

УДК 004.94:004.032.26

Л.И. КОРОТКАЯ, Н.Ю. НАУМЕНКО

ГВУЗ Украинский государственный химико-технологический университет

## ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ЧИСЛЕННЫХ ПРОЦЕДУР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОРРОДИРУЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

*Рассмотрена возможность применения искусственных нейронных сетей для определения рациональных параметров численных процедур при решении задач прогнозирования долговечности корродирующих конструкций. Проведен анализ факторов, влияющих на величину шага интегрирования системы дифференциальных уравнений, которая описывает процесс накопления геометрических повреждений.*

*Ключевые слова: искусственные нейронные сети, корродирующие конструкции, прогнозирование долговечности.*

L.I. KOROTKA, N.Y. NAUMENKO

SHEI Ukrainian State University of Chemical Technology

## SELECTION OF PARAMETERS OF NUMERICAL PROCEDURES FOR FORECASTING PROBLEMS SOLUTION OF DURABILITY OF PRONE TO CORROSION

### Annotation

*This article discusses the possibility of determining the parameters of rational numerical procedures for solving prediction of durability of corroding constructions. The purpose of this study is to create effective computational procedures for modeling the behavior of corroding constructions.*

*As a model for predicting the durability of structures in aggressive environments, consider the model takes into account the geometric accumulation of damage with the influence of stress. Solution of the problem involves the prediction of durability of the solution of differential equations that describes the corrosive wear.*

*When numerically solving it as a parameter to consider the integration step. Quantitative evaluation of the accuracy of the result is very difficult.*

*The analysis of factors that may affect the value of the integration step and error in the numerical solution. As a result of numerical experiments established a relationship between these factors is analytically difficult to formalize. Prompted to select the rational integration step of using artificial neural networks. This approach assumes that the limit value error for differential equations, is a parameter of the problem. A meets both the integration step is determined by the neural network.*

*The proposed approach allows the design stage structures perform modeling their behavior.*

*Keywords: artificial neural networks, corroding constructions, durability prediction.*

Практически во всех областях промышленности используются сложные механические системы, и металлические конструкции в том числе, которые функционируют в условиях дестабилизирующего воздействия агрессивных внешних сред, информация о параметрах которых носит неполный или нечёткий характер [1]. Процесс моделирования поведения таких сложных механических систем на стадии проектирования не вызывает сомнений и является актуальным.

**Постановка задачи.** Анализ проблемных аспектов моделирования поведения корродирующих конструкций (КК) в условиях неопределённости и прогнозирование их долговечности показал, что существующие методы и алгоритмы их реализации оказываются не достаточно надёжными, а иногда и малоэффективными при решении поставленных задач [2, 3].

Известные модели и численные методы позволяют получить некоторое число, принимаемое за решение задачи прогнозирования долговечности или задачи определения оптимальных геометрических параметров КК (далее задача оптимизации), но количественная оценка точности решения весьма затруднительна. Для её получения необходимо иметь некоторое эталонное решение – решение, полученное аналитически или численно, но с контролируемой погрешностью.

Ввиду того, что задача прогнозирования долговечности является самостоятельной задачей, она может являться частью более общей задачи оптимизации. В этом случае точность получаемого результата становится особенно актуальной, так как при решении задачи определения оптимальных параметров конструкции приходится обрабатывать десятки, а иногда и сотни, тысяч точек в пространстве решений. С одной стороны, может возникнуть необходимость в новом решении задачи, если погрешность полученного результата окажется неудовлетворительной. При этом невозможно быть уверенным в том, что погрешность нового решения окажется удовлетворительной. С другой стороны, возможна ситуация, когда результат получен с точностью, которая представляется нецелесообразно высокой, то есть при нерациональных вычислительных затратах.

Описанные ситуации вызваны тем, что в известных автору работах шаг интегрирования при решении системы дифференциальных уравнений (СДУ), описывающей коррозионный износ, являлся параметром решаемой задачи. Это не обеспечивало необходимой точности получаемого результата для

одного подмножества пространства решений, а для другого его подмножества приводило к избыточным вычислительным затратам. Рассмотренные ситуации негативно отражаются на точности и эффективности вычислительного алгоритма в целом.

