.: Mashinostroenie, 1987.
2. O.Ozol. Teorija mehanizmov i mashin. M.: Nauka, 1984.
3. Artobolevskij I.I. Teorija mehanizmov. M., Nauka, 1965, izd. 2-e.
4. O.M.Poljubov, N.M.Kandjak. Energosiilovi parametri kombinovanogo mal'tijskogo mehanizmu. Naukovij vicnik NLTU Ukraini, 2010. – Vip. 20.1