Определение прогнозного значения долговечности корродирующей конструкции или вычисление функций ограничений в задаче оптимизации предполагает решение системы дифференциальных уравнений, описывающих коррозионный износ, вида:

$$\frac{dB}{dt} = \tilde{v}_0 \cdot [1 + k \cdot \sigma(B)], \quad (1)$$

где  $B$  – матрица изменяющихся параметров конструкции, размерности  $N \times n$ ;  $N$  – количество элементов конструкции;  $n$  – количество параметров, определяющих размеры элемента;  $\sigma$  – функция напряжений;  $\tilde{v}_0$  – интервальная величина скорости коррозии (нечёткое число с заданной функцией принадлежности [4]);  $k$  – коэффициент влияния напряжений на скорость коррозии. Решение этой системы возможно только численно, например, методом Эйлера:

$$B_{ij}^s = B_{ij}^{s-1} - \tilde{v}_0 \cdot \Delta t \cdot [1 + k \cdot \sigma_{ij}^{s-1}(B^{s-1})] \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где  $s$  – номер итерации;  $\Delta t$  – шаг интегрирования.

В условиях неопределённости, а именно, когда параметр агрессивной среды задаётся значением лингвистической переменной [1, 3, 4], и используется  $\alpha$ -уровневый принцип обобщения для формализации нечёткой информации, становится очевидным, что вычислительные затраты только возрастают. Получение результата вообще становится не только затруднительным, но в некоторых ситуациях и практически невозможным.

Очевидно, возникает необходимость в некотором вычислительном модуле, который позволил бы получать такие параметры численного интегрирования, чтобы реальная погрешность  $\varepsilon$  получаемого решения СДУ [1], описывающей накопление геометрических повреждений конструкции, не превышала предельно допустимых значений  $[\varepsilon]$ .

Такой рациональный выбор параметров численных процедур (в частности, рационального шага интегрирования СДУ –  $\Delta t$ ), позволил бы обеспечить точность её решения с одной стороны, а с другой – избежать излишнего числа итераций. Выбор рационального шага интегрирования при решении СДУ будет означать то, что при решении задачи Коши не будет избыточного числа итераций, что в свою очередь очень существенно для повышения эффективности вычислительного алгоритма.

Постановку задачи выбора рациональных параметров численных процедур решения СДУ, описывающей процесс накопления геометрических повреждений, при заданной погрешности можно сформулировать в следующем виде:

$$\begin{cases} \Delta t(\varepsilon, \bar{c}) \rightarrow \max \\ \varepsilon(\bar{c}, \Delta t) \leq [\varepsilon] \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\bar{c}$  – вектор факторов, влияющих на величину шага интегрирования.

**Численные эксперименты.** Проведенные численные эксперименты [3], позволили установить, что при увеличении начальной площади сечения  $A_0$  элемента конструкции, происходит существенное уменьшение погрешности  $\varepsilon$ . Объяснить эту ситуацию, видимо, можно тем, что интенсивность роста напряжений во времени, которая вызвана распределением усилий на большую площадь, уменьшается.

На динамику изменения напряжений в сечении элемента конструкции, подверженной коррозионному износу, оказывает существенное влияние периметр его сечения  $P_0$ . Практически линейная зависимость погрешности  $\varepsilon$  наблюдается от периметра сечения, что и подтверждают результаты численного эксперимента.

Зависимость погрешности  $\varepsilon$  от начальной скорости коррозии  $v_0$ , из которой становится очевидным, что увеличение погрешности решения СДУ (1) происходит при увеличении начальной скорости коррозии.

Ещё одним фактором, влияющим на точность решения системы дифференциальных уравнений, являются начальные напряжения  $\sigma_0$ . Было установлено, что к увеличению погрешности численного решения (1) приводит увеличение начальных напряжений, причём эта зависимость имеет характер, близкий к линейному.

Увеличение предельно допустимых напряжений  $[\sigma]$  (при прочих равных условиях) приводит к уменьшению погрешности  $\varepsilon$  численного решения системы дифференциальных уравнений (1).

К существенному увеличению погрешности  $\varepsilon$ , хотя и меньшему, по сравнению с начальной скоростью коррозии  $v_0$ , приводит увеличение коэффициента влияния напряжений  $k$  на скорость

коррозии.

Анализ численных экспериментов для выявления факторов, влияющих на точность численного решения СДУ, позволяет сделать вывод о том, что в исследуемых пределах рассматриваемые зависимости представляют собой непрерывные функции. Ввиду того, что зависимость точности решения системы дифференциальных уравнений от рассмотренных факторов носит разнонаправленный характер, то становится очевидным, что представить её в виде какой-либо аналитической зависимости достаточно сложно. Однако, рациональный выбор такого параметра численного интегрирования СДУ, как величина шага интегрирования  $\Delta t$ , позволяет получать численное решение (1) с погрешностью, которая не превышает заданного ее значения.

На основании проведенных численных экспериментов можно утверждать, что погрешность численного решения задачи прогнозирования долговечности будет зависеть от следующих факторов  $\bar{c}$ : начального  $\sigma_0$  и предельного  $[\sigma]$  напряжений в нём, начальных геометрических характеристик элемента конструкции (площади  $A_0$  и периметра  $P_0$ ), параметров коррозионного процесса  $v_0$  и предельно допустимого значения погрешности  $[\varepsilon]$ . Следовательно, погрешность  $\varepsilon$  численного решения дифференциального уравнения, описывающего коррозионный износ элемента конструкции, можно представить в виде функции многих переменных:  $\varepsilon(v_0, A_0, P_0, \sigma_0, [\sigma], \Delta t)$ .

Как известно, согласно универсальной аппроксимационной теореме [5] и теореме о полноте [6], для представления любой непрерывной функции многих переменных могут быть использованы универсальные аппроксимационные системы, которыми и являются искусственные нейронные сети (ИНС).

Далее предлагается в этом качестве применение многослойного персептрона. Для успешного использования нейронной сети (НС) необходимы учебные и тестовые образцы. Алгоритм получения обучающей выборки описан [7]. Обучение искусственной нейронной сети, её архитектура, выбор параметров НС, а также анализ точности сети подробно рассмотрены в [3, 7].

Таким образом, назначением ИНС является выбор такого шага интегрирования, который при минимальном количестве итераций обеспечивал бы решение СДУ с погрешностью, не превышающей предельно допустимую величину (в работе это рациональный шаг интегрирования). При такой схеме параметром задачи является допустимая погрешность решения системы дифференциальных уравнений, а соответствующий шаг интегрирования определяется сетью. В этом случае заданная точность будет обеспечена для всех точек пространства решений. Схема решения задачи прогнозирования долговечности корродирующих конструкций или вычисления функции ограничений в задаче оптимизации приведена на рисунке 1. Здесь используются следующие расчётные модули: {NN} – в модуле осуществляется определение рационального шага интегрирования; {A} – модуль численного решения СДУ, которая описывает процесс коррозии; {B} – модуль решения задачи напряжённо-деформированного состояния методом конечных элементов; {F} – модуль фузификации нечёткой величины скорости коррозии  $\tilde{v}_0$  в кортеж её значений  $v_0^i$ ; {DF} – модуль дефузификации получаемого кортежа значений прогнозируемой долговечности  $t^i$  в чёткое значение  $t$  в данной работе с помощью центроидного метода [1].

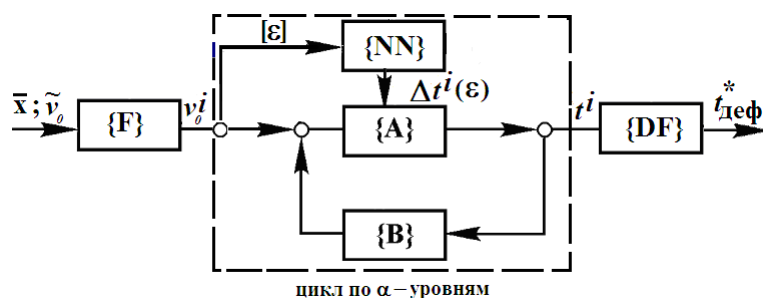


Рис. 1. Схема решения задачи с использованием нейронной сети

Некоторые результаты работы обученной нейронной сети определения шага интегрирования для отдельного элемента конструкции приведены в таблице 1 для всех точек кортежа при предельно допустимом значении погрешности  $[\varepsilon] = 1,6 \%$  решения СДУ, описывающей коррозионный процесс. В таблице 2 представлены

результаты работы обученной нейронной сети алгоритмом обратного распространения ошибки [5, 6, 3] для тестовых образцов. В последней строке (табл. 1) приводятся дефузифицированные значения соответствующих кортежей, полученные центроидным методом [1].

Исходные данные, для которых получены и приведены результаты численного эксперимента: скорость коррозии  $v_0 \in [0,06; 0,14]$  см/год; величина осевого усилия  $Q = 20$  кН; внешний  $R \in [1,5; 5]$  см и внутренний  $r = [0,5 \cdot R; 0,9 \cdot R]$  радиусы; начальное напряжение  $\sigma_0 \in [200; 1200]$  МПа

в элементе; предельное значение напряжения  $[\sigma] = 240 \text{ МПа}$ ; шаг интегрирования  $\Delta t \in [0,05; 2] \text{ года}$ .

Как отмечалось ранее, использование нейронных сетей для определения параметров численных процедур с заданной погрешностью  $[\varepsilon]$  позволяет повысить эффективность вычислительного алгоритма решения задачи прогнозирования долговечности корродирующей конструкции при нечётких параметрах агрессивной среды. В [3] приводятся результаты численного решения задачи долговечности пятиэлементной статически неопределимой фермы с постоянным шагом интегрирования и результаты, полученные с использованием нейронной сети.

Таблица 1

Результаты работы НС для определения шага интегрирования

$v_0, \text{ см/год}$	$\Delta t, \text{ лет}$	$t, \text{ лет}$	Погрешность $\varepsilon, \%$
0,06000	1,21716	3,98	1,482
0,07181	1,08386	3,33	1,558
0,07744	1,02098	3,08	1,515
0,08256	0,96498	2,89	1,543
0,08819	0,90547	2,71	1,542
0,10000	0,78958	2,39	1,610
0,11181	0,68803	2,14	1,519
0,11744	0,64496	2,03	1,572
0,12256	0,60871	1,95	1,531
0,12819	0,57208	1,86	1,491
0,14000	0,50523	1,71	1,424
$v_{0\text{деф}} = 0,1$	$\Delta t_{\text{деф}} = 0,80268$	$t_{\text{деф}} = 2,45$	$\varepsilon_{\text{деф}} = 1,563$

Таблица 2

Некоторые результаты работы НС для тестовых образцов

$\Delta t_{\text{этал}}, \text{ лет}$	0,2671	1,1842	0,2941	1,0822	1,5774	1,9538	1,0499	1,2001
$\Delta t_{\text{НС}}, \text{ лет}$	0,2426	1,1568	0,2891	1,1082	1,5643	1,8713	1,0507	1,1928

Таким образом, из приведенных результатов следует, что нейронная сеть позволяет определить рациональный шаг интегрирования численного решения СДУ, описывающей коррозионный процесс, при погрешности получаемого решения не превышающей предельно допустимого значения  $[\varepsilon]$ .

**Выводы.** Анализ полученных численных экспериментов позволяет сделать вывод о том, что использование искусственных нейронных сетей даёт возможность повысить эффективность вычислительного алгоритма при решении задач прогнозирования долговечности корродирующих конструкций. Сформулирована постановка задачи выбора рациональных параметров численных процедур, которая предполагает определение максимального значения шага интегрирования или которая для данных характеристик стержневого элемента обеспечивает численное решение дифференциального уравнения с погрешностью не выше предельно допустимых значений. Анализ результатов численных экспериментов позволил сделать вывод о том, что искусственная нейронная сеть позволяет обеспечить заданную точность численного решения системы дифференциальных уравнений независимо от параметров конструкции и значения элемента кортежа скорости коррозии. Использование рационального шага интегрирования, исключает избыточное количество итераций, что существенно повышает эффективность вычислительного алгоритма.

## Литература

1. Короткая Л.И. Проблемные аспекты решения задач прогнозирования долговечности корродирующих конструкций при неполной информации / Л.И. Короткая // Математическое моделирование. – 2013. – № 1 (28). – С. 89-92.
2. Зеленцов Д.Г. Способы повышения эффективности численного решения некоторых классов систем дифференциальных уравнений / Д.Г. Зеленцов, Л.И. Короткая // Современные проблемы математики, механики и информатики. Сборник статей. / Под. ред. Н.Н. Кизиловой, Г.Н. Жолтакевича. – 2011. – Харьков. С. 234-241.
3. Короткая Л.И. Повышение эффективности вычислительных методов моделирования поведения корродирующих конструкций [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02 / Короткая Лариса Ивановна – Днепропетровск, 2012. – 144 с.

4. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и её применение к принятию приближённых решений / Лотфи Заде. – М.: Наука. – 1976. – 163 с.
5. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание.: пер. с англ. / Саймон Хайкин. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2006. – 1104 с.
6. Круглов В.В. Нечёткая логика и искусственные нейронные сети / В.В. Круглов, М.И. Дли, Р.Ю. Голунов. – М.: Физматлит, 2001. – 224 с.
7. Короткая Л.И. Использование нейронных сетей при численном решении некоторых систем дифференциальных уравнений / Л.И. Короткая // Восточно-европейский журнал передовых технологий–2011. – №  $\frac{3}{4}$  (51). С. 24 – 27